САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

*ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)*

Проецирование прямой.

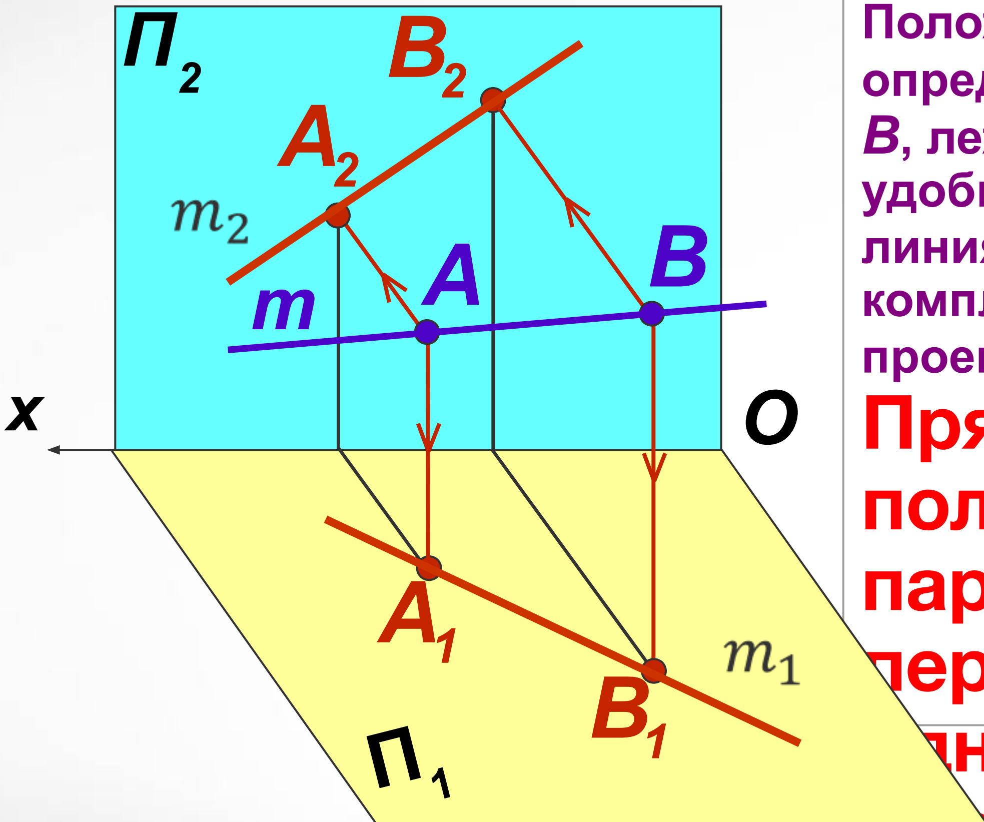
2.1. Модель и комплексный чертеж прямой.

«Через две точки проходит единственная прямая и причем только одна.»

- ПРЯМЫЕ
  - Частного положения
    - Уровня (УР)
    - Проецирующие (ПР)
  - Общего положения

прямы общего положения

Пространственная картина



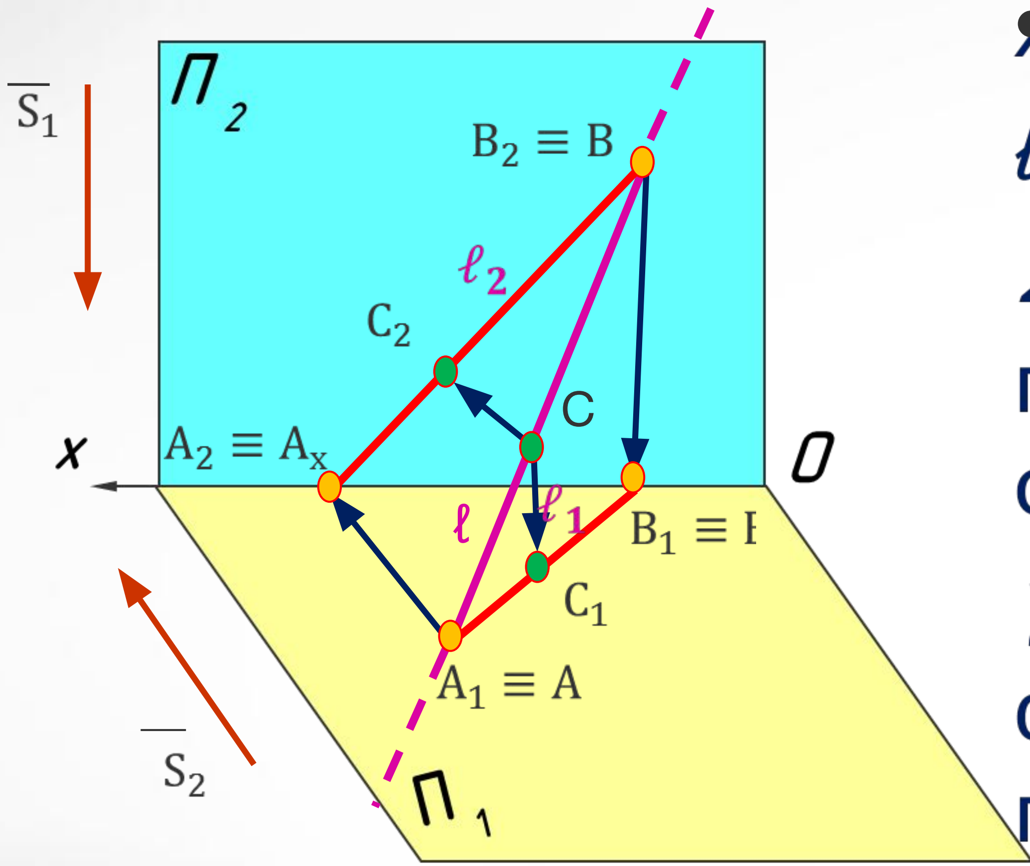
Положение прямой *m* в пространстве определяют две произвольные точки *A* и *B*, лежащие на этой прямой. Это наиболее удобный способ задания прямой. Прямая линия *m* считается заданной, если на комплексном чертеже построить проекции двух ее точек *A* и *B.*

Прямые общего положения, не параллельные и не перпендикулярные ни одной из плоскостей проекций.

Признаки и свойства прямой ОП

- Любая проекция прямой ОП искажает натуральную длину.
- Любая проекция прямой ОП наклонена к линиям связи под углом # 90^0, ни один из них не показывает Н.В. углов наклона к плоскостям проекций.
- Н.В. прямой ОП находится методом прямоугольного треугольника.

Модель прямой ОП



- $A \in \Pi_1; B \in \Pi_2$

$\ell(AB) \rightarrow$ прямая ОП

$zA = 0 \rightarrow \ell \cap \Pi_1 = A$

горизонтальный след прямой ℓ

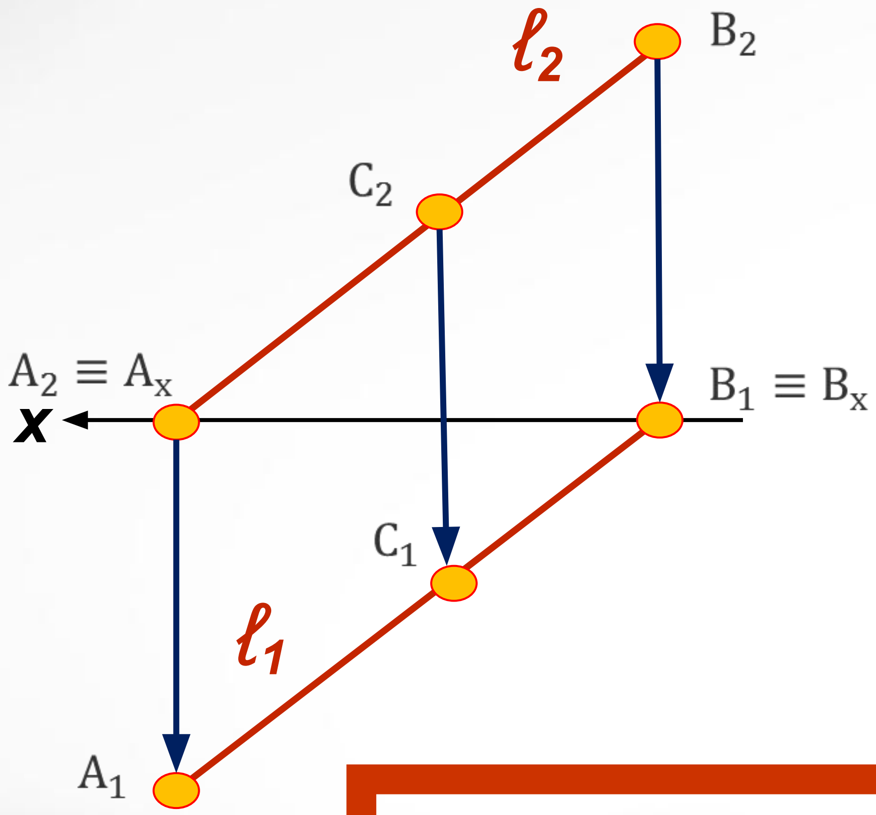
$yB = 0 \rightarrow \ell \cap \Pi_2 = B$

фронтальный след прямой ℓ.

- Точка пересечения прямой с плоскостью проекций называется следом этой прямой

Проекции прямой о б щ е г о положения

Комплексный чертеж



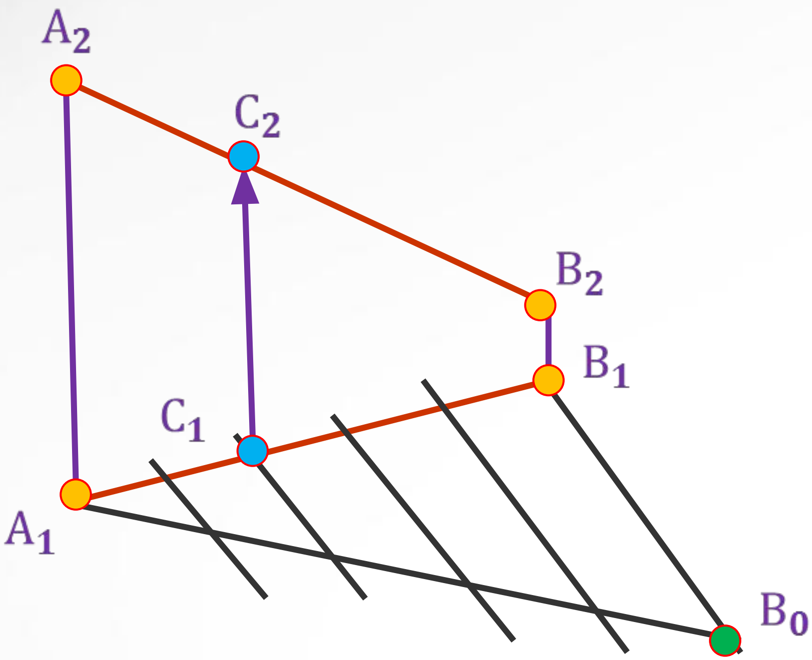
$\ell \nparallel x;\ \ell_1\ \ell_2 \nparallel x$

$\ell \perp x;\ \ell_1\ \ell_2 \perp x$

Точка принадлежит прямой, если ее проекции принадлежат одноименным проекциям прямой.

$$\boxed{C \in \ell \rightarrow C_1 \in \ell_1 \wedge C_2 \in \ell_2}$$

Деление отрезка в заданном отношении



Если точка делит отрезок прямой в данном отношении, то проекция этой точки поделит проекцию прямой в том же отношении.

Теорема Фалеса

- $$\frac{C_1A_1}{C_1B_1} = \frac{C_2A_2}{C_2B_2} = \frac{CA}{CB}$$

Прямые частного положения

Прямая частного положения параллельна или перпендикулярна одной из плоскостей проекций

Прямая, параллельная одной из плоскостей проекций, называется прямой уровня:

Горизонтальная прямая уровня (горизонталь) $h \parallel П_1$

Фронтальная прямая уровня (фронталь) $f \parallel П_2$

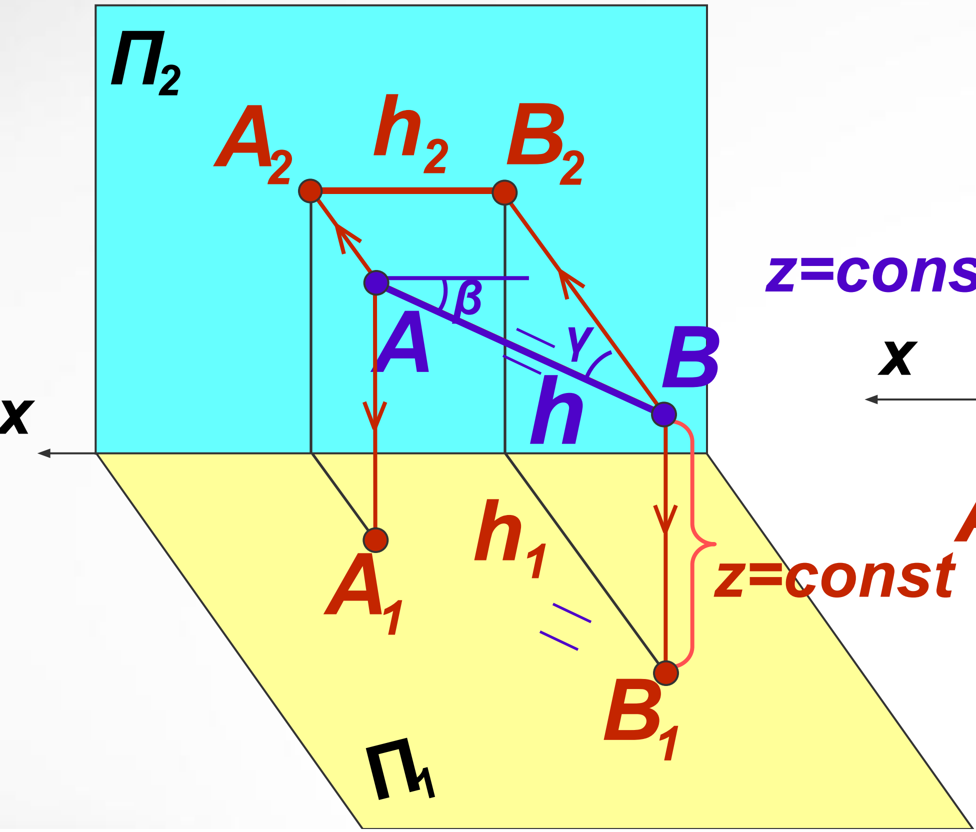
Профильная прямая $p \parallel П_3$

Особенности задания прямых уровня на комплексном чертеже:

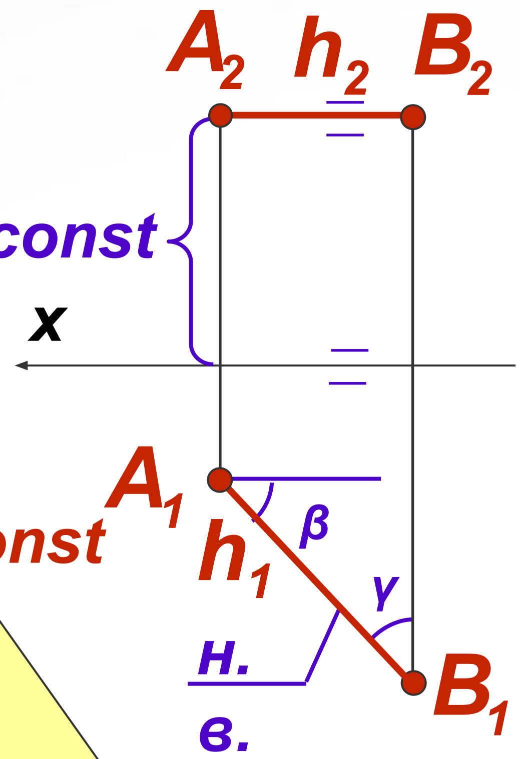
1. Одна из проекций прямых уровня перпендикулярна линиям связи установленного направления.
2. Одна из проекций прямой уровня параллельна самой прямой и дает истинную величину, а так же показывает без вспомогательных построений угол наклона к одной из плоскостей проекций (h,f) и к двум плоскостям проекций (p).

Прямые уровня: г о р и з о н т а л ь ($h \parallel \Pi_1$)

Пространственная картина



Комплексный чертеж

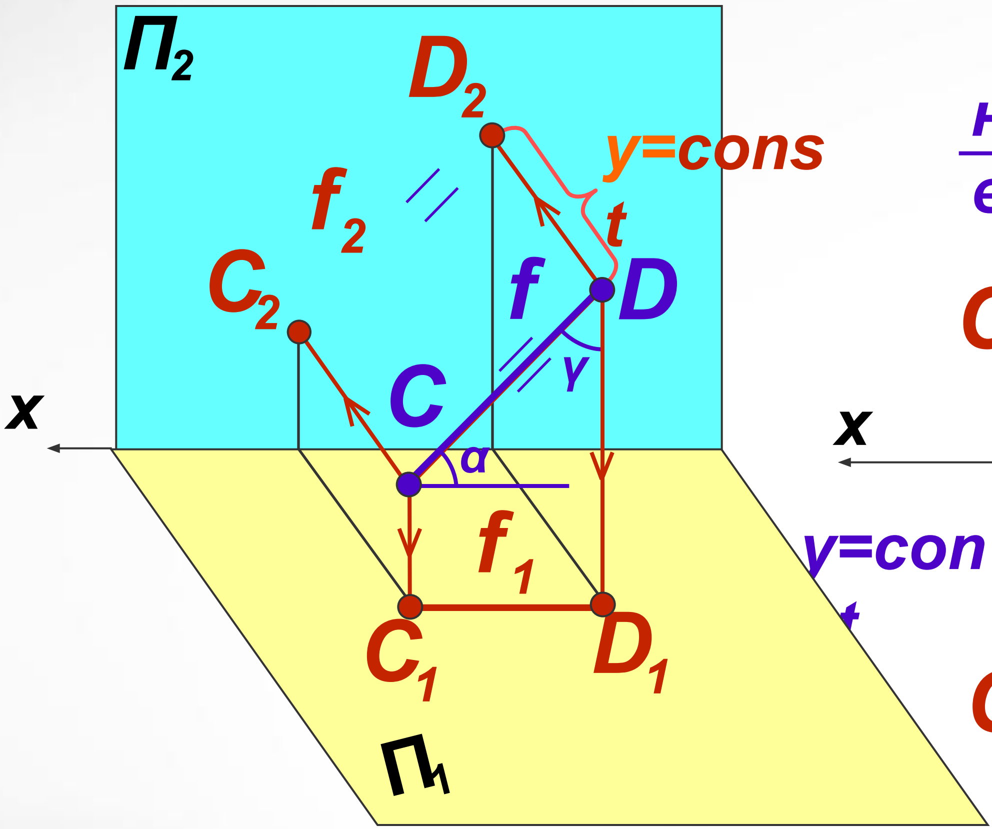


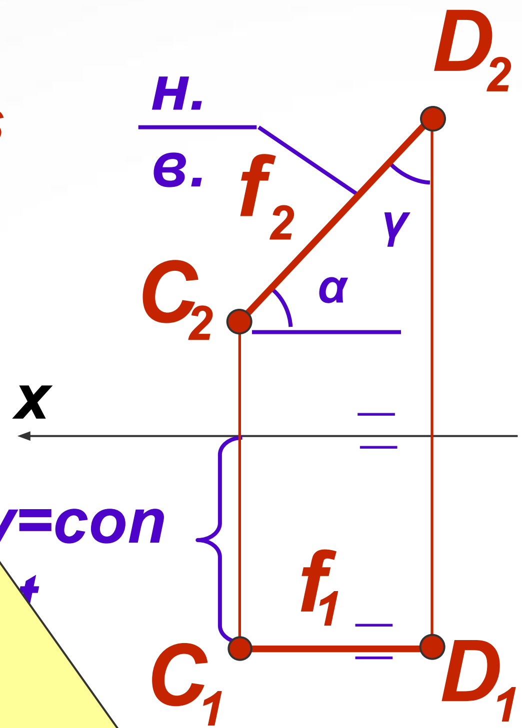
$$h \parallel \Pi_1;\ h_2 \parallel Ox$$
$$\wedge$$
$$\beta = |h\ \Pi_2|$$
$$\wedge$$
$$\beta = |AB\ \Pi_2|$$
$$\wedge$$
$$\gamma = |AB\ \Pi_3|$$

Все точки прямой *AB* равноудалены от горизонтальной плоскости проекций Π_1 и имеют одинаковую аппликату $z = const$. Фронтальная проекция горизонтали A_2B_2 параллельна оси *x*. Горизонтальная проекция горизонтали A_1B_1, углы β и γ изображаются в натуральную величину на Π_1

Прямые уровня: ф р о н т а л ь $(f \| \Pi_2)$

Пространственная картина **Комплексный чертеж**





$f \| \Pi_2;\ f_2 \| Ox$

$\alpha = |\widehat{f\,\Pi_1}|$

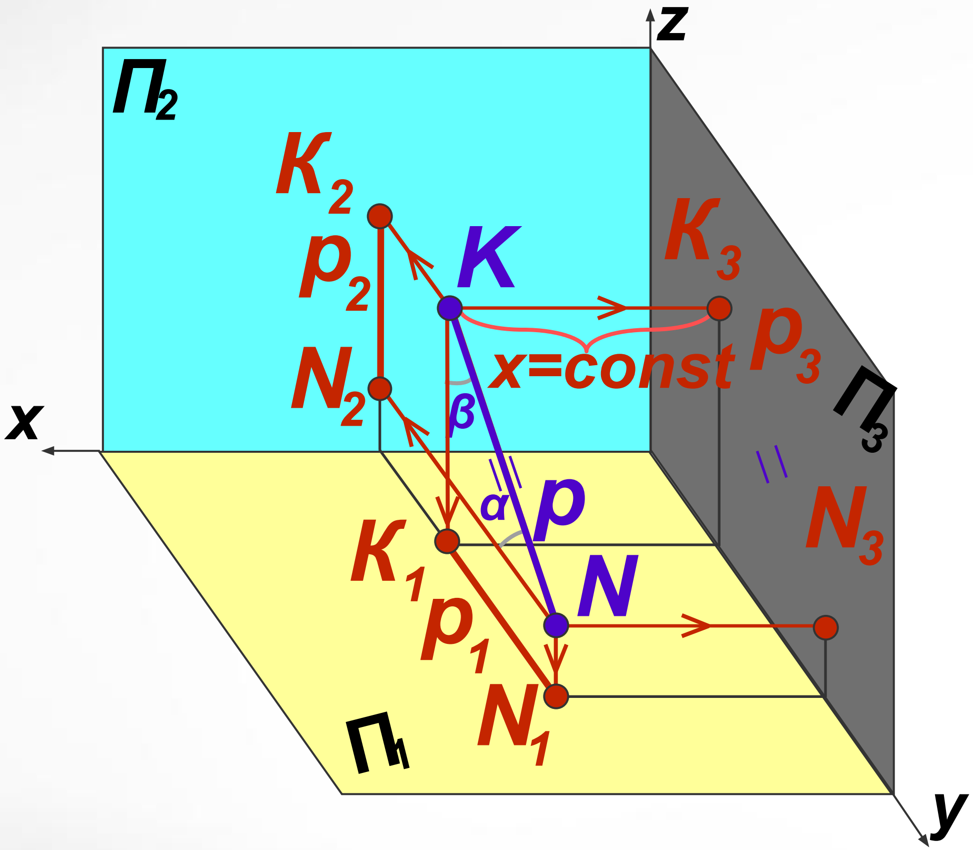
$\alpha = |\widehat{CD\,\Pi_1}|$

$\gamma = |\widehat{AB\,\Pi_3}|$

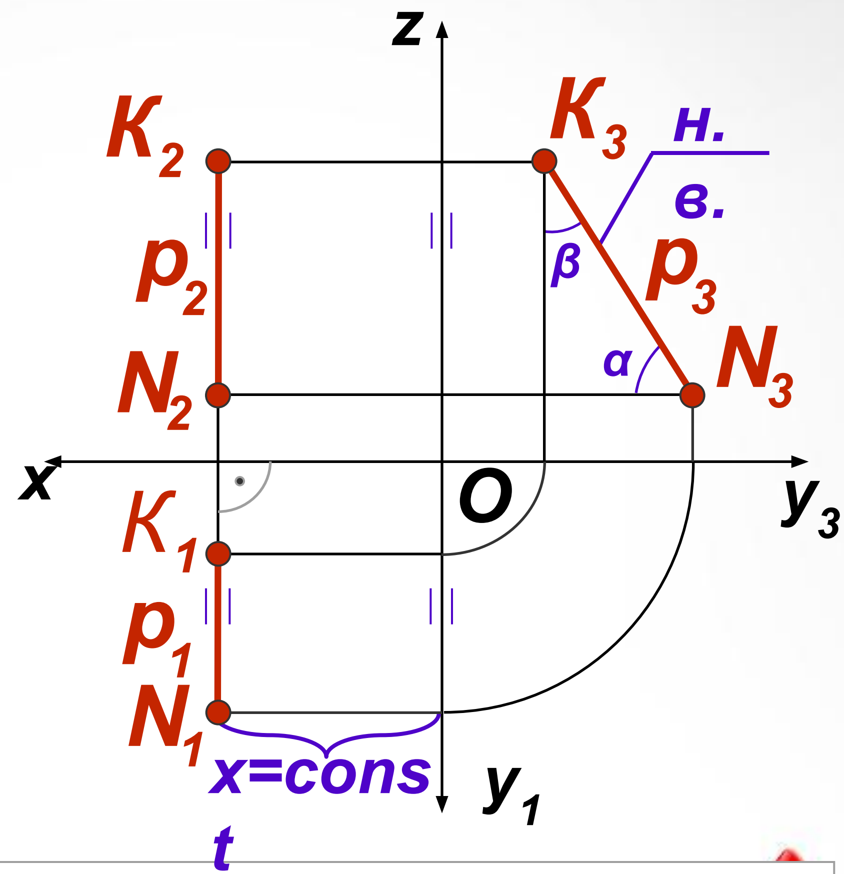
Все точки прямой *CD* равноудалены от фронтальной плоскости проекций Π_2 и имеют одинаковую координату *y* (*y*= *const*). Горизонтальная проекция фронтали $C_1 D_1$ параллельна оси *x*. Фронтальная проекция фронтали $C_2 D_2$, углы α и γ изображаются в натуральную величину на Π_2

Прямые уровня: п р о ф и л ь н а я прямая ($p \parallel П_3$)

Пространственная картина



Комплексный чертеж



Все точки прямой *KN* равноудалены от профильной плоскости проекций $П_3$ и имеют одинаковую координату *x* (*x= const*). Горизонтальная K_1N_1 и фронтальная K_2N_2 проекции прямой перпендикулярны оси *x*. Профиль-ная проекция K_3N_3, углы *α* и *β* имеют натуральную величину на $П_3$

Проецирующие прямые

Прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется проецирующей прямой:

Горизонтально проецирующая прямая $\perp \Pi_1$

Фронтально проецирующая прямая $\perp \Pi_2$

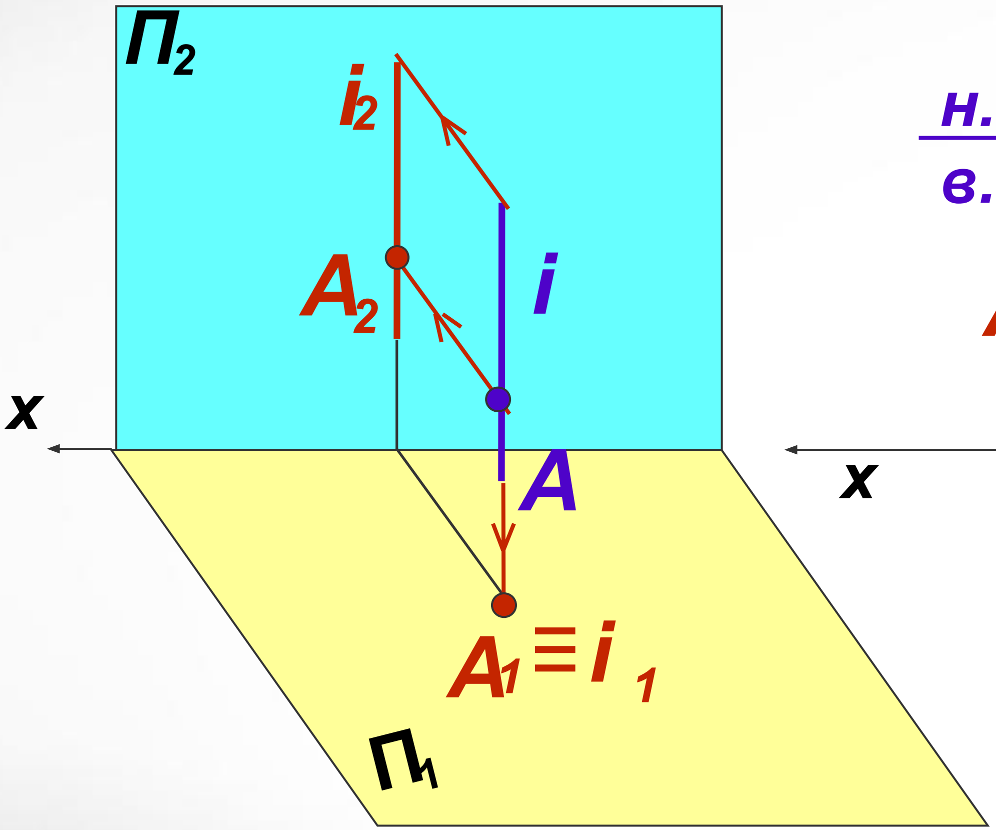
Профильно проецирующая прямая $\perp \Pi_3$

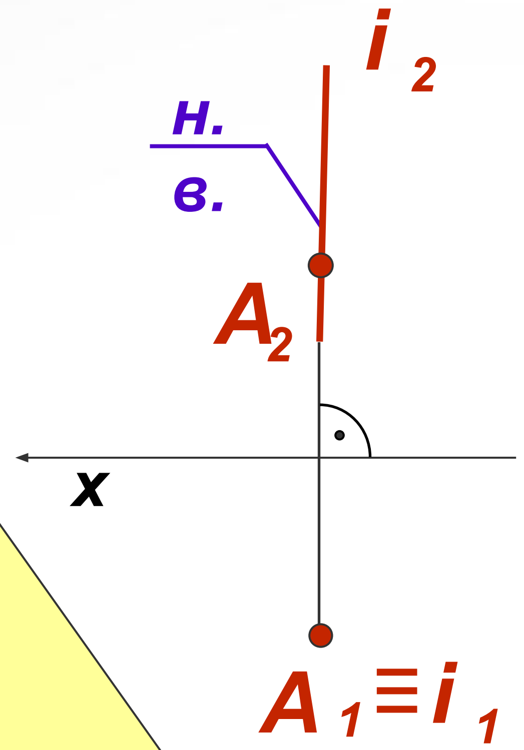
Отличительным признаком проецирующих прямых на комплексном чертеже является то, что одна из проекций прямой , которой она перпендикулярна вырождается в точку (след прямой).

Все точки, принадлежащие проецирующей прямой,

Горизонтально проецирующая прямая ($\perp\Pi_1$)

Пространственная картина **Комплексный чертеж**





$i \perp \Pi_1$;

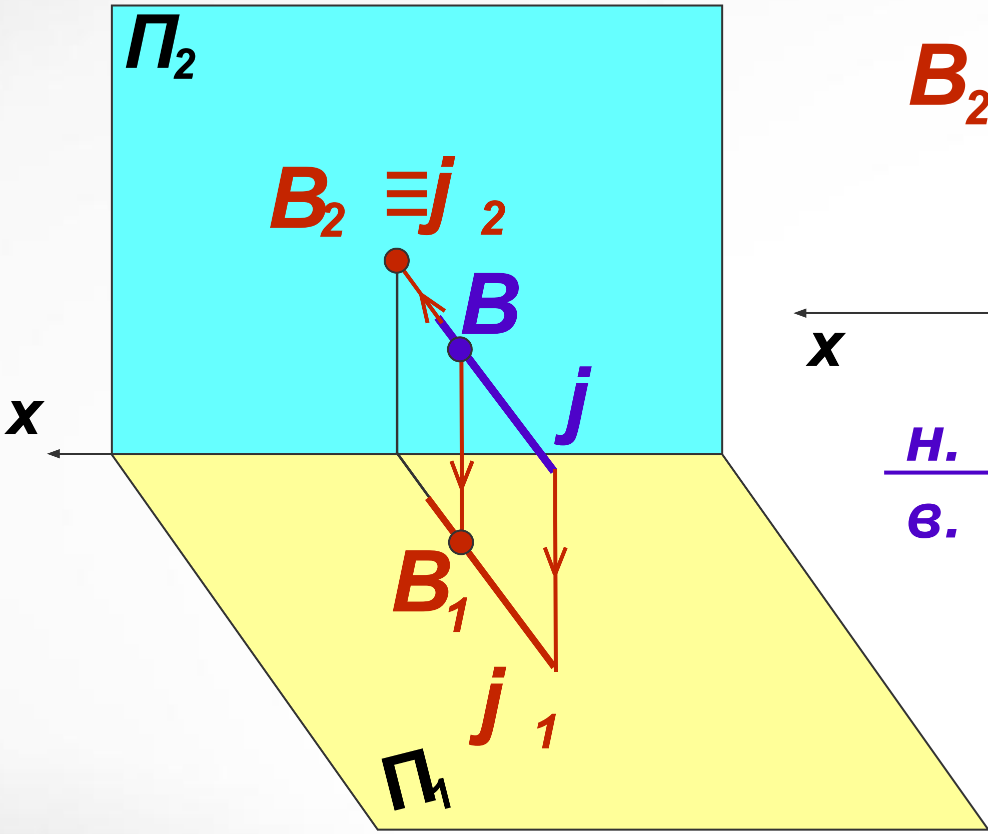
$i \parallel \Pi_2 \parallel \Pi_3$ – Н.В.

$A \in i \perp \Pi_1 \Rightarrow A_1 \equiv i_1$

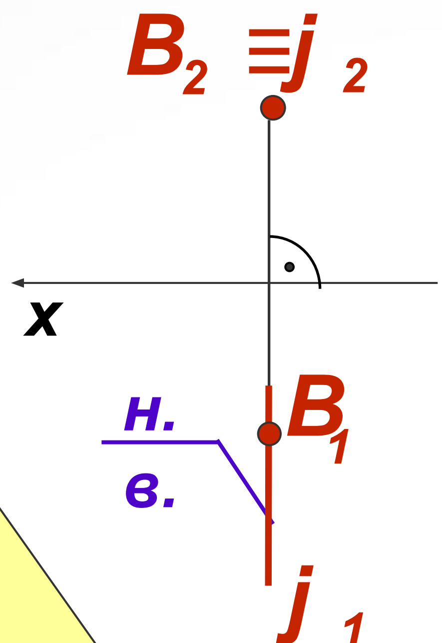
Прямая перпендикулярна $П_1$, поэтому ее горизонтальная проекция i_1 вырождается в точку. Относительно $П_2$ и $П_3$ прямая параллельна и изображается на этих плоскостях проекций в натуральную величину. Проекция i_2 перпендикулярна оси координат *x*

Фронтально проецирующая прямая ($\perp \Pi_2$)

Пространственная картина



Комплексный чертеж



$j \perp \Pi_2;$

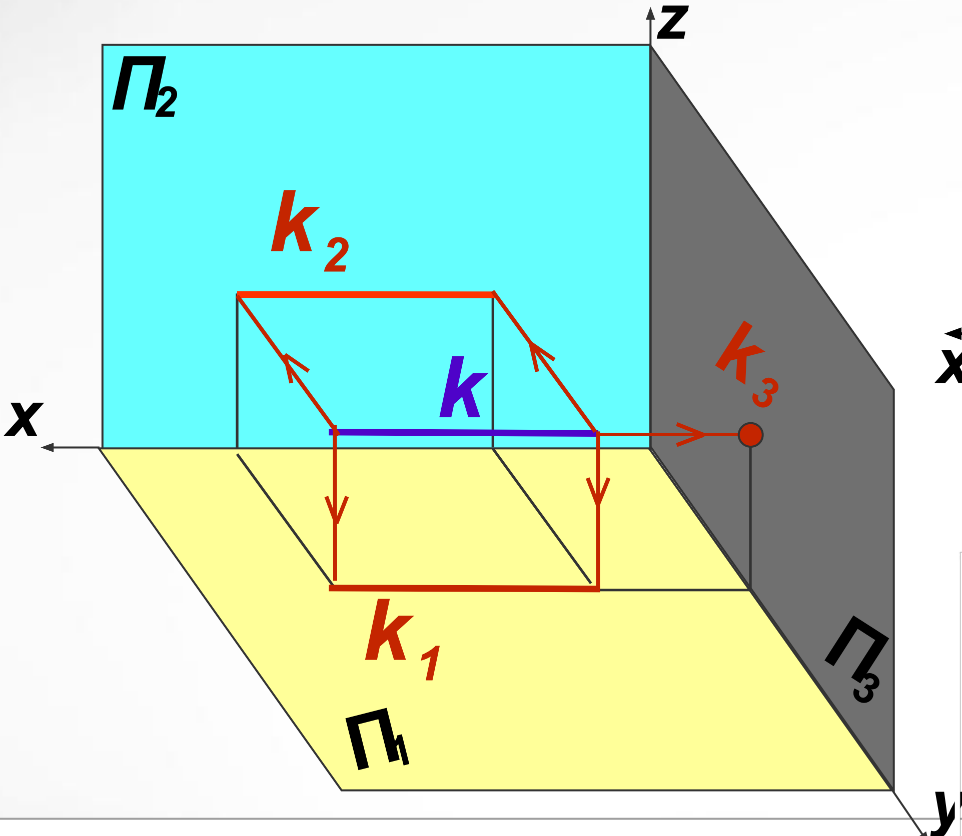
$j \parallel \Pi_1 \parallel \Pi_3$ – Н.В.

$B \in j \perp \Pi_2 \Rightarrow B_2 \equiv j_2$

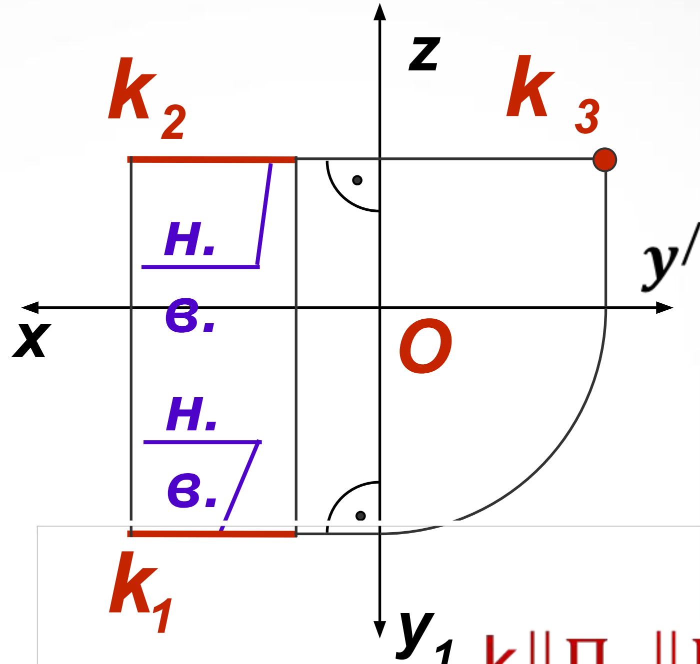
Прямая перпендикулярна фронтальной плоскости проекций $П_2$ и парал-лельна $П_1$ и $П_3$. Фронтальная проекция j_2 вырождается в точку. На $П_1$ и $П_3$ прямая проецируется в натуральную величину. Проекция j_1 перпендикулярна оси координат x

Профильно проецирующая прямая ($\perp П_3$)

Пространственная картина



Комплексный чертеж

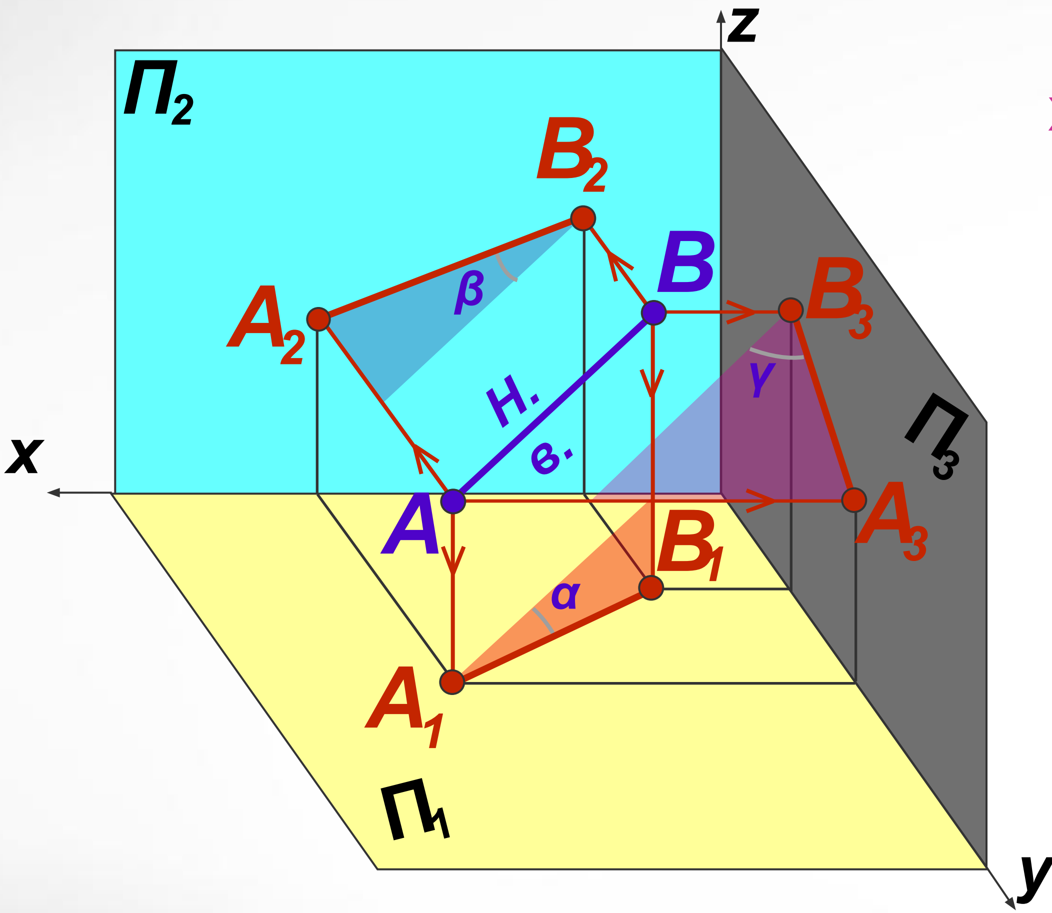


$k \perp П_3;$

$k \parallel П_1 \parallel П_2 - Н.В.$

Прямая перпендикулярна $П_3$, ее профильная проекция k_3 вырождается в точку. Относительно $П_1$ и $П_2$ прямая параллельна, на этих плоскостях ее проекции имеют натуральную величину. Горизонтальная и фронталь-ная проекции прямой перпендикулярны осям *y* и *z*, соответственно

Положение прямой ОП относительно плоскостей проекций



Метрические характеристики отрезка:

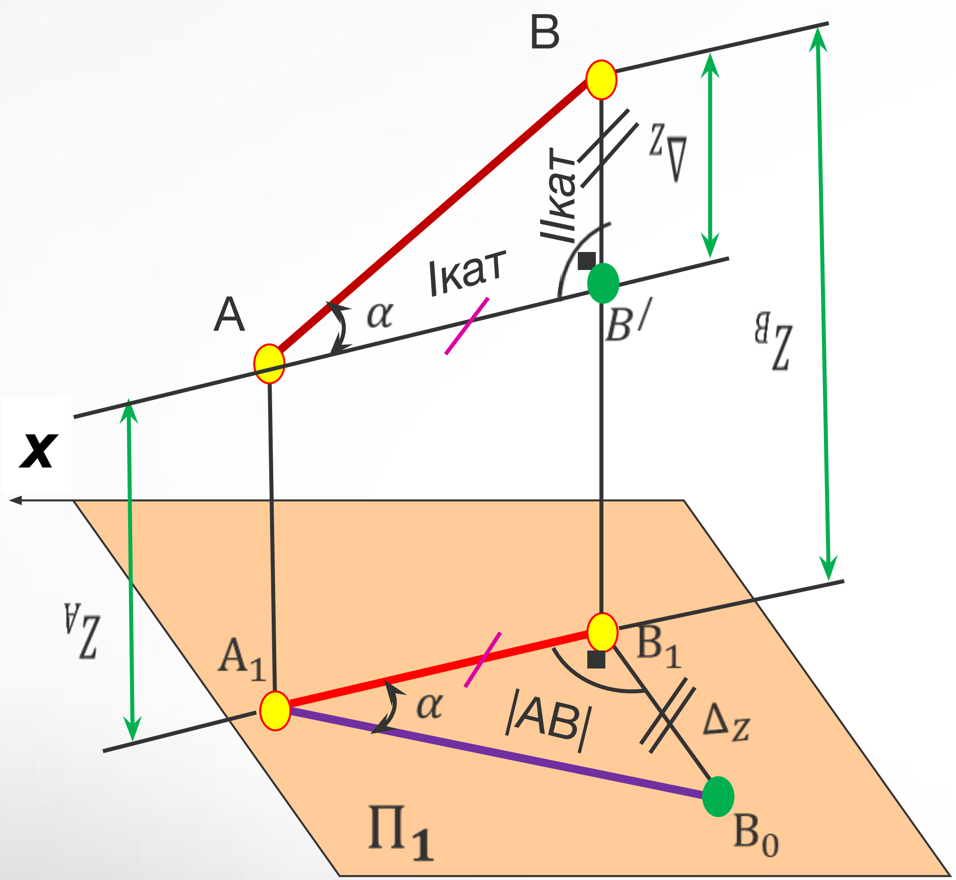
н.в. – натуральная величина отрезка;

α – угол наклона отрезка к плоскости $П_1$;

β – угол наклона отрезка к плоскости $П_2$;

γ – угол наклона отрезка к плоскости $П_3$

Натуральная величина отрезка прямой ОП. Метод прямоугольного треугольника.



- I кат. = $A_1 B_1$

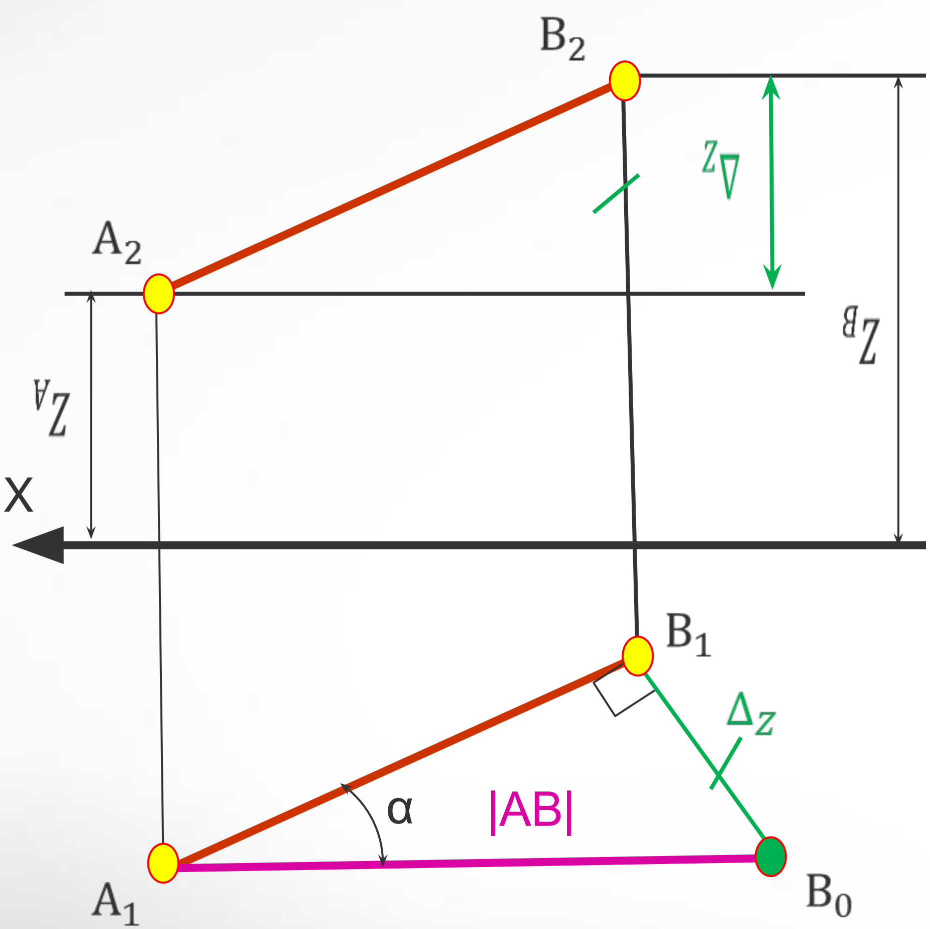
II кат.= $\Delta z = Z_B - Z_A$

$\wedge$

$\alpha = |AB\ \Pi_1|$

$|A_1 B_0| = |AB|$

Правило прямоугольного треугольника



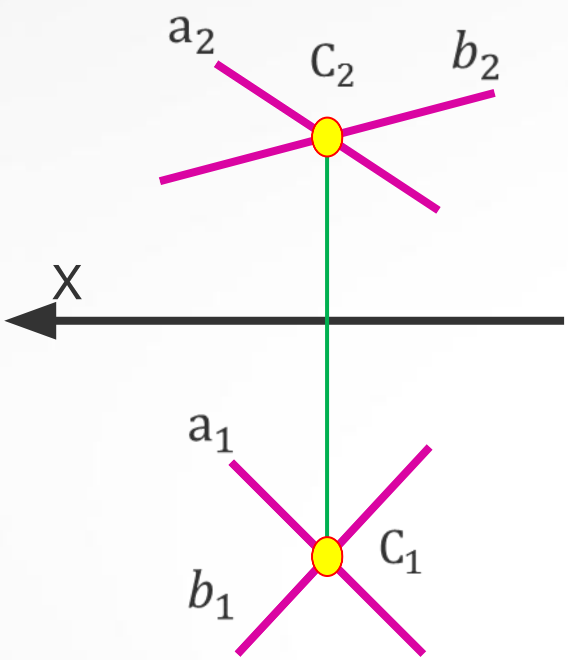
- Натуральной величиной отрезка является гипотенуза прямоугольного треугольника, у которого одним из катетов равен проекции отрезка на плоскости проекций, вторым катетом - разность расстояний от концов отрезка до данной плоскости проекций. Угол наклона отрезка к той или иной плоскости проекций равен углу между гипотенузой - Н.В. и катетом- проекцией на эту плоскость проекций.

$$\alpha = |\widehat{AB\,\Pi_1}|$$

$$\beta = |\widehat{AB\,\Pi_2}|$$

$$\gamma = |\widehat{AB\,\Pi_3}|$$

Взаимное положение прямых на комплексном чертеже



Прямые называются пересекающимися, если они имеют единственную общую точку. Они всегда лежат в одной плоскости.

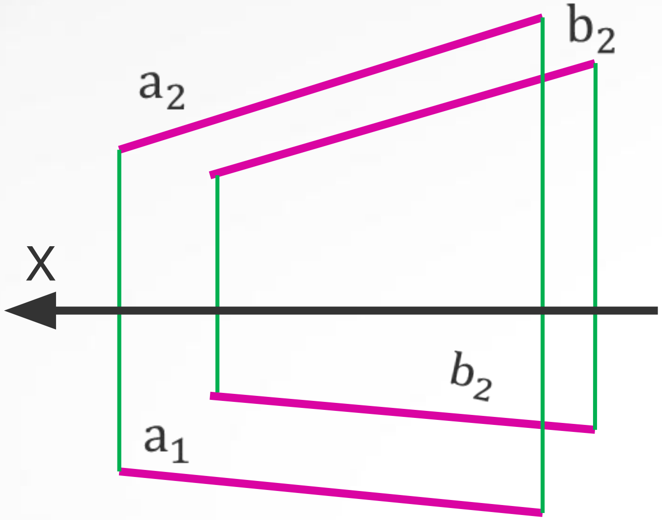
$$a \cap b = C$$

На основании свойства принадлежности:

$$a \cap b = C \Rightarrow \begin{cases} a_1 \cap b_1 = C_1 \\ a_2 \cap b_2 = C_2 \end{cases}$$

Графический признак $a \cap b$: точки пересечения одноименных проекций лежат на одной линии связи, установленного направления .

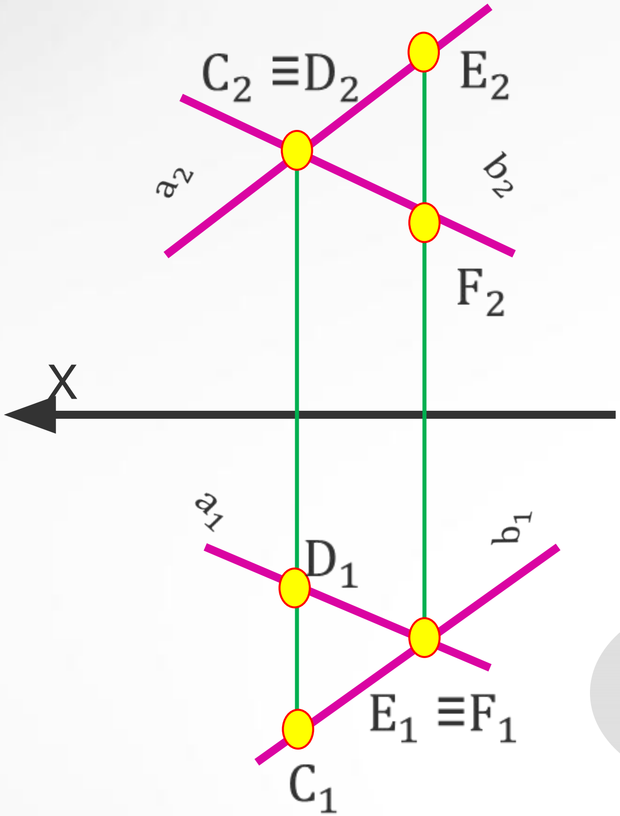
Параллельные прямые



Если прямые в пространстве параллельны, то их одноименные проекции тоже параллельны.

$$a \| b \Rightarrow \begin{cases} a_1 \| b_1 \\ a_2 \| b_2 \end{cases}$$

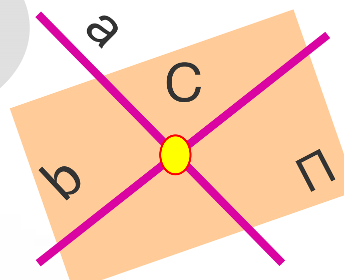
Скрещивающиеся прямые



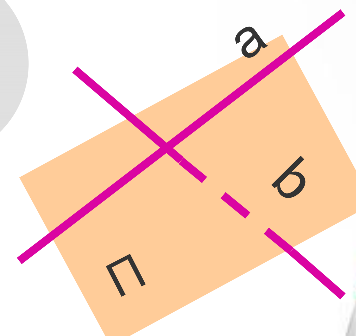
Если прямые не параллельны и не пересекаются, то они называются скрещивающимися прямыми, которые лежат в параллельных плоскостях и не имеющие общих точек.

Через скрещивающиеся прямые невозможно провести плоскость, т.к. если одна прямая будет принадлежать плоскости, то другая будет пересекать эту плоскость.

$a \cap b = C$



$a \dot{-} b$



Графический признак скрещивающихся прямых:

точки пересечения одноименных проекций прямых никогда не находятся на одной линии связи.

Спасибо за внимание!
Желаю удачи!