Системы счисления

Системы счисления

Система счисления - совокупность приемов и правил для записи чисел цифровыми знаками.

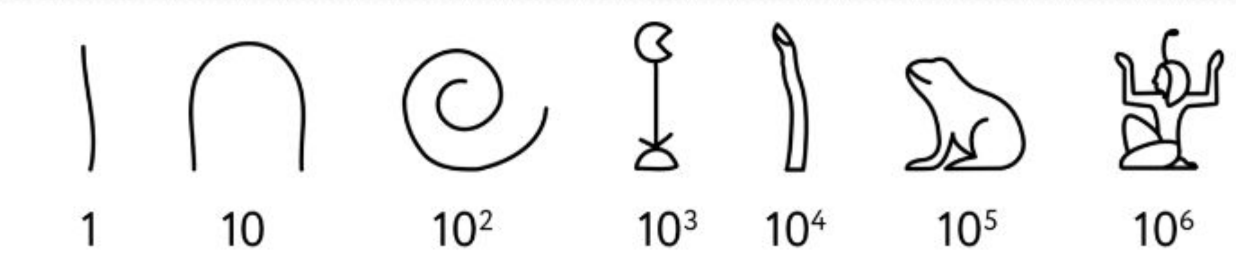
Системы счисления

позиционные

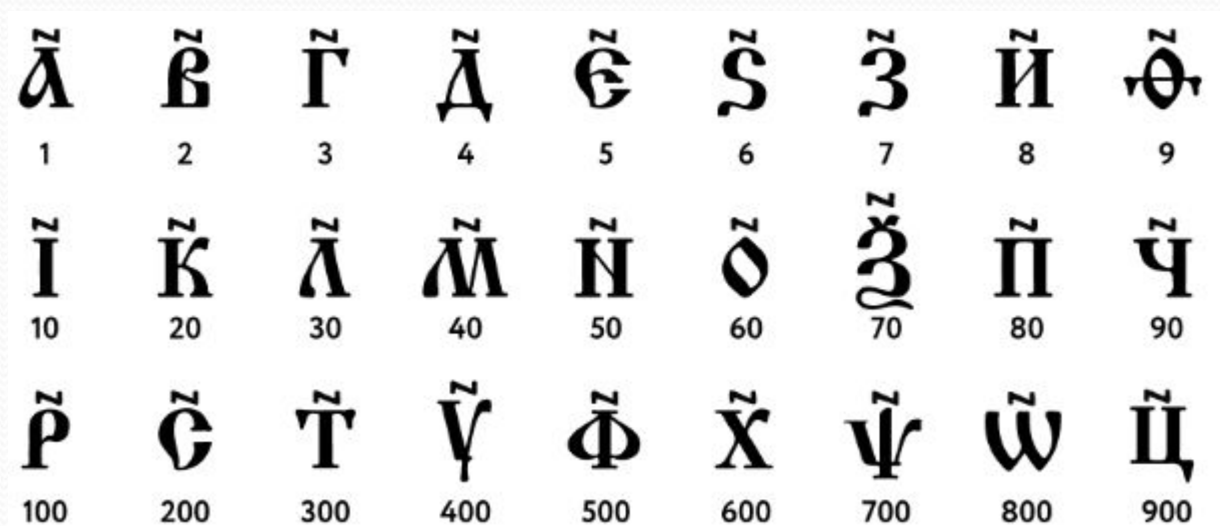
непозиционные

Непозиционной системой называется такая, в которой количественное значение каждой цифры не зависит от занимаемой ей позиции в изображении числа (римская система счисления).

Непозиционная система счисления — система, в которой значение цифры чётко определено и не зависит от её позиции в числе.

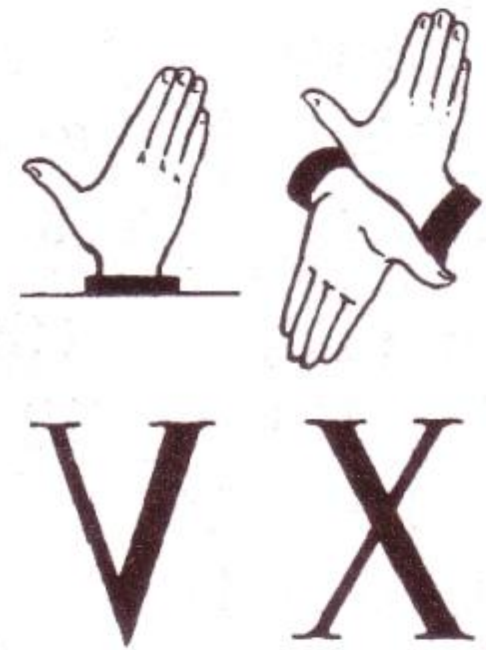


Древнеегипетская



Древнеславянская

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000



В Римской СС не может быть более трёх одинаковых цифр подряд. Поэтому, например, число 4 записывается как IV, а не IIII.

***Правило** римской системы счисления:*

Если цифра в числе стоит перед большей цифрой, её значение вычитается из числа, в противном случае прибавляется.

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Пример: MCMXLVI

M C M X L V I

1000 > 100 < 1000 > 10 < 50 > 5 > 1

1000 - 100 + 1000 - 10 + 50 + 5 + 1 = 1946

Недостатки римской записи:

- сложность выполнения арифметических операций;
- необходимость придумывать новые цифры для записи больших чисел.

Позиционной системой счисления называется такая, в которой количественное значение каждой цифры зависит от её позиции в числе (арабская система счисления).

Основание системы счисления – количество знаков или символов, используемых для изображения числа.

Разряд — позиция цифры в записи числа. Разряды нумеруются справа налево, **начиная с нуля**.

Десятичная СС:

2 5 8 7 → 2 (тысячи)

5 (сотни)

8 (десятки)

7 (единицы)

7 8 5 2 7 (тысячи)

8 (сотни)

5 (десятки)

2 (единицы)

Позиционные системы счисления

Основание	Система счисления	Знаки
2	Двоичная	0,1
3	Троичная	0,1,2
4	Четвертичная	0,1,2,3
5	Пятиричная	0,1,2,3,4
8	Восьмиричная	0,1,2,3,4,5,6,7
10	Десятичная	0 – 9
12	Двенадцатиричная	0 – 9,A,B
16	Шестнадцатиричная	0 – 9,A,B,C,D,E,F

Соответствие чисел в основных системах счисления

Десятичная	Шестнадцатеричная	Восьмеричная	Двоичная
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	5	101
6	6	6	110
7	7	7	111
8	8	10	1000
9	9	11	1001
10	A	12	1010
11	B	13	1011
12	C	14	1100
13	D	15	1101
14	E	16	1110
15	F	17	1111

Две <u>формы представления чисел</u>:

-естественная форма с фиксированной точкой (запятой).

Например, **1,21**

-нормальная (экспоненциальная) форма или с плавающей точкой (запятой).

Например, $\mathbf{121*10^{-2}}$

Общий вид записи любого числа в позиционной системе счисления с основанием «Р»:

$$a_{m-1} {*} P^{m-1} + a_{m-2} {*} P^{m-2} + \ldots\ldots a_1 {*} P^{1} + a_0 {*} P^{0} + a_{-1} {*} P^{-1} + \ldots\ldots a_{-s} {*} P^{-s}$$

где: *m* – определяет положение цифры в числе, т.е. разряд, начиная с целой части влево;

s – разряд, начиная с дробной части вправо.

Максимальное целое число, которое может быть представлено в “m” разрядах:

$N_{max} = P^{m-1}$

Минимальное число, которое можно записать в “S “ разрядах дробной части:

$N_{min} = P^{-s}$

Общее количество чисел может быть:

$M = P^{m+s}$

Перевод в десятичную систему счисления

$1101_{(2)} \rightarrow X_{(10)}$

Разряд

$$\overset{3}{1}\ \ \overset{2}{1}\ \ \overset{1}{0}\ \ \overset{0}{1}_{(2)} = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 13_{(10)}$$

Основание СС

$341_{(8)} \rightarrow X_{(10)}$

$$\overset{2}{3}\ \ \overset{1}{4}\ \ \overset{0}{1}_{(8)} = 3*8^2 + 4*8^1 + 1*8^0 = 192 + 32 + 1 = 225_{(10)}$$

$A1F,4_{(16)} \rightarrow X_{(10)}$

$$\overset{2}{A}\ \ \overset{1}{1}\ \ \overset{0}{F}\ \ \overset{-1}{4}_{(16)} = 10*16^2 + 1*16^1 + 15*16^0 + 4*16^{-1} =$$

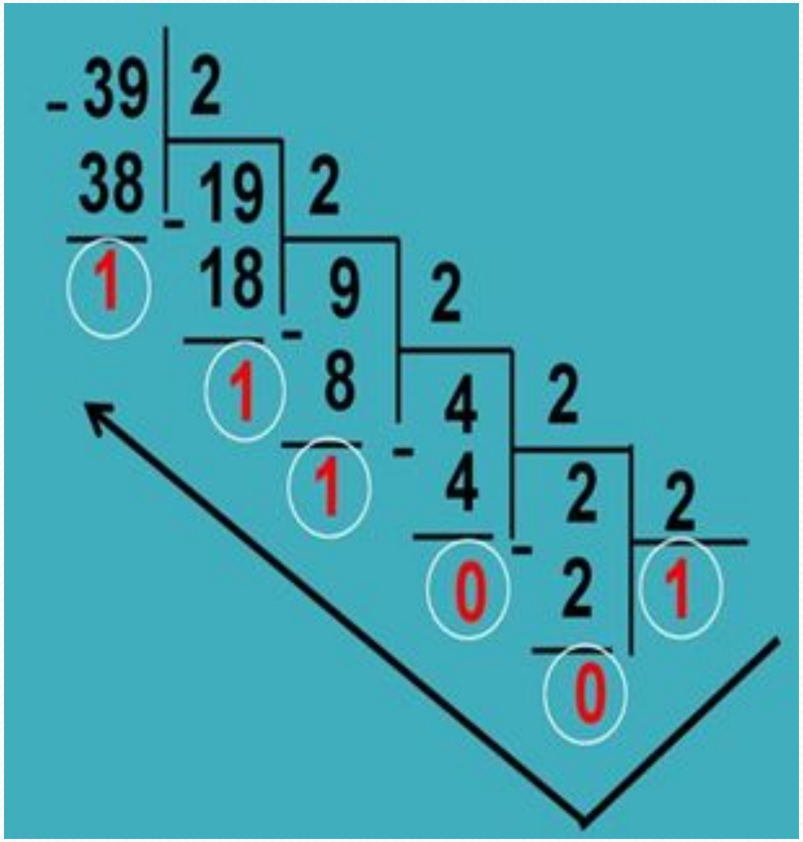
$$= 2591,25_{(10)}$$

Правила перевода чисел <u>из десятичной системы в двоичную</u>:

- целая и дробная часть переводятся порознь;
- для перевода целой части числа, целую часть необходимо разделить на основание системы, т. е. на 2 и продолжить делить частные от деления до тех пор, пока частное не станет равным 0;
- значения получившихся остатков, взятые в обратной последовательности образуют искомое двоичное число

Пример:

$39_{(10)} = ?_{(2)}$



	остаток
39:2=19	1
19:2=9	1
9:2=4	1
4:2=2	0
2:2=1	0
	1

Ответ: $100111_{(2)}$

Пример:
$0{,}73_{(10)} = 0{,}1011_{(2)}$

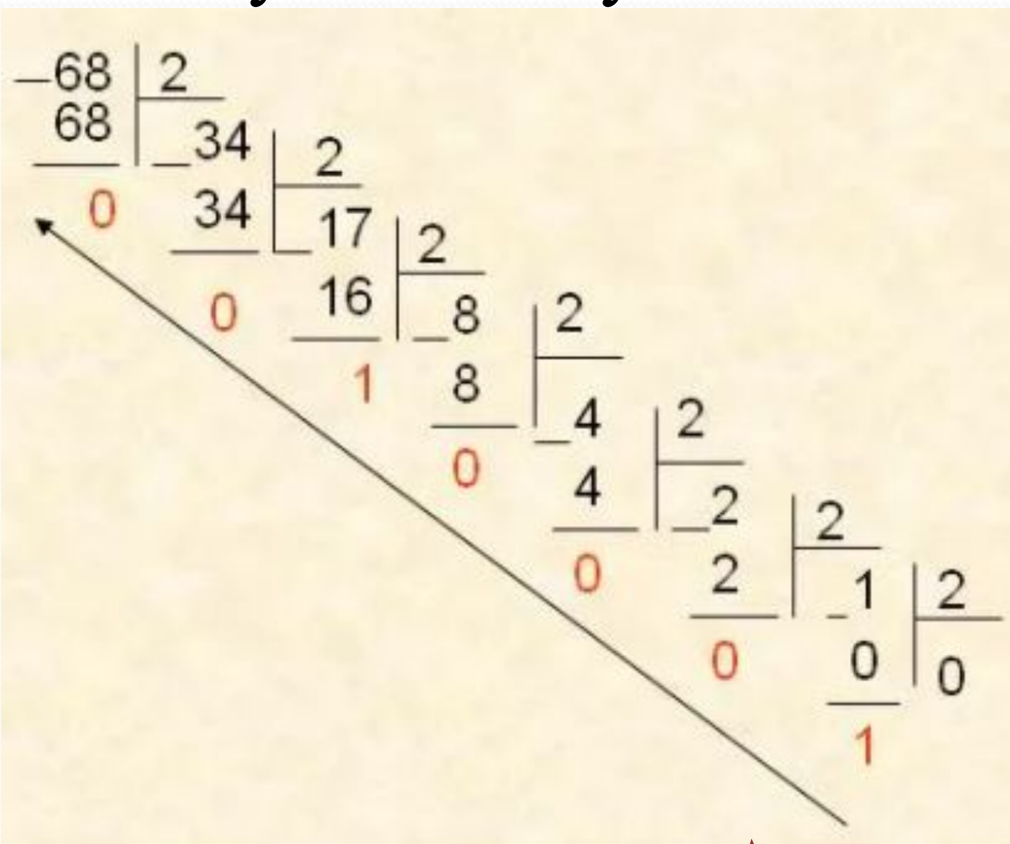
	Целая часть
0,73*2=1,46	1
0,46*2=0,92	0
0,92*2=1,84	1
0,84*2=1,68	1
...	...

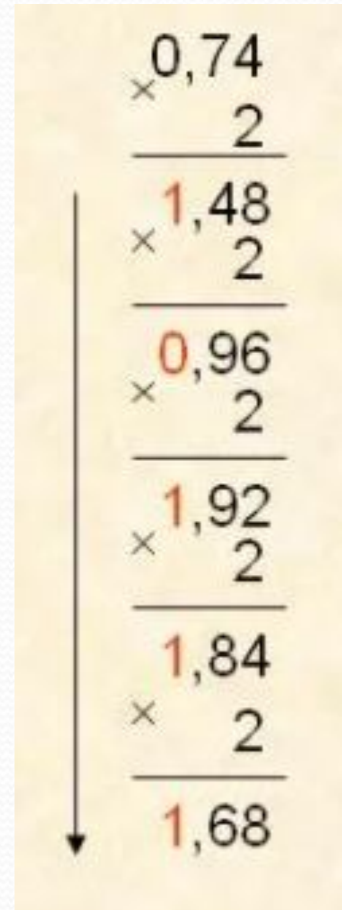
Пример:
$0{,}1875_{(10)} = 0{,}0011_{(2)}$

0,	1875
	x 2
0,	3750
	x 2
0,	7500
	x 2
1,	5000
	x 2
1,	0000

Пример:

Перевести число **68,74** из десятичной в двоичную систему счисления.



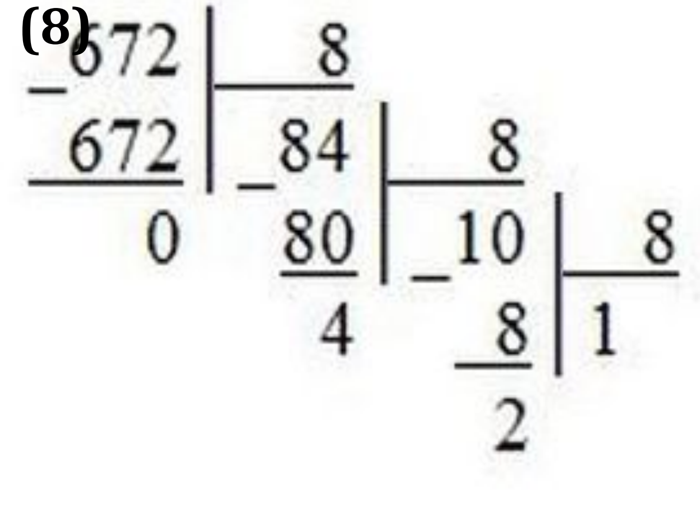


Ответ: 1000100,10111$_{(2)}$

Перевод из десятичной системы счисления в любую другую.

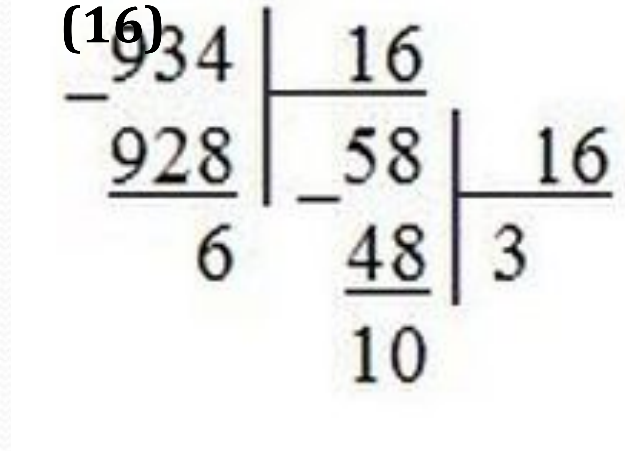
Чтобы перевести целое положительное десятичное число в систему счисления с другим основанием, нужно это число разделить на основание. Полученное частное снова разделить на основание, и дальше до тех пор, пока частное не окажется меньше основания. В результате записать в одну строку последнее частное и все остатки, начиная с последнего.

Пример:
$672_{(10)} \to X_{(8)}$



Ответ: $1240_{(8)}$

Пример:
$934_{(10)} \to X_{(16)}$



Ответ: $3A6_{(16)}$

Пример:

$0{,}35_{(10)} \rightarrow X_{(8)}$

$$
\begin{array}{r}
\times\; 0{,}35 \\
8 \\ \hline
2{,}80 \\
\times\; 8 \\ \hline
6{,}40 \\
\times\; 8 \\ \hline
3{,}20
\end{array}
$$

Ответ: $0{,}263_{(8)}$

Пример:

$0{,}35_{(10)} \rightarrow X_{(16)}$

$$
\begin{array}{r}
\times\; 0{,}35 \\
16 \\ \hline
5{,}60 \\
\times\; 16 \\ \hline
9{,}60
\end{array}
$$

Ответ: $0{,}59_{(16)}$

Перевод из двоичной системы в систему с основанием «степень двойки» (4, 8, 16 и т.д.).

Для преобразования двоичного числа в число с основанием «степень двойки» необходимо двоичную последовательность разбить на группы по количеству цифр равному степени справа налево и каждую группу заменить соответствующей цифрой новой системы счисления.

Таблицы соответствия

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Таблица триад

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Таблица тетрад

Задача:

Перевести *двоичное* **100001111010110** число в *восьмеричную* систему.

Решение:

разобьем число на группы по **3** символа ***<u>начиная справа</u>*** (т. к. $\mathbf{8=2^3}$), а затем воспользуемся таблицей соответствия и заменим каждую группу на новую цифру.

100001111010110

100 001 111 010 110

4 1 7 2 6

Ответ: $100001111010110_{(2)} = 41726_{(8)}$

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Задача:

Перевести *двоичное* 1100001111010110 число в *шестнадцатеричную* систему.

Решение:

разобьем число на группы по **4** символа ***<u>начиная справа</u>*** (т. к. $\mathbf{16=2^4}$), а затем воспользуемся таблицей соответствия и заменим каждую группу на новую цифру.

$\leftarrow$

1100001111010110

1100 0011 1101 0110

C 3 D 6

Ответ: $1100001111010110_{(2)} = C3D6_{(16)}$

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Задача:

Перевести *двоичное* **1100011101,01** число в *восьмеричную* систему.

Решение:

разобьем число на группы по **3** символа (т.к. **$8=2^3$**) ***<u>начиная справа</u>*** *для* ***<u>целой части</u>*** *и* ***<u>начиная слева</u>*** *для* ***<u>дробной части</u>***, затем заменим каждую группу на новую цифру.

1100011101, 01

001 100 011 101 , 01**0**

1 4 3 5 , 2

Ответ: $1100011101{,}01_{(2)} = 1435{,}2_{(8)}$

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Домашняя работа:

Все задания расписываем полностью (подробно). Прописывая каждый этап решения.

Задания:

1. Перевести число **MMCDXCIV** с римской СС в десятичное.
2. Записать число **1845** при помощи римской СС.
3. Выполнить $\mathbf{31_{(10)} \rightarrow X_{(2)}}$; $\mathbf{0{,}12_{(10)} \rightarrow X_{(2)}}$.
4. Выполнить $\mathbf{11011{,}1_{(2)} \rightarrow X_{(10)}}$; $\mathbf{131{,}01_{(8)} \rightarrow X_{(10)}}$.
5. Написать число **11,5** в нормальной (экспоненциальная) форме или с плавающей точкой (запятой).