

Поле в диэлектрике

1. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d=5\text{мм}$ друг от друга, приложено напряжение $U=150\text{В}$. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка фарфора толщиной $b=3\text{мм}$. Найти напряженности электрического поля E_1, E_2 в воздухе и фарфоре. Диэлектрическая проницаемость фарфора равна 6.

Дано: $d=5\text{см}$,

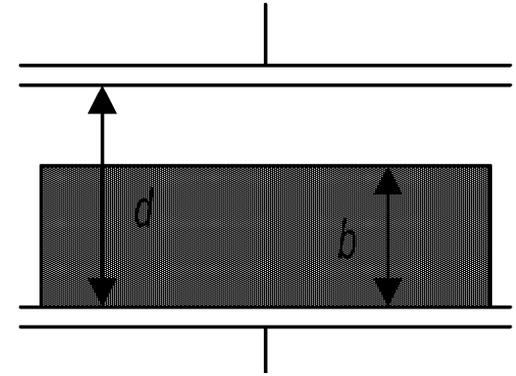
$U=150\text{В}$,

$b=3\text{мм}$

Найти: E_1, E_2 - ?

$$U = U_1 + U_2$$

$$D_{1n} = D_{2n}$$



$$\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_2$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1$$

$$U = E_1(d - b) + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1 b$$

$$E_1 = \frac{U \varepsilon_2}{\varepsilon_2(d - b) + \varepsilon_1 b}$$

Ответ: $E_1 = 60\text{кВ/м}$; $E_2 = 10\text{кВ/м}$.

2. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S=0,01\text{м}^2$, расстояние между ними $d=5\text{мм}$. К пластинам приложена разность потенциалов $U_1=300\text{В}$. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется эбонитом. Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения? Найти емкости конденсатора C_1, C_2 и поверхностные плотности заряда σ_1, σ_2 на пластинах до и после заполнения.

Дано:

$$S=0,01\text{м}^2,$$

$$d=5\text{мм},$$

$$U_1=300\text{В}, .$$

Найти: $U_2,$

$$C_1, C_2, \sigma_1, \sigma_2$$

-?

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d}$$

$$q_1 = q_2$$

$$C_1 U_1 = C_2 U_2$$

$$U_2 = \frac{C_1}{C_2} U_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} U_1$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{q}{S} = \frac{C_1 U_1}{S} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 U_1}{d}$$

Ответ:

3. Решить предыдущую задачу для случая, когда заполнение пространства между пластинами диэлектриком производится при включенном источнике напряжения.

Дано:

$$S=0,01\text{м}^2,$$

$$d=5\text{мм},$$

$$U_1=300\text{В}$$

Найти: U_2 ,

$$C_1, C_2, \sigma_1, \sigma_2$$

-?

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d}$$

$$q_1 = \frac{C_1}{C_2} q_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} q_2$$

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{S} = \frac{C_1 U}{S} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 U}{d}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{S} = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 U}{d}$$

$$U=U_1=U_2$$

$$q_1 = C_1 U$$

$$q_2 = C_2 U$$

Ответ:

4. Площадь пластин плоского конденсатора $S=0,01\text{м}^2$, расстояние между ними $d=1\text{см}$. К пластинам приложено напряжение $U=300\text{В}$. В пространстве между пластинами находятся плоскопараллельная пластинка стекла толщиной $b=0,5\text{см}$ и плоскопараллельная пластинка парафина толщиной $c=0,5\text{см}$. Найти напряженность электрического поля E_1, E_2 и падение потенциала U_1, U_2 в каждом слое. Каковы будут при этом емкость конденсатора C и поверхностная плотность заряда σ на пластинах?

Дано:

$$S=0,01\text{м}^2,$$

$$d=1\text{см},$$

$$U=300\text{В},$$

$$b=0,5\text{см},$$

$$c=0,5\text{см},$$

$$\varepsilon_2 = 2$$

$$\varepsilon_1 = 6$$

Найти: $E_1,$
 $E_2,$ $U_1,$ $U_2,$
 $C,$ σ - ?

$$U=U_1+U_2$$

$$\begin{cases} U = E_1 b + E_2 c \\ \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_2 \end{cases}$$

$$E_1 = \frac{U \varepsilon_2}{\varepsilon_2 b + \varepsilon_1 c}$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1$$

$$\begin{cases} E_2 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} \\ U = E_1 b + \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2} c = E_1 \left(b + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} c \right) \end{cases}$$

$$U_1 = E_1 b = \frac{U \varepsilon_2 b}{\varepsilon_2 b + \varepsilon_1 c}$$

$$U_2 = E_2 c = \frac{U \varepsilon_1 c}{\varepsilon_2 b + \varepsilon_1 c}$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{b} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{c}$$

$$C = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{\varepsilon_1 c + \varepsilon_2 b} =$$

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{UC}{S} =$$

Ответ: $E_1 = 15 \text{ кВ/м}$; $E_2 = 45 \text{ кВ/м}$; $U_1 = 75 \text{ В}$,
 $U_2 = 225 \text{ В}$; $C = 26,6 \text{ пФ}$; $\sigma = 0,8 \text{ мкКл/м}^2$.

5. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d=1\text{см}$ друг от друга, приложено напряжение $U_1=100\text{В}$. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка бромистого таллия толщиной $b=9,5\text{мм}$ с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=173$. После отключения конденсатора пластинку вынимают. Каково будет после этого напряжение U_2 на пластинах конденсатора ?

Дано: $d=1\text{см}$,
 $U_1=100\text{В}$,
 $b=9,5\text{мм}$, $\varepsilon=173$,
Найти: U_2 - ?

$$q = C_1 U_1 = C_2 U_2$$

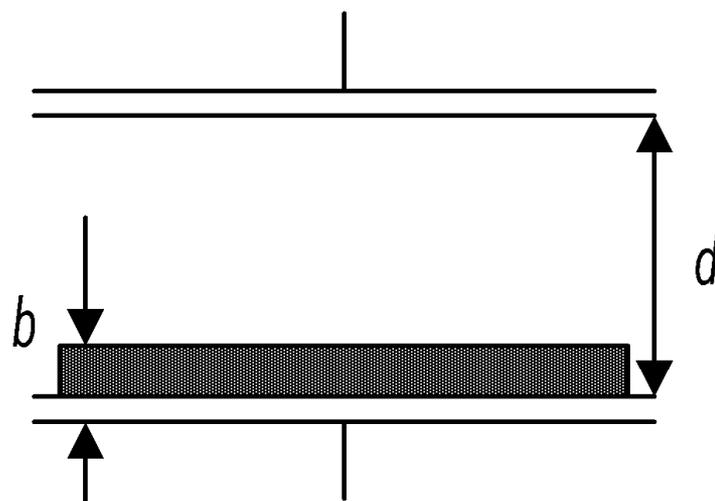
$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C_1' = \frac{\varepsilon_0 S}{d - b}$$

$$C_2' = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{b}$$

$$C_1 = \frac{C_1' C_2'}{C_1' + C_2'} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{[(1 - \varepsilon_2)b + \varepsilon_2 d]}$$

$$U_2 = \frac{C_1}{C_2} U_1 \quad U_2 = \frac{\varepsilon_2 U_1 d}{[(1 - \varepsilon_2)b + \varepsilon_2 d]}$$



Ответ: $U_2=1,8\text{кВ}$

6. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и заряжен до энергии $W=20\text{мкДж}$. После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора, совершив работу $A=70\text{мкДж}$. Найти диэлектрическую проницаемость ε диэлектрика.

Дано:

$W=20\text{мкДж}$,

$A=70\text{мкДж}$.

Найти: ε - ?

$$A = W_2 - W_1$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C_1} \quad C_2 = \frac{C_1}{\varepsilon}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C_2} = W_1 \varepsilon$$

$$A = W_1 (\varepsilon - 1)$$

Ответ:

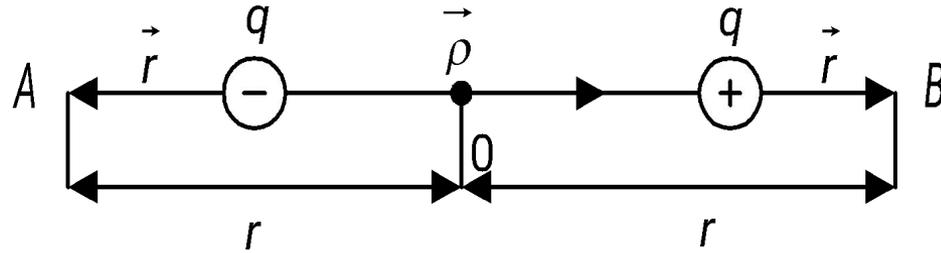
7. Электрическое поле создается точечным диполем с электрическим моментом $p=0,1 \text{ нКл} \cdot \text{м}$. Чему равна разность потенциалов $\Delta\phi$ между двумя точками, расположенными симметрично на оси диполя на расстоянии $r=10 \text{ см}$ от его центра?

Дано:

$p=0,1 \text{ нКл} \cdot \text{м}$,

$r=10 \text{ см}$.

Найти: $\Delta\phi$ - ?



$$\varphi = \frac{\rho \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\alpha_A = \pi \quad (\cos \pi = -1)$$

$$\alpha_B = 0 \quad (\cos 0 = 1)$$

$$\Delta\varphi = |\varphi_B - \varphi_A| = \frac{2\rho}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Ответ: $\Delta\phi=180\text{В}$.

8. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом. Площадь пластин конденсатора $S=0,01\text{м}^2$. Пластины конденсатора притягиваются друг к другу с силой $F=4,9\text{мН}$. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

Дано:

$$S=0,01\text{м}^2,$$

$$F=4,9\text{мН}$$

Найти:

$$\sigma' = ?$$

$$F = qE \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \quad q = \sigma S$$

$$F = \frac{\sigma S \cdot \sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0} \quad F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2}$$

$$E = \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon\varepsilon_0 S}}$$

$$E = E_0 - E'$$

$$E_0 = \varepsilon E$$

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

$$E = \varepsilon E - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \quad \sigma' = \varepsilon_0 E (\varepsilon - 1)$$

$$\sigma' = 6 \text{ мкКл} / \text{м}^2$$

9. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком. Расстояние между пластинами $d=2\text{мм}$. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U_1=0,6\text{кВ}$. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, разность потенциалов на пластинах возрастет до $U_2=1,8\text{кВ}$. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике и его диэлектрическую восприимчивость χ .

Дано:

$$d=2\text{мм},$$

$$U_1=0,6\text{кВ},$$

$$U_2=1,8\text{кВ},$$

Найти: χ - ?

$$\sigma' = ?$$

$$q_1 = q_2 = q$$

$$U_1 C_1 = U_2 C_2$$

$$C_1 = \varepsilon C_2$$

$$\varepsilon = \frac{C_1}{C_2} = \frac{U_2}{U_1}$$

$$\sigma' = P_n$$

$$\sigma' = \varepsilon_0 E (\varepsilon - 1)$$

$$E = U_1 / d$$

$$\sigma' = \varepsilon_0 \frac{U_1}{d} \left(\frac{U_2}{U_1} - 1 \right)$$

$$\chi = \varepsilon - 1 = \frac{U_2}{U_1} - 1$$

$$\sigma' = 5,3 (\text{мкКл} / \text{м}^2)$$

$$\chi = 2$$

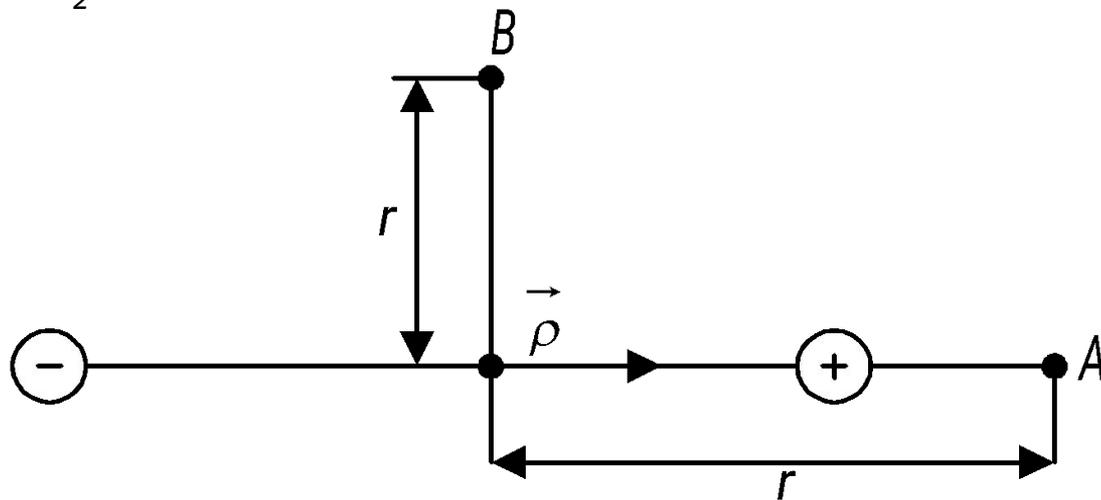
10. Найти напряженность поля E , созданного диполем, электрический момент которого $p=6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м, на расстоянии $r=3 \cdot 10^{-7}$ см от середины диполя в точке, лежащей: а) на продолжении диполя; б) на перпендикуляре к диполю.

Дано:

$$p=6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \\ \cdot \text{м}, \\ r=3 \cdot 10^{-7} \text{ см}.$$

Найти:

- а) E_1 ;
б) E_2 .



$$E = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha}$$

$$\alpha = 0$$

$$E_A = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\frac{\pi}{2} (\cos \frac{\pi}{2} = 0)$$

$$E_B = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Ответ: а) $E=4,1 \cdot 10^6$ В/м; б) $E=2 \cdot 10^6$ В/м.

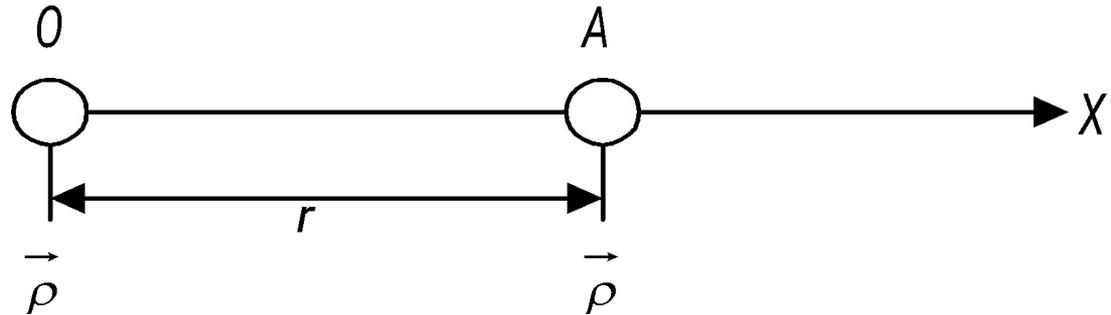
11. Найти силу взаимодействия F двух молекул воды, электрические моменты которых расположены вдоль одной прямой. Молекулы находятся на расстоянии $r = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ друг от друга. Электрический момент молекулы воды $p = 6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}$.

Дано:

$$r = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ см},$$

$$p = 6,2 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}.$$

Найти: F - ?



$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha$$

$$E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 x^3} \sqrt{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$\cos 0 = 1$$

$$E(x) = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 x^3}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{3p}{2\pi\epsilon_0 x^4}$$

$$F_x = -\frac{3p^2}{2\pi\epsilon_0 x^4}$$

Ответ: $F = -5,3 \cdot 10^{-14} \text{ Н}$.

12. Диполь с электрическим моментом $p=5,1 \cdot 10^{-29} \text{ Кл} \cdot \text{ м}$ находится на расстоянии $r=10 \text{ см}$ от длинного провода однородно заряженного с линейной плотностью заряда $\tau=72 \text{ нКл/м}$. Найти модуль силы F , действующей на диполь, если вектор p направлен нормально к проводу.

Дано:

$$p=5,1 \cdot 10^{-29} \text{ Кл} \cdot \text{ м},$$

$$r=10 \text{ см},$$

$$\tau=72 \text{ нКл/м}.$$

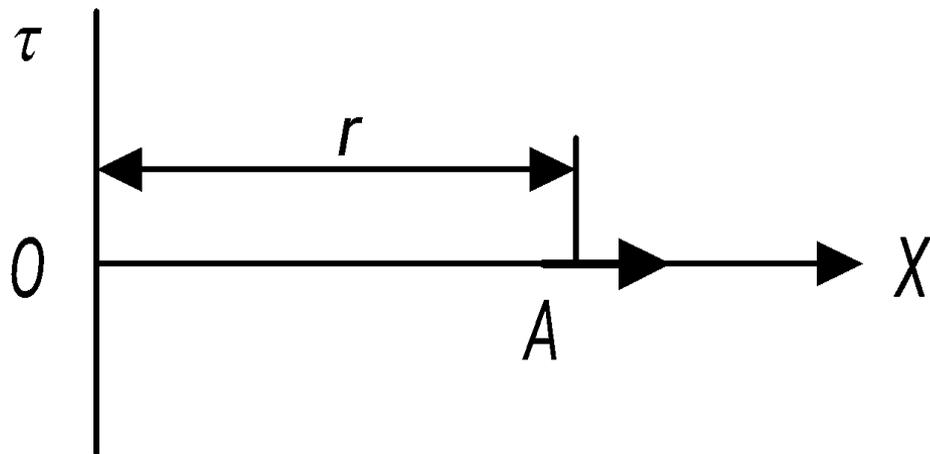
Найти: F - ?

$$F_r = \rho \frac{\partial E}{\partial r} \cos \alpha$$

$$\cos 0 = 1$$

$$\frac{\partial E}{\partial r} = - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$F = - \frac{\rho\tau}{2\pi\epsilon_0 r^2}$$



Ответ: $F=-6,6 \cdot 10^{-24} \text{ Н}.$