Измерения в геометрии

Понятие объема

Часть пространства, занимаемого геометрическим телом , называется *объемом* этого тела

Любая фигура на плоскости имеет свою **площадь**

Любое тело в пространстве обладает **объемом**

S – это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

V – это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

Равные фигуры имеют равные площади

Равные тела имеют равные объемы

Если фигура, составлена из нескольких фигур, то её площадь равна сумме площадей этих фигур

Если тело разбито на части, то объем равен сумме объемов этих частей

В качестве единицы измерения площади обычно берут квадрат со стороной равной единице измерения отрезков

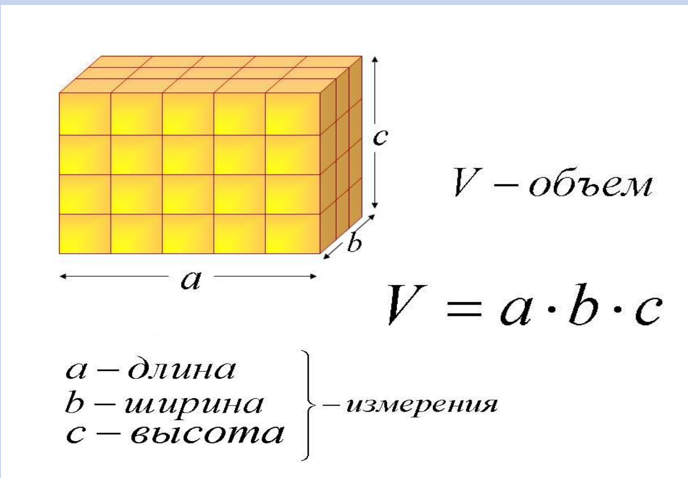
Объем куба, ребро которого равно единице длины, равен единице

Объём прямоугольного параллелепипеда

Теорема:

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений.

a,b,c – измерения прямоугольного параллелепипеда.



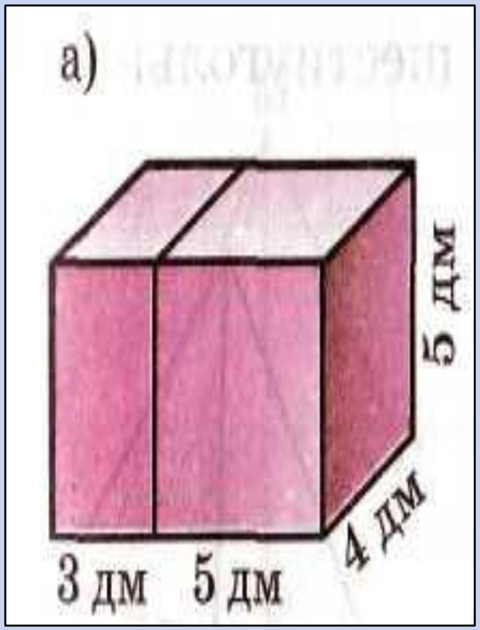
$$V = abc$$

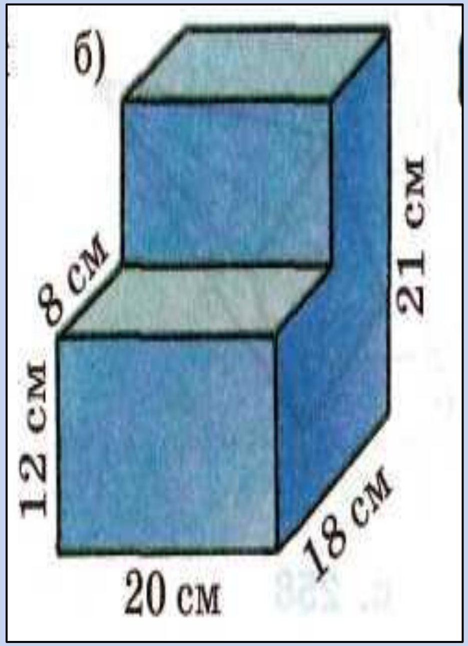
Следствие :

объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

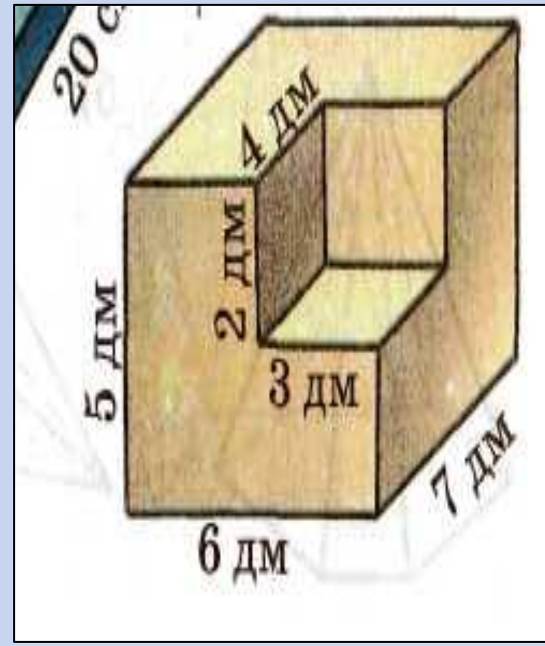
$$V = abc = Sh$$

Найдите объем тела





б)6120см^3

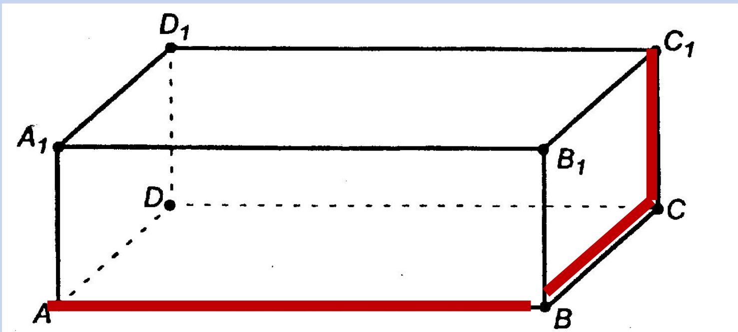


а) 160дм^3

в)186дм^3

Кирпич размером 25 Х 12 Х 6,5 см
имеет массу 3,51 кг.
Найдите его плотность.

Задача №4



Дано:
Параллелепипед
длина a =AB =25 см;
ширина b=BC=12 см;
высота c=CC_1=6,5 см
масса 3,51 кг
Найти: *p* плотность

Решение:

1. Формула плотности $\rho = \dfrac{m}{V}$

2. Формула объема параллелепипеда $V = abc$

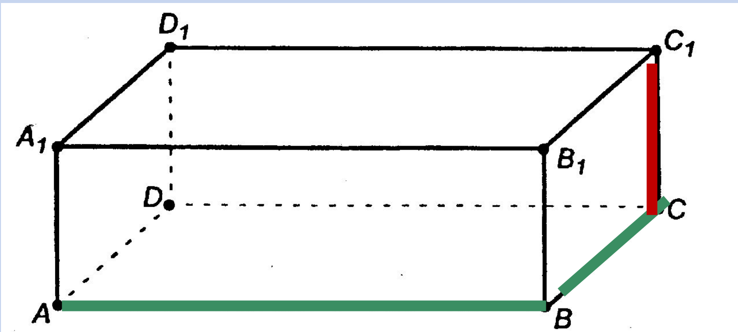
3. Плотность кирпича вычислим по формуле $\rho = \dfrac{m}{abc}$

$$\rho = \frac{3{,}51 \hat{e}\tilde{a}}{(25 \bullet 12 \bullet 6{,}5)\tilde{n}\grave{i}^{\,3}} = \frac{3510\tilde{a}}{1950\tilde{n}\grave{i}^{\,3}} \quad = 1{,}8\frac{\tilde{a}}{\tilde{n}\grave{i}^{\,3}}$$

$$\hat{I}\grave{o}\hat{a}\mathring{a}\grave{o} \quad : 1{,}8\frac{\tilde{a}}{\tilde{n}\grave{i}^{\,3}}$$

Задача №5

Требуется установить резервуар для воды емкостью 10 м^3 на прямоугольной площадке размером 2,5 Х 1,75 м, служащей для него дном. Найдите высоту резервуара.



Дано:
Параллелепипед
объем V=10м^3;
длина a =AB =2,5 м
ширина b=BC=1,75 м;

Найти: высоту c=CC$_1$

Решение:

1. Формула объема параллелепипеда $$V = abc$$

2. Из формулы объема выразим высоту c=CC$_1$ $$c = \frac{V}{ab}$$

$$\tilde{n} = \frac{10\grave{\imath}^3}{(2,5 \bullet 1,75)\grave{\imath}^2} = \frac{10\grave{\imath}^3}{4,375\grave{\imath}^2} = 2,3\frac{\grave{\imath}^3}{\grave{\imath}^2} = 2,3\grave{\imath}$$

$$\hat{I}\grave{o}\hat{a}\mathring{a}\grave{o} \quad : 2,3\grave{\imath}$$

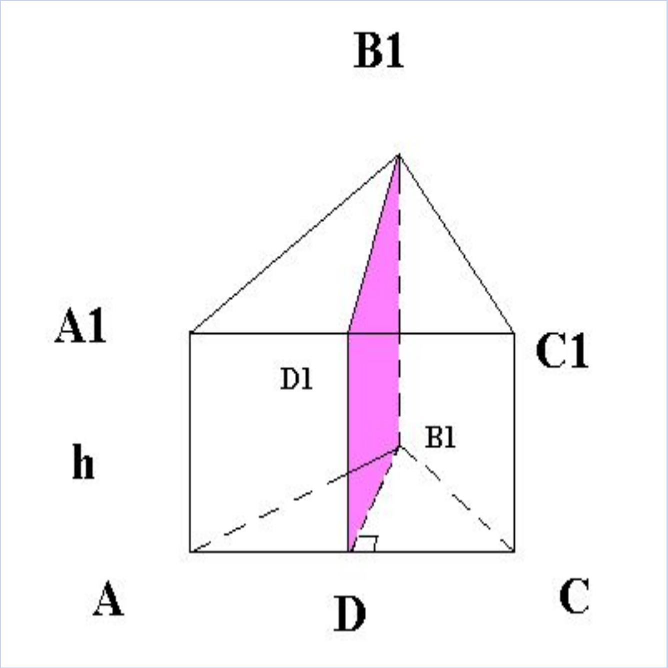
Объём призмы

Теорема:

Объем прямой призмы равен произведению площади основания на высоту

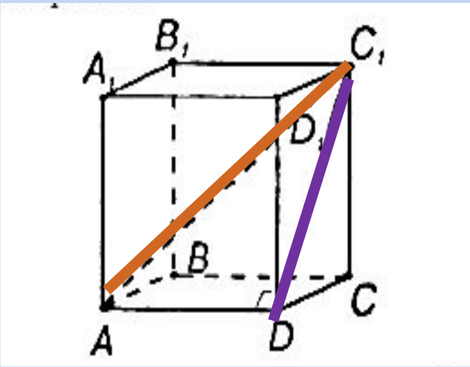
$$V = S_{ABC} \cdot h$$

$$V = S_{основания} \cdot h$$



Задача №8

Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 3,5 см, а диагональ боковой грани 2,5 см. Найдите объем призмы.



Дано:
Четырехугольная призма
AC_1= 3,5см – диагональ призмы;
DC_1 =2,5см – диагональ грани

Найти: V – объем призмы

Решение:

1. Формула объема призмы $V = S_{осн.} \bullet h$ $S_{осн} = AD*DC$, $h=CC_1$

2. Т.к. призма правильная все углы по 90^0,стороны основания равны

3. Рассмотрим треугольник AC_1D. По т. Пифагора найдем AD

$$AD = \sqrt{AC_1{}^2 - DC_1{}^2} = \sqrt{3{,}5^2 - 2{,}5^2} = \sqrt{6}(см)$$

4. Рассмотрим треугольник DC_1C. По т. Пифагора найдем C_1C

$$CC_1 = \sqrt{DC_1{}^2 - DC^2} \quad DC = AD \quad CC_1 = \sqrt{DC_1{}^2 - AD^2} = \sqrt{2{,}5^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{6{,}25 - 6} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5(см)$$

5. Найдем $S_{ABCD} = AD \bullet DC = \sqrt{6} \bullet \sqrt{6} = \sqrt{36} = 6(см^2)$

6. Найдем объема призмы по формуле $V = S_{осн.} \bullet h = 6см^2 \bullet 0{,}5см = 3см^3$

$Ответ: 3см^3$

Задача №9

Боковые ребра наклонной треугольной призмы равны 15 м, а расстояния между содержащими их параллельными прямыми 26 м, 25 м и 17 м. Найдите объем призмы.

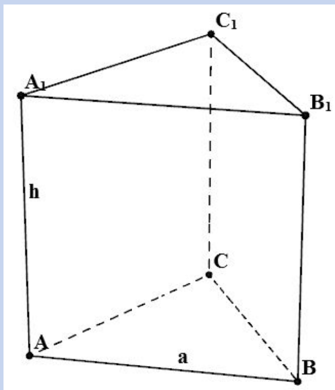
Дано:

Треугольная призма

AB= 26м;BC=25м; AC=17м

AA_1=h=15м

Найти: V – объем призмы



Решение:

1. Формула объема призмы $V = S_{\hat{\imath}\tilde{n}\acute{\imath}\,.} \bullet h$

2. По формуле Герона найдем площадь основания $S_\Delta = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}$

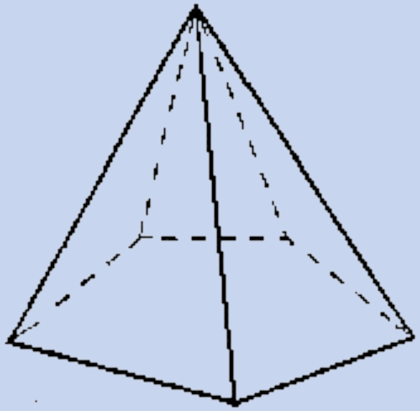
3. Найдем периметр треугольника ABC $p = \dfrac{26+25+17}{2} = \dfrac{68}{2} = 34\grave{\imath}$

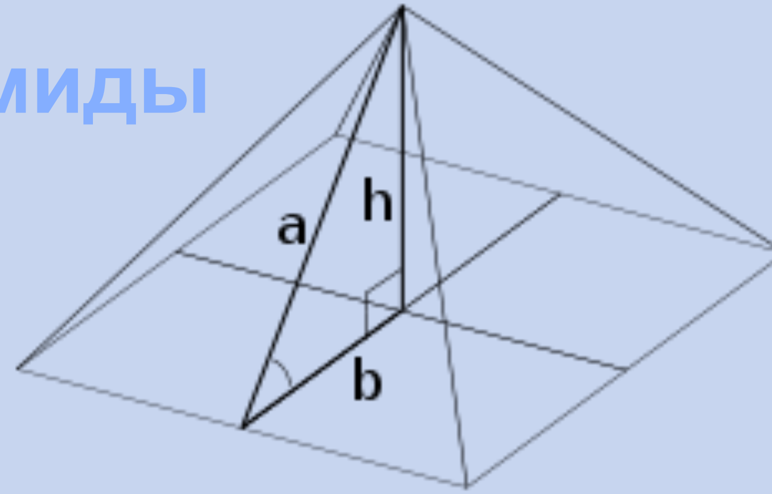
4. Тогда $S_\Delta = \sqrt{34(34-26)(34-25)(34-17)} = \sqrt{41616} = 204\grave{\imath}^2$

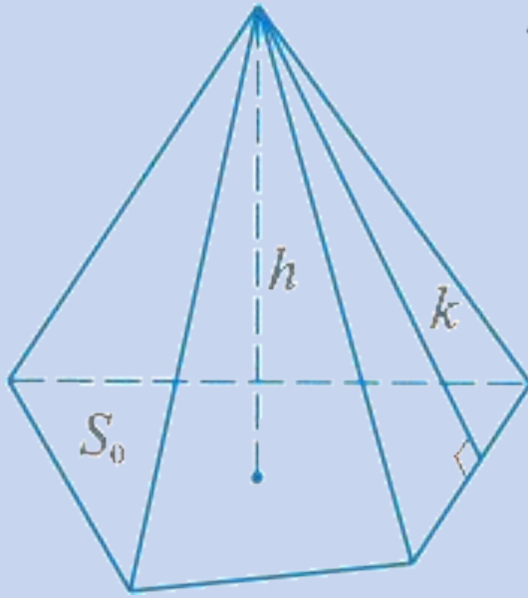
5. Найдем объем призмы по формуле $V = S_{\hat{\imath}\tilde{n}\acute{\imath}\,.} \bullet h = 204\grave{\imath}^2 \bullet 15\grave{\imath} = 3060\grave{\imath}^3$

$\hat{I}\grave{o}\hat{a}\mathring{a}\grave{o}\ :3060\grave{\imath}^3$

Объём пирамиды





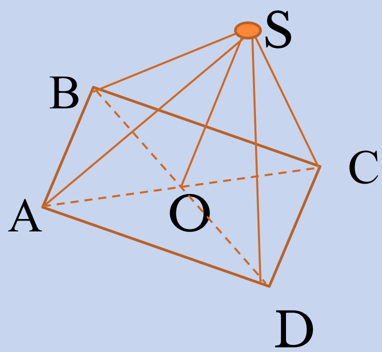


$$V_{\text{ïèðàìèäû}} = \frac{1}{3} S_{\text{îñí.}} \cdot H$$

$S_{\text{осн.}}$ – площадь основания пирамиды, *H* – высота пирамиды

Задача №12

Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м; все боковые ребра равны 12,5 м. Найдите объем пирамиды.



Дано:

Прямоугольная пирамида

AB= 9м;BC=12м; AS=12,5м

Найти:

V – объем пирамиды

Решение:

1. Формула объема пирамиды $V = \frac{1}{3} S_{осн.} \bullet h$ высота пирамиды SO

2. Найдем площадь основания $S_{осн} = AB \bullet BC = 9м \bullet 12м = 108м^2$

3. Найдем диагональ AC из треуг. ABC $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15(м)$

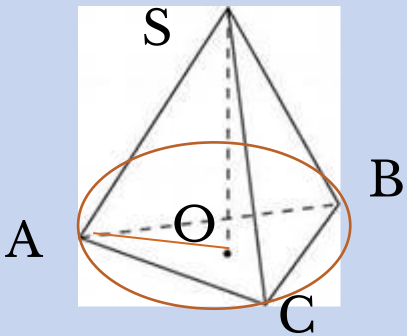
4. Найдем SO из треуг. AOS $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = \sqrt{100} = 10$

$$V = \frac{1}{3} S_{осн.} \bullet h = \frac{1}{3} 108м^2 \bullet 10м = \frac{1080м^3}{3} = 360м^3$$

$Ответ: 360м^3$

Задача №13

Основание пирамиды- равнобедренный треугольник со сторонами 6 см, 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 9 см. Найдите объем пирамиды.



Дано:

Треугольная пирамида

AB= 6м;BC=6м; AC=8м; AS=9м

Найти:

V – объем пирамиды

Решение:

1. Формула объема пирамиды $V = \frac{1}{3} S_{\hat{\imath}\tilde{n}\hat{\imath}.} \bullet h$

2. По формуле Герона найдем площадь основания $S_{\Delta} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}$

3. Найдем периметр треугольника ABC $p = \frac{6+6+8}{2} = \frac{20}{2} = 10\grave{\imath}$

4. Тогда $S_{\Delta} = \sqrt{10(10-6)(10-6)(10-8)} = \sqrt{320}(\grave{\imath}^{2})$

5. Найдем AO, радиус окружности $R = \frac{AB \bullet BC \bullet AC}{4 \bullet S_{ABC}} = \frac{6 \bullet 6 \bullet 8}{4 \bullet \sqrt{320}} = \frac{36}{\sqrt{80}} = \frac{36}{4\sqrt{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$

6. Найдем высоту пирамиды SO из треуг. ASO $SO = \sqrt{AS^2 - R^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{\frac{324}{5}}$

7. Найдем объем пирамиды по формуле $V = \frac{1}{3} S_{\hat{\imath}\tilde{n}\hat{\imath}.} \bullet h$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{320} \bullet \sqrt{\frac{324}{5}} \quad = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{320 \bullet 324}{5}} = \frac{1}{3}\sqrt{20736} = \frac{1}{3} \bullet 144 = 48(\tilde{n}\grave{\imath}^{3})$$