

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ДРОБНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель: рассмотреть типы задач, решаемых с помощью дробных рациональных уравнений, понятие математической модели и этапы решения задачи.

03.02.2022

Повторение пройденного материала

- Назовите дробные рациональные уравнения и их ОДЗ:

1) $\frac{x+5}{3} - \frac{x-5}{4} = 1$

Целое

2) $\frac{3}{x} + \frac{2+x}{5} = 1$

Дробное $x \neq 0$

3) $\frac{8-x}{x+7} = x + 7$

Дробное $x \neq -7$

4) $\frac{x^2-3x+2}{36} = 0$

Целое

5) $\frac{2x^2+x-3}{3(x+2)(x-3)} = 0$

Дробное $x \neq -2$ и $x \neq 3$

6) $x - 7 = \frac{x+8}{12}$

Целое

Повторение пройденного материала

- Назовите общий знаменатель дробей, входящих в уравнения и ОДЗ уравнения:

1) $\frac{5-x}{x+7} = \frac{3+x}{x-4}$ $(x+7)(x-4) \neq 0$

2) $\frac{x-4}{x+2} + \frac{x+4}{x-2} = 1$ $(x+2)(x-2) \neq 0$

3) $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x-2}{(x+3)(x-3)} = 0$ $(x+3)(x-3) \neq 0$

4) $\frac{x-2}{x^2-64} + \frac{x+2}{x+8} = \frac{1}{2}$ $(x-8)(x+8) \neq 0$

5) $\frac{x+2}{x-7} - \frac{x-2}{x^2-7x} = \frac{2}{x}$ $x(x-7) \neq 0$

Повторение пройденного материала

• Вспомним АЛГОРИТМ решения дробных рациональных уравнений через домножение обеих частей уравнения на ОБЩИЙ ЗНАМЕНАТЕЛЬ дробей:

- 1) Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.*
- 2) Умножить обе части уравнения на общий знаменатель.*
- 3) Решить получившееся целое уравнение.*
- 4) Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.*
- 5) Записать ответ.*

Понятие математической модели

- **Представление реальной ситуации на языке математики с использованием различных правил, свойств и законов математики называется *математической моделью задачи.***
- **Различают несколько видов математических моделей:**
 - ✓ *алгебраическая модель;*
 - ✓ *графическая модель;*
 - ✓ *геометрическая модель.*

Этапы решения задачи

Первый этап. Составление математической модели.

Вводится переменная, текст задачи переводится на математический язык, составляется уравнение.

Второй этап. Работа с математической моделью.

Решение уравнения.

Третий этап. Ответ на вопрос задачи.

Анализируя полученное решение, записывается ответ на вопрос задачи.

Задачи, приводящие к решению дробных рациональных уравнений

Задачи, в которых одна величина выражается через другие при помощи дробного выражения:

- Задачи на движение:***

$$\text{время} = \frac{\text{путь}}{\text{скорость}}$$
$$\text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}}$$

- Задачи на работу:***

$$\text{время} = \frac{\text{работа}}{\text{производительность}}$$
$$\text{производительность} = \frac{\text{работа}}{\text{время}}$$

Поезд опаздывал на 1 час, и чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 10 км/час на перегоне в 720 км. Найти скорость поезда по расписанию.

- **Первый этап.** Составление математической модели.

Занесём данные задачи в таблицу:

	S	V	t
<i>По расписанию</i>	<i>720 км</i>	<i>x км/ч</i>	$\frac{720}{x}$ ч на 1 ч
<i>Фактически</i>	<i>720 км</i>	<i>$x + 10$ км/ч</i>	$\frac{720}{x+10}$ ч

Так как время движения по расписанию на 1 час больше фактического, то составим уравнение:

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x + 10} = 1$$

Поезд опаздывал на 1 час, и чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 10 км/час на перегоне в 720 км. Найти скорость поезда по расписанию.

• **Второй этап.** Работа с математической моделью.

Решим уравнение:

$$\frac{720}{x} - \frac{720}{x + 10} = 1 \quad | \cdot x(x + 10) \neq 0$$

$$\frac{720 \cdot x(x + 10)}{x} - \frac{720 \cdot x(x + 10)}{x + 10} = 1 \cdot x(x + 10)$$

$$720(x + 10) - 720x = x(x + 10)$$

$$x^2 + x - 7200 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = -90 \\ x_2 = 80 \end{cases}$$

При данных значениях x знаменатели дробей не равны нулю, значит эти значения – корни составленного уравнения.

Поезд опаздывал на 1 час, и чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 10 км/час на перегоне в 720 км. Найти скорость поезда по расписанию.

• **Третий этап.** *Ответ на вопрос задачи.*

Так как скорость поезда не может выражаться отрицательным числом, то значение $x = -90$ не подходит условию задачи.

$x = 80$ – скорость поезда по расписанию.

Ответ: *80 км/ч.*

На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на 2 часа больше, чем второй на изготовление 36 деталей. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на 1 деталь больше?

- **Первый этап.** Составление математической модели.
Занесём данные задачи в таблицу:

	<i>работа (дет)</i>	<i>производительность (дет/час)</i>	<i>время (час)</i>
<i>1-ый рабочий</i>	<i>40</i>	<i>x</i>	$\frac{40}{x}$ на 1 ч
<i>2-ой рабочий</i>	<i>36</i>	<i>x + 1</i>	$\frac{36}{x+1}$

Так как первый рабочий на выполнение работы тратит на 2 часа больше, то составим уравнение:

$$\frac{40}{x} - \frac{36}{x+1} = 2$$

На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на 2 часа больше, чем второй на изготовление 36 деталей. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на 1 деталь больше?

- **Второй этап.** Работа с математической моделью.

Решим уравнение:

$$\frac{40}{x} - \frac{36}{x+1} = 2 \quad | \cdot x(x+1) \neq 0$$

$$40(x+1) - 36x = 2x(x+1)$$

$$2x^2 - 2x - 40 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

При данных значениях x знаменатели дробей не равны нулю, значит эти значения - корни составленного уравнения.

На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на 2 часа больше, чем второй на изготовление 36 деталей. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что второй за час делает на 1 деталь больше?

- **Третий этап.** Ответ на вопрос задачи.

Так как производительность не может выражаться отрицательным числом, то значение $x = -4$ не подходит условию задачи.

$x = 5$ деталей в час делает первый рабочий.

Ответ: 5 дет./ч.

Составьте математические модели задач

- б) С автобусной станции выехал автобус до железнодорожного вокзала, находящемся на расстоянии 40 км. Один из пассажиров автобуса опоздал к отправлению автобуса, и поехал на железнодорожный вокзал на такси, через 10 минут после автобуса. Автобус и такси приехали на железнодорожный вокзал одновременно. Известно также, что скорость такси на 20 км/ч больше скорости автобуса. Необходимо найти скорость такси и скорость автобуса.

	S	V	t
<i>автобус</i>	40	x	$\frac{40}{x}$
<i>такси</i>	40	$x + 20$	$\frac{40}{x + 20}$

на 10 мин = $\frac{1}{6}$ ч

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x + 20} = \frac{1}{6}$$

Составьте математические модели задач

- 2) Теплоход, собственная скорость которого 18 км/ч, прошел 50 км по течению реки и 8 км против течения, затратив на весь путь 3 часа. Какова скорость течения реки?

$$V_{\text{теплохода}} = 18 \text{ км/ч}$$

$$V_{\text{реки}} = x \text{ км/ч}$$

	S	V	t
<i>По течению</i>	50	$18 + x$	$\frac{50}{18 + x}$
<i>Против течения</i>	8	$18 - x$	$\frac{8}{18 - x}$

} 3 ч

$$\frac{50}{18 + x} + \frac{8}{18 - x} = 3$$

Составьте математические модели задач

- 3) Секретарь хочет набрать на компьютере рукопись объемом 450 страниц. Если он будет набирать на 5 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 3 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать секретарь?

	<i>работа (стр.)</i>	<i>производительность (стр./дн.)</i>	<i>время (дн.)</i>
<i>По плану</i>	<i>450</i>	<i>x</i>	$\frac{450}{x}$
<i>Фактически</i>	<i>450</i>	<i>x + 5</i>	$\frac{450}{x + 5}$

на 3 дн.

$$\frac{450}{x} - \frac{450}{x + 5} = 3$$

Подведём итоги

- 1) Какие задачи решаются с помощью дробных рациональных уравнений?*
- 2) Дайте понятие математической модели задачи.*
- 3) Какие типы математических моделей были использованы при решении задач?*
- 4) Назовите этапы решения задач.*

Задание на самоподготовку

- Закончить решение задач 1, 2, 3.

Домашнее задание по учебнику:

- П. 26 (читать); № 617; 618; 619