

Лекция 3

1

Способы описания формальных языков

Разработал: к.п.н., доцент
Наточая Е. Н.

План лекции

2

1 Эквивалентность грамматик

2 Классификация грамматик по Хомскому

3 Механизмы распознавания

ЯЗЫКОВ

4 Регулярные грамматики и языки

1 Эквивалентность грамматик

3

$$G_1 \cong G_2 \Leftrightarrow L(G_1) = L(G_2)$$

Пример

$G_1 = (\{0, 1\}, \{A, S\}, P_1, S)$, где

P_1 : 1) $S \rightarrow 0A1$; 2) $0A \rightarrow 00A1$; 3) $A \rightarrow \varepsilon$.

$G_3 = (\{0, 1\}, \{S\}, P_3, S)$, где $P_3: S \rightarrow 0S1 \mid 01$.

$G_1 \cong G_3$, т.к. $L(G_1) = L(G_3) = \{0^n 1^n \mid n > 0\}$

Эквивалентность грамматик

4

$$G_1 \cong^\varepsilon G_2 \Leftrightarrow L(G_1) \cup \{\varepsilon\} = L(G_2) \cup \{\varepsilon\}$$

Пример

$G_1 = (\{0, 1\}, \{A, S\}, P_1, S)$, где

P_1 : 1) $S \rightarrow 0A1$; 2) $0A \rightarrow 00A1$; 3) $A \rightarrow \varepsilon$.

$G_2 = (\{0, 1\}, \{S\}, P_2, S)$, где $P_2: S \rightarrow 0S1 \mid \varepsilon$.

$G_1 \cong^\varepsilon G_2$, т.к. $L(G_2) = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$

2 Классификация грамматик по Хомскому

5

T0. Фразовая

$$G = (V_T, V_N, P, S)$$

T1. Контекстно-зависимая

$$P : \alpha \rightarrow \beta, \text{ где } \alpha \in (V_T \cup V_N)^+,$$

T2. Контекстно-свободная

$$P : A \rightarrow \beta, \text{ где } A \in V_N, \beta \in V^*$$

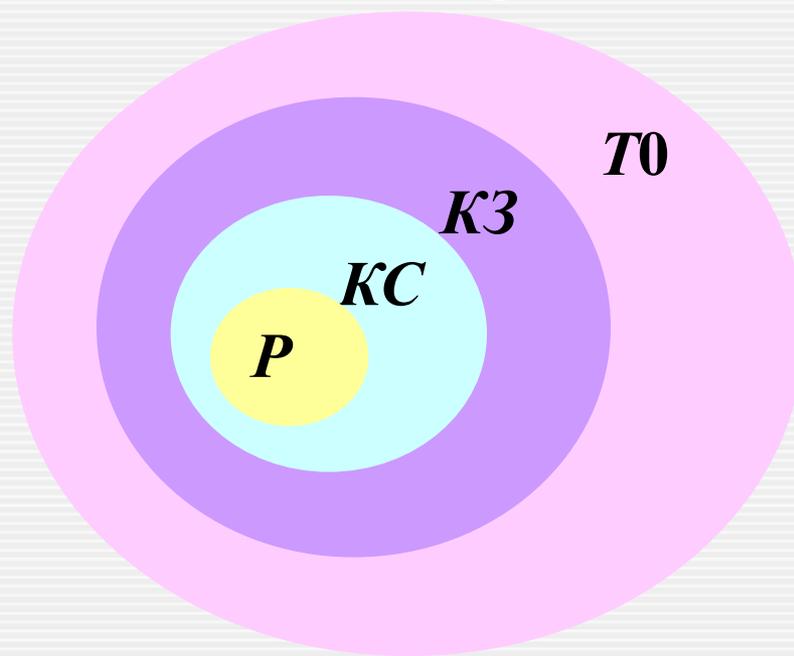
T3. Регулярная, выровненная вправо(влево)

$$P: A \rightarrow aB \mid a, \text{ где } a \in V_T; A, B \in V_N$$

$$A \rightarrow Ba \mid a, S \rightarrow \varepsilon$$

Соотношение типов грамматик и языков

6



P – регулярная грамматика;

КС – контекстно-свободная грамматика;

КЗ – контекстно-зависимая грамматика;

Т0 – фразовая грамматика.

Язык типа 0

$$L(G) = \{a^2 b^{n^2-1} \mid n \geq 1\}$$

7

- 1) $S \rightarrow aaCFD$;
- 2) $AD \rightarrow D$;
- 3) $F \rightarrow AFB \mid AB$;
- 4) $Cb \rightarrow bC$;
- 5) $AB \rightarrow bBA$;
- 6) $CB \rightarrow C$;
- 7) $Ab \rightarrow bA$;
- 8) $bCD \rightarrow \varepsilon$.

Контекстно-зависимый язык

$$L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$$

8

- 1) $S \rightarrow aSBC \mid aBC$; 2) $CB \rightarrow BC$;
3) $aB \rightarrow ab$; 4) $bB \rightarrow bb$;
5) $bC \rightarrow bc$; 6) $cC \rightarrow cc$.

Контекстно-свободный язык

$$L(G) = \{(ac)^n(cb)^n \mid n > 0\}$$

9

$$1) S \rightarrow aQb \mid accb;$$

$$2) Q \rightarrow cSc.$$

Регулярный язык

10

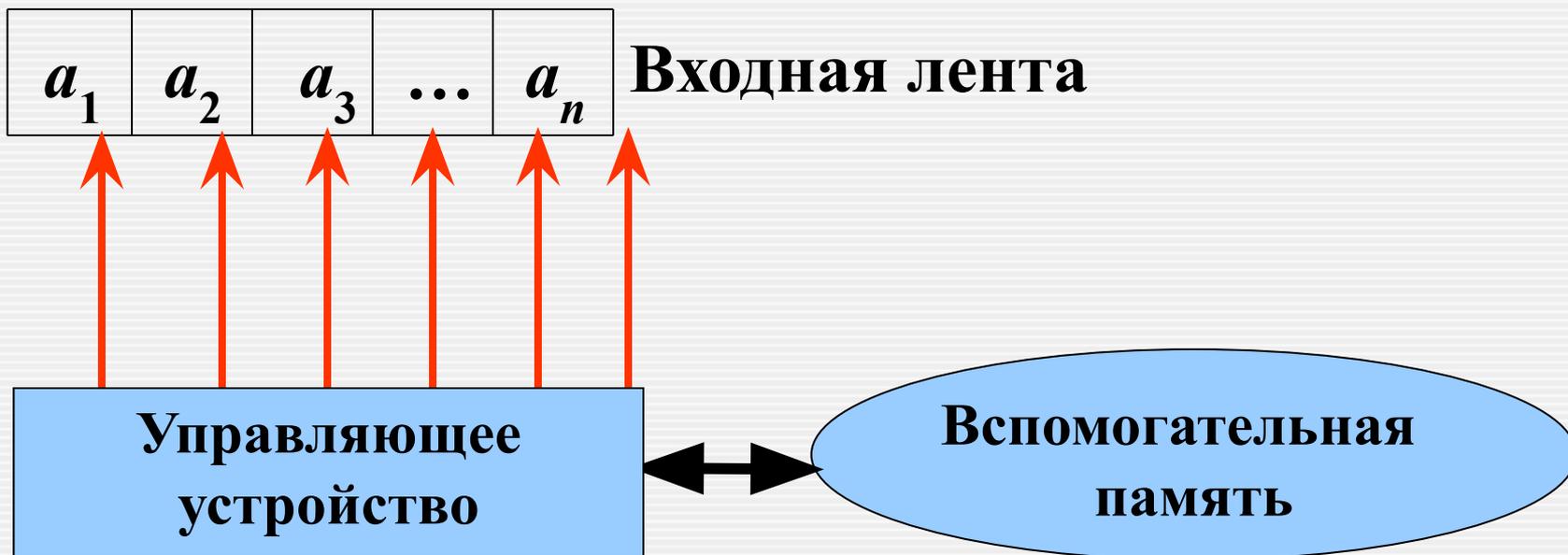
$L(G) = \{\omega \perp \mid \omega \in \{a, b\}^+, \text{ где нет двух рядом стоящих } a\}$

- 1) $S \rightarrow A \perp \mid B \perp;$
- 2) $A \rightarrow a \mid Ba;$
- 3) $B \rightarrow b \mid Bb \mid Ab.$

3 Механизмы распознавания ЯЗЫКОВ

11

Схема распознавателя



4 Регулярные грамматики и языки

12

**Регулярный язык L в алфавите Σ -
регулярное множество строк.**

Регулярное множество:

✓ \emptyset ;

✓ $\{\varepsilon\}$;

✓ $\{a\}$ для некоторого $a \in \Sigma$;

✓ конечное число объединений,
сцеплений и итераций.

Применение леммы о разрастании языка

13

Язык $L_1 = \{0^m 1^n \mid m, n \geq 0\}$ - регулярный

00111

(0000111, 000111, 001111, 00111111 ...)

Язык $L_2 = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ - нерегулярный

000111

(0000111, 0001111, 000111111 ...)

Регулярное выражение над алфавитом Σ :

14

1) \emptyset (обозначает: \emptyset);

2) ε (обозначает: $\{\varepsilon\}$);

3) $a \in \Sigma$ (обозначает:

4) если p и q (обозначающие P и Q), то :

а) $p|q$ или $p+q$ (обозначает: $P \cup Q$) -

альтернатива;

б) pq или $p \cdot q$ (обозначает: $PQ = \{xy \mid x \in P, y \in Q\}$)
-конкатенация;

в) p^* (обозначает: P^*) - итерация.

Регулярное выражение	Значение регулярного выражения
01	единственная строка 01
0 1	две строки: 0 и 1
0 1*	строка 0 и строки, образованные из единиц, включая пустую строку
(0 1)*	строки, образованные из символов 0 и 1, включая пустую строку
01*	строки, начинающиеся с нуля и последующей строки единиц, включая пустую
(0 1)*011	строки, образованные из символов 0 и 1, включая пустую, обязательно оканчивающиеся строкой 011

Соотношение между регулярными языками и регулярными выражениями

Теорема Клини.

Каждому регулярному языку из Σ^* соответствует регулярное выражение над множеством Σ .