

Тема урока

Последовательности.

Понятие числовой последовательности

Что есть последовательность?

1. Какие **события** в нашей жизни происходят **последовательно**?

Приведите примеры таких явлений и событий.

- *дни недели,*
- *названия месяцев,*
- *возраст человека,*
- *номер счёта в банке,*
- *последовательно происходит смена дня и ночи,*
- *последовательно увеличивает скорость автомобиль, и т. д.*

2. Что такое последовательность?

Числовая последовательность – это функция, заданная на множестве натуральных чисел.



Вывод:

Числовая последовательность

1) *функция*

2) *ее область определения – множество N .*

Понятие числовой последовательности



Последовательность нечетных чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...



Последовательность четных чисел: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

Последовательность считается заданной, если указан закон, по которому каждому **натуральному** числу n ставится в соответствие элемент x_n некоторого множества.



Примеры

числовых последовательностей

Последовательность квадратов чисел натурального ряда:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, ...

Последовательность простых чисел:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

Последовательность чисел, обратных натуральным:

1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, ...

Последовательность степеней двойки:

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...

Последовательность десятичных приближений к числу π :

3,1; 3,14; 3,141; 3,1415; 3,14159; ...

Понятие числовой последовательности

Числа, образующие последовательность, называются членами последовательности.



Члены последовательности обозначают буквами с индексами, указывающими порядковый номер члена.

Пример: $(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$.



Читают: « a первое, a второе, a третье, a четвертое» и т.д.

a_n – член последовательности с номером n

читают: « n – й член последовательности».



Саму последовательность обозначают: (a_n)

Последовательности

Бесконечные

Конечные

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n \dots$

$(b_n) : b_1, b_2, b_3, b_4, \dots, b_n$

Понятие числовой последовательности



- Какие последовательности будут конечными?
- Приведите примеры конечных числовых последовательностей.
- Какие последовательности будут бесконечными?
- Приведите примеры бесконечных числовых последовательностей.

На примерах учимся



№563 (устно)

Какой член последовательности a_1, a_2, a_3, \dots :

а) следует за членом $a_{99}, a_{200}, a_n, a_{n-1}, a_{n+1}, a_{2n}$;

б) предшествует члену $a_{71}, a_{100}, a_{n-2}, a_{n+3}, a_{3n}$?

№564 (устно)

Перечислите члены последовательности (x_n) , которые расположены между:

а) x_{31} и x_{35} ; б) x_n и x_{n+6} ; в) x_{n-4} и x_n ;

г) x_{n-2} и x_{n+2} .

Способы задания числовой последовательности

- *Аналитический*
- *Рекуррентный*
- *Графический*
- *Описательный (словесный)*
- *Табличный*



Способы задания числовой последовательности

Аналитический

Последовательность задают с помощью формулы n – го члена последовательности.



Пример 1. Последовательность чётных чисел: $x_n = 2n$.
 $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6, x_4 = 8, x_{10} = 20, x_{100} = 200...$

Пример 2. Последовательность квадрата натуральных чисел: $y_n = n^2$.
 $y_1 = 1, y_2 = 4, y_3 = 9, y_4 = 16, y_{10} = 100, y_{100} = 10000...$

Пример 3. Стационарная последовательность: $c_n = C$.
 $c_1 = C, c_2 = C, c_3 = C, c_4 = C, c_{10} = C, c_{100} = C...$

Любой n -й член последовательности можно определить с помощью формулы.

На примерах учимся



Способы задания числовой последовательности

№565(а,в,д)

Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой n -го члена:

а) $x_n = 2n - 1$;

Решение:

$$x_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1;$$

$$x_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$x_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5;$$

$$x_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7;$$

$$x_5 = 2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9;$$

$$x_6 = 2 \cdot 6 - 1 = 12 - 1 = 11.$$

$(x_n): 1; 3; 5; 7; 9; 11 \dots$

б) $x_n = \frac{n}{n+1}$;

Решение:

$$x_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}; \quad x_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5};$$

$$x_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}; \quad x_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6};$$

$$x_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}; \quad x_6 = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7}.$$

$(x_n): \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7} \dots$

На примерах учимся



Способы задания числовой последовательности

№565(д)

Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой n – го члена:

$$д) x_n = 2^{n-3};$$

Решение:

На примерах учимся

Способы задания числовой последовательности



Какой формулой задается последовательность?

$$1) (x_n): 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5} \dots$$

Решение:

$$x_n = \frac{1}{n}.$$

$$x_7 = \frac{1}{7}.$$

$$2) (a_n): 1; 2; 4; 8; 16; \dots 128; \dots$$

(Последовательность степеней двойки)

Решение:

$$a_n = 2^{n-1}.$$

$$a_7 = 2^{7-1} = 2^6 = 64.$$

Найдите **седьмой** член этих последовательностей?

На примерах учимся



Способы задания числовой последовательности

Числовая последовательность задана формулой

$x_n = 2n + 3$. Найти номер члена последовательности, равного 43; 50.

Решение:

$$a) x_n = 43;$$

$$2n + 3 = 43;$$

$$2n = 43 - 3;$$

$$2n = 40;$$

$$n = 40 : 2;$$

$$n = 20.$$

$n \in N$, значит $x_{20} = 43$.

Ответ: $n = 20$.

Решение:

$$б) x_n = 50;$$

$$2n + 3 = 50;$$

$$2n = 50 - 3;$$

$$2n = 47;$$

$$n = 47 : 2;$$

$$n = 23,5.$$

$n \notin N$, значит в данной

последовательности нет члена,

равного 50.

Способы задания числовой последовательности



Рекуррентный

(от латинского слова *recurre* – возвращаться)

Задают несколько первых членов последовательности и правило, позволяющее вычислять каждый следующий член через предыдущий.



Пример 1

а) $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n - 2.$

б) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = a_n + 1 + a_{n-1}, (n > 2).$

На примерах учимся



Способы задания числовой последовательности

Пример 1

Найдите первые пять членов последовательности, если:

а) $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n - 2.$ б) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = a_n + 1 + a_{n-1},$

Решение:

$$a_1 = 6;$$

$$a_2 = a_1 - 2 = 6 - 2 = 4;$$

$$a_3 = a_2 - 2 = 4 - 2 = 2;$$

$$a_4 = a_3 - 2 = 2 - 2 = 0;$$

$$a_5 = a_4 - 2 = 0 - 2 = -2.$$

($n > 2$).

Решение:

$$a_1 = 1;$$

$$a_2 = 2;$$

$$a_3 = a_2 + 1 + a_1 = 2 + 1 + 1 = 4;$$

$$a_4 = a_3 + 1 + a_2 = 4 + 1 + 2 = 7;$$

$$a_5 = a_4 + 1 + a_3 = 7 + 1 + 4 = 12;$$

Ответ: $(a_n): 6; 4; 2; 0; -2...$

Ответ: $(a_n): 1; 2; 4; 7; 12...$

Вывод: Для рекуррентного задания последовательности необходимо:

1) знать один или два первых члена последовательности

2) указать правило для вычисления следующих членов последовательности



На примерах учимся



Способы задания числовой последовательности

№569(а,г)

Найдите первые пять членов последовательности,
если:

а) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 1$

Решение:

г) $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n^{-1}$

Решение:

Способы задания числовой последовательности



Описательный

Правила задания последовательности описываются словами, без указания формул или когда закономерности между элементами нет.



Пример 1. Последовательность простых чисел:

$$(x_n): 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; \dots$$

Пример 2. Последовательность натуральных четных чисел:

$$(y_n): 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; \dots$$

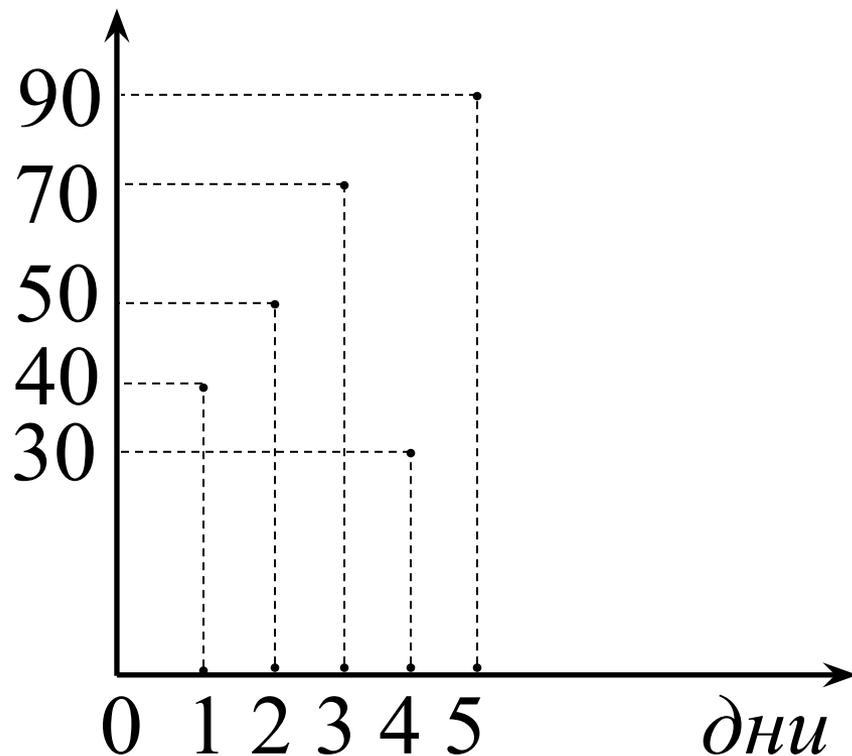
Пример 3. Последовательность натуральных чисел, кратных 7: $(c_n): 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; \dots$

Способы задания числовой последовательности

Графический



Графиком последовательности как и функции, заданной на множестве натуральных чисел, являются отдельные, изолированные точки координатной плоскости.



Способы задания числовой последовательности

Табличный

<i>№1</i>	<i>№2</i>	<i>№3</i>	<i>№4</i>	<i>№5</i>
120	115	121	118	115

Вариант 1

Вариант 2



1) Является ли конечной или бесконечной последовательность чисел:

а) делители числа 1200?

а) делители числа 2400?

б) кратных числа 8?

б) кратных числа 6?

2) Последовательность задана формулой

$$a_n = 5n + 2$$

$$b_n = n^2 - 3$$

Чему равен ее третий член?

3) Запишите последний член последовательности
всех трехзначных чисел.

всех двузначных чисел.

4) Дана рекуррентная формула последовательности

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = a_n - 4.$$

$$b_1 = 8, \quad b_{n+1} = \frac{b_n}{4}.$$

Выпишите первые пять членов последовательности.

Ответим на вопросы



- 1) Что называется **числовой последовательностью**?
- 2) Приведите примеры **конечной** числовой последовательности?
- 3) Приведите примеры **бесконечной** числовой последовательности?
- 4) Что такое **n – член** последовательности?
- 5) Что такое **формула n – го члена** последовательности?
- 6) Какие **способы** задания последовательности изучили?
- 7) В чем заключается **рекуррентный способ** задания последовательности?