Основные представления классической физики

1. **Принцип евклидового пространства.**
   Физическое пространство является 3-мерным евклидовым пространством.
2. **Принцип абсолютного времени.**
   Время идет одинаково для всех тел.
3. **Принцип инерции.**
   Свободное тело движется прямолинейно и равномерно относительно других свободных тел (инерциальных систем).
4. **Принцип относительности Галилея.**
   Все механические явления в инерциальных системах отсчета протекают одинаково.
5. **Принцип сохранения импульса.**
   В замкнутой системе сохраняется количество движения (импульс).

Основные представления классической физики

Следствия:

1. Преобразования Галилея

$$\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{V}t \qquad \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{V}t'$$

$$t' = t \qquad t = t'$$

2. Правило сложения скоростей

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V}$$

3. Инвариантность длины и промежутков времени

$$l = l', \quad \Delta t = \Delta t'$$

4. Импульс $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$

5. Сохранение массы.

Сохранение кинетической энергии в упругих столкновениях.

Постулаты Эйнштейна

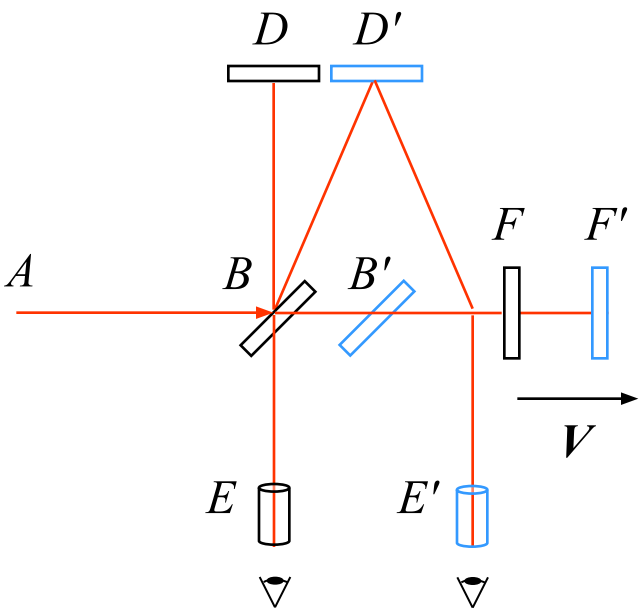


Схема опыта Майкельсона

Постулаты Эйнштейна

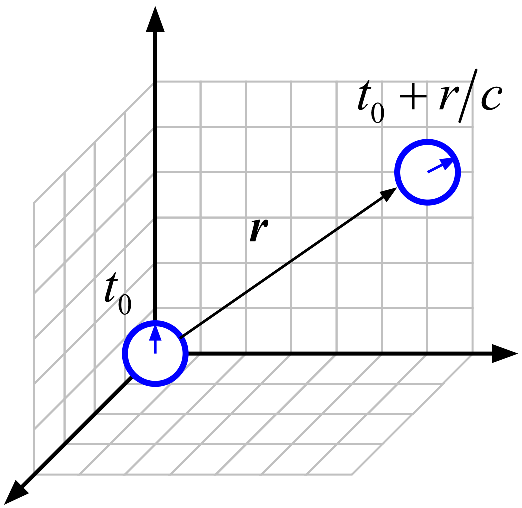
1. ***Принцип относительности***.
   Все физические явления во всех ИСО протекают совершенно одинаково.

2. ***Принцип постоянства скорости света***.
   Скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО.

Основные представления СТО

1. **Принцип евклидового пространства.**
   Физическое пространство является 3-мерным евклидовым пространством.
2. **Принцип** абсолютного времени **постоянства скорости света.**
   Скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО.
3. **Принцип инерции.**
   Свободное тело движется прямолинейно и равномерно относительно других свободных тел (инерциальных систем).
4. **Принцип относительности** Галилея **СТО (Эйнштейна).**
   Все физические явления в инерциальных системах отсчета протекают одинаково.
5. **Принцип сохранения импульса.**
   В замкнутой системе сохраняется количество движения (импульс).

Синхронизация часов

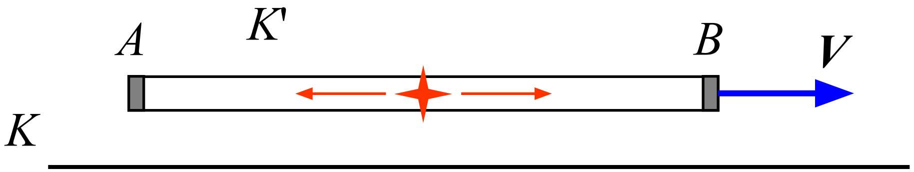


Наблюдатель, находящийся в начале координат в определенный момент t_0 передает по радио сигнал точного времени.

В момент, когда этот сигнал достигнет часов, их устанавливают так, чтобы они показывали время $t = t_0 + r/c$, т.е. с учетом времени запаздывания сигнала.

С помощью повторения сигнала через определенные промежутки времени устанавливается синхронный ход всех часов.

Соотношения между событиями



A, B − фотоэлементы

Система K': $t'_A = \dfrac{l'}{2c}$, $t'_B = \dfrac{l'}{2c}$ $\quad t'_A = t'_B$

Система K: $t_A = \dfrac{l}{2(c+V)}$, $t_B = \dfrac{l}{2(c-V)}$ $\quad t_A \neq t_B$

События, одновременные в одной системе отсчета, не являются одновременными в другой системе отсчета.

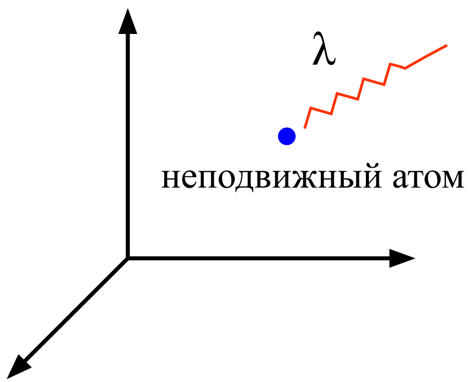
Одновременность является относительной.

Время в разных системах отсчета течет по разному.

Замедление времени и сокращение длины

Построение ИСО

ИСО − система координат + система синхронизированных часов



λ, T − естественные эталоны длины и времени

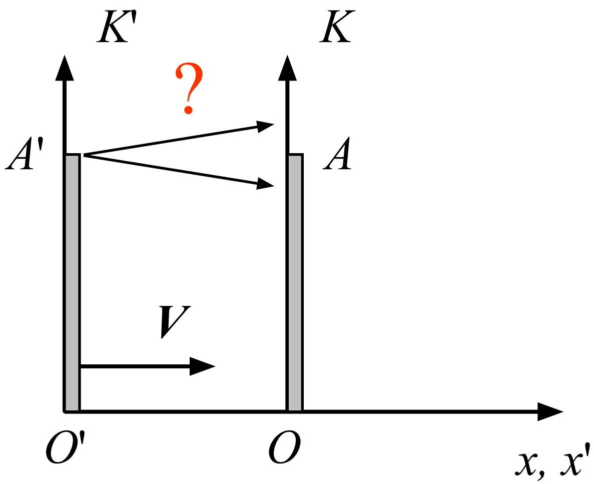
$$\left.\begin{array}{l} 1\ \text{м} = k\lambda \\ 1\ \text{с} = mT \end{array}\right\} \text{− практические эталоны}$$

1960−1983: 1 метр равен 1 650 763,73 длин волн оранжевой линии (6056 Å) спектра излучения изотопа криптона ^{86}Kr в вакууме.

Современное определение: 1 метр равен длине пути, проходимого светом в вакууме за (1 / 299 792 458) секунды.

Современное определение: 1 секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома ^{133}Cs .

Замедление времени и сокращение длины



$OA = 1$ м (в системе K)

$O'A' = 1$ м (в системе K')

A' > или < A ?

Пусть $l_\perp$ уменьшается при движении.

С точки зрения K' $A < A'$

С точки зрения K $A' < A$

противоречие

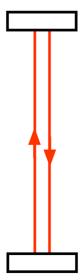
$\Rightarrow$ $A = A'$ (совпадение)

Таким образом, имеет место равенство поперечных размеров тел или

$$\boxed{y' = y, \quad z' = z}$$

Замедление времени и сокращение длины

Световые часы

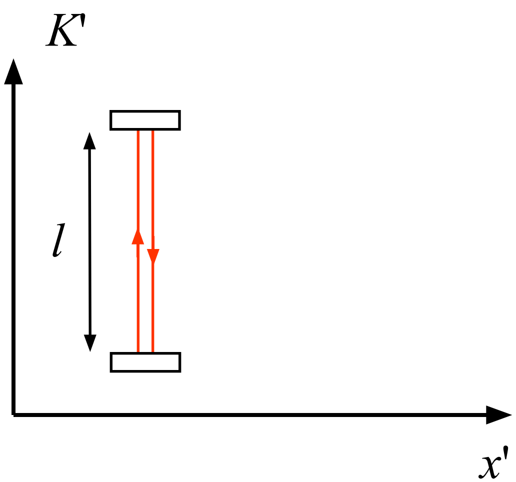


– зеркало

– луч света

– зеркало

Период часов в системе *K*'



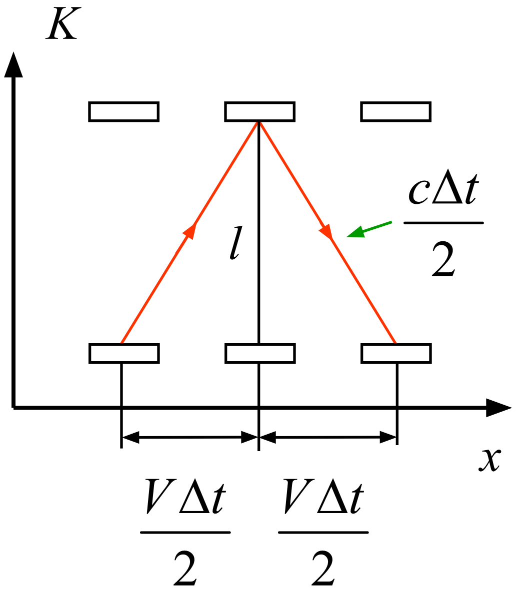
В системе K' часы неподвижны

$\Delta\tau$ – период неподвижных часов

$$\Delta\tau = \frac{2l}{c}$$

Замедление времени и сокращение длины

Период часов в системе *K*



В системе K часы движутся со скоростью V

Δt – период движущихся часов

$$l^2 + \left(\frac{V\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

Замедление времени и сокращение длины

$\Delta t = \Gamma \Delta\tau$ Г − Лоренц−фактор системы

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{B}^2}}, \quad \mathrm{B} = \frac{V}{c}$$

Δτ − собственное время (время часов, связанных с телом)

$\Delta t > \Delta\tau$ − замедление времени

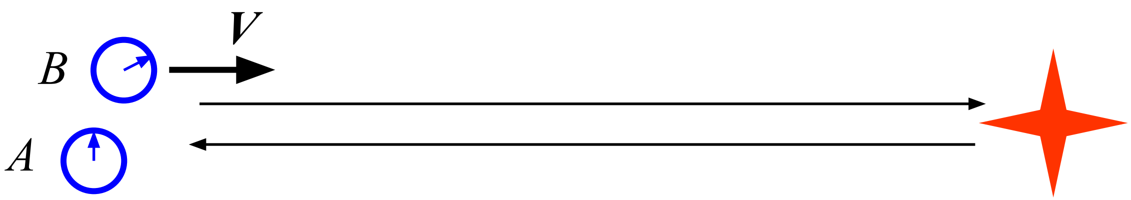
Движущиеся часы идут медленнее, чем покоящиеся.

Экспериментальное подтверждение:

Мюоны μ, собственное время жизни $\tau = 2 \cdot 10^{-6}$ с.
Время жизни быстрых мюонов (в космических лучах) > τ
и соответствует формуле замедления времени.

Замедление времени и сокращение длины

Парадокс часов (близнецов)



С точки зрения A $\quad t_A > t_B$

С точки зрения B $\quad t_B > t_A$

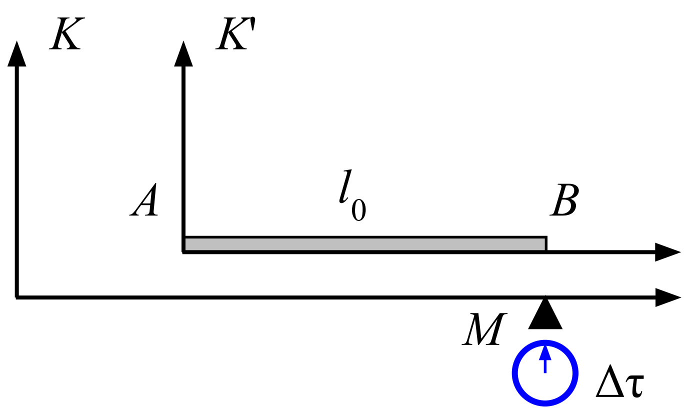
? парадокс

$$\left.\begin{aligned} t_A &= \frac{2l_A}{V} \\ t_B &= \frac{2l_B}{V} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left(l_B = \frac{l_A}{\Gamma} \right)$$

$t_A = \Gamma t_B$ – часы B отстанут от A (близнец A окажется старше B)

Замедление времени и сокращение длины

Лоренцево сокращение



K': l_0 – собственная длина

K: l – длина движущегося стержня

$\Delta\tau$ – время пролета стержня l мимо M

Δt – время пролета метки M длины l_0

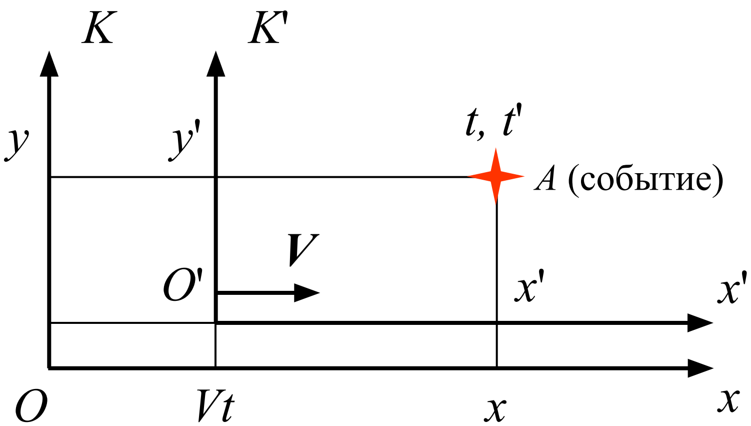
$$\left.\begin{aligned} l &= V\Delta\tau \\ l_0 &= V\Delta t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left(\Delta t = \Gamma\Delta\tau \right)$$

$$l = \frac{l_0}{\Gamma} = l_0\sqrt{1 - V^2/c^2}$$

$l < l_0$ – сокращение длины

Продольный размер движущегося стержня меньше его собственной длины.

Преобразования Лоренца



При $t = t' = 0$ начала O и O' совпадают

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \overset{?}{\Longleftrightarrow} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix}$$

I. $y' = y, \quad z' = z$

II. С точки зрения K: $x' = \Gamma(x - Vt)$ $\quad \left(x' \to l_0, \; x - Vt \to l \right)$

С точки зрения K': $x = \Gamma(x' + Vt')$ $\quad \left(x \to l_0, \; x' + Vt' \to l \right)$

III. $t' = \Gamma(t - xV/c^2)$ и $t = \Gamma(t' + x'V/c^2)$

Релятивистская кинематика

Преобразования Лоренца

$$
\begin{aligned}
x' &= \Gamma(x - Vt) & \qquad x &= \Gamma(x' - Vt') \\
y' &= y & \qquad y &= y' \\
z' &= z & \qquad z &= z' \\
t' &= \Gamma\left(t - xV/c^2\right) & \qquad t &= \Gamma\left(t' + x'V/c^2\right)
\end{aligned}
$$

$$\Gamma = 1\Big/\sqrt{1 - \mathrm{B}^2}\,, \qquad \mathrm{B} = V/c$$

При $\quad V \ll c, \quad x/c \ll t$

Преобразования Лоренца $\Longrightarrow$ Преобразования Галилея

Четырехмерный мир (пространство Минковского)

Интервал

Δs – *интервал* (между событиями)

Определение: $$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta r^2$$

Из преобразований Лоренца $\Rightarrow$ $c^2 \Delta t'^2 - \Delta r'^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta r^2$

или $$\boxed{\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta r^2 = \mathrm{inv}}$$

Типы интервалов

1. $\Delta r > c\Delta t$ – *пространственноподобный* ($\exists$ K', в которой $\Delta t' = 0$)

2. $\Delta r < c\Delta t$ – *времениподобный* ($\exists$ K', в которой $\Delta r' = 0$)

3. $\Delta r = c\Delta t$ – *светоподобный*

Пространство Минковского

Определение 1:

$\vec{R} = (ct, x, y, z)$ − четырехвектор события (мировой точки)

$R^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ − квадрат длины

Компоненты $\vec{R}$ преобразуются в соответствии с преобразованиями Лоренца

Определение 2:

Четырехскаляром (инвариантом) называется величина, не зависящая от выбора ИСО $a' = a$

R^2 − четырехскаляр

Пространство Минковского

Определение 3:

$\vec{A} = (A_t, A_x, A_y, A_z)$ − четырехвектор

Компоненты $\vec{A}$ преобразуются в соответствии с преобразованиями Лоренца

$$A'_x = \Gamma(A_x - \mathrm{B}A_t) \qquad A_x = \Gamma(A'_x + \mathrm{B}A'_t)$$
$$A'_y = A_y \qquad A_y = A'_y$$
$$A'_z = A_z \qquad A_z = A'_z$$
$$A'_t = \Gamma(A_t - \mathrm{B}A_x) \qquad A_t = \Gamma(A'_t + \mathrm{B}A'_x)$$

$$\Gamma = 1\Big/\sqrt{1 - \mathrm{B}^2}\,, \quad \mathrm{B} = V/c$$

Пространство Минковского

Свойства четырехвекторов

$A^2 = A_t^2 - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2$ – квадрат длины четырехвектора

1. $A^2 = \text{inv}$ – четырехскаляр

2. $\vec{A} = \vec{B} \iff \vec{A}' = \vec{B}'$

Равенство четырехвекторов сохраняется во всех ИСО

Четырехвектора можно складывать и умножать на числа как и обычные векторы.

Типы четырехвекторов

1. $A^2 < 0$ – *пространственноподобный*
2. $A^2 > 0$ – *времениподобный*
3. $A^2 = 0$ – *светоподобный*

Пространство Минковского

Четырехскорость

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{d\tau}$$, τ – собственное время материальной точки

$$dt = \gamma d\tau \Rightarrow \left[\gamma = 1\Big/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = v/c \right]$$

$$\vec{V} = \gamma \frac{d\vec{R}}{dt} = (\gamma c, \gamma v_x, \gamma v_y, \gamma v_z)$$ или

$$\boxed{\vec{V} = (\gamma c, \gamma \boldsymbol{v})}$$

$$V^2 = \gamma^2 c^2 - \gamma^2 v^2 = \gamma^2 c^2 (1 - v^2/c^2) = c^2$$

Четырехмерный мир (пространство Минковского)

Пространство Минковского

Релятивистский закон сложения скоростей

Из преобразований Лоренца для четырехскорости $\Rightarrow$

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \mathrm{B} v_x / c}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\Gamma(1 - \mathrm{B} v_x / c)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\Gamma(1 - \mathrm{B} v_x / c)}$$

При малых скоростях $V \ll c, \; v \ll c$ $\Rightarrow$

$$v'_x = v_x - V, \quad v'_y = v_y, \quad v'_z = v_z \qquad \text{или} \qquad \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{V}$$

Релятивистский закон сложения скоростей соответствуют второму постулату Эйнштейна о неизменности скорости света c во всех ИСО.

Нерелятивистский импульс

Если в результате столкновения шаров (тел) движение одного шара "уменьшилось", то движение другого шара "увеличилось".

Поэтому предполагается, что при соударении тел сумма мер движения шаров не меняется.

Закон сохранения импульса (для замкнутых систем)

$$\sum \boldsymbol{p}_i = \text{const}, \qquad \boldsymbol{p}_i = m_i \boldsymbol{v}_i$$

Следствия:

1. Закон сохранения массы.
2. Закон сохранение кинетической энергии при абсолютно упругих столкновениях

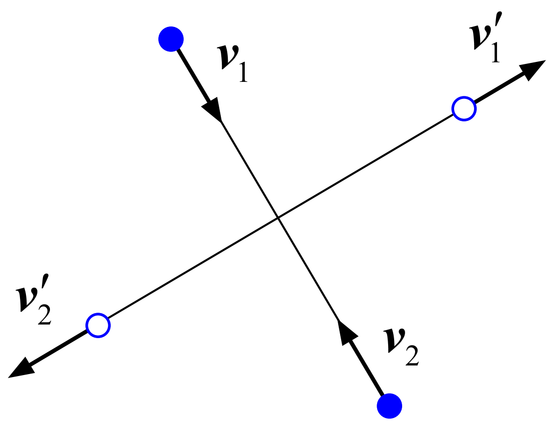
Релятивистский импульс

Пусть в релятивистском случае

1. $\sum \boldsymbol{p}_i = \text{const}$

2. $\boldsymbol{p} = m(v)\boldsymbol{v}$

Упругое столкновение двух одинаковых частиц



В системе центра масс $\boldsymbol{v}_2 = -\boldsymbol{v}_1$

Импульс частиц равен 0 $\Rightarrow$ $\boldsymbol{v}_2' = -\boldsymbol{v}_1'$

Столкновение упругое $\Rightarrow$

$$v_1' = v_1, \quad v_2' = v_2$$

Релятивистский импульс

4-импульс

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{V} = (\gamma mc, \gamma m\boldsymbol{v})}$$

m − обычная масса $\Rightarrow$ при $v \to 0$ $\gamma m\boldsymbol{v} \to m\boldsymbol{v}$

В системе центра масс

$$\underbrace{\vec{P}_1 + \vec{P}_2}_{\text{4-вектор}} = \underbrace{\vec{P}_1' + \vec{P}_2'}_{\text{4-вектор}} \qquad \left[\ (2\gamma mc, 0, 0, 0) = (2\gamma mc, 0, 0, 0)\ \right]$$

$\Rightarrow$ данное равенство сохраняется во всех ИСО

Релятивистский импульс

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \qquad \text{или}$$

$$(\gamma_1 mc + \gamma_2 mc,\ \ \gamma_1 m\boldsymbol{v}_1 + \gamma_2 m\boldsymbol{v}_2) = (\gamma_1' mc + \gamma_2' mc,\ \ \gamma_1' m\boldsymbol{v}_1' + \gamma_2' m\boldsymbol{v}_2') \Longrightarrow$$

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \text{const}$$

$$\boxed{\boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v} \qquad - \text{релятивистский импульс}}$$

Данное выражение импульса единственное совместимое с принципом сохранения импульса при столкновении двух частиц $\Longrightarrow$

$$\boxed{\sum \boldsymbol{p}_i = \text{const}, \quad \boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v}} \quad - \text{закон сохранения импульса}$$

Релятивистский энергия

Определение:

$$E = \gamma mc^2 \quad - \text{релятивистский энергия}$$

4-импульс системы $\left(\sum \frac{E_i}{c}, \sum \gamma_i m_i \boldsymbol{v}_i \right)$

Так как в замкнутой системе во всех ИСО сохраняются пространственные компоненты 4-импульса системы ⇒

Сохраняется также временная компонента 4-импульса системы, или

$$\sum E_i = \text{const}, \quad E = \gamma mc^2$$ – закон сохранения энергии

Релятивистский энергия

При малых скоростях $E = \gamma mc^2 \approx mc^2 + \dfrac{mv^2}{2}$

$$\boxed{E_0 = mc^2 \quad - \textit{энергия покоя}}$$

$K = E - E_0 = (\gamma - 1)mc^2$ – кинетическая энергия

При упругих столкновениях

$$\sum K_i = \text{const}$$

Таким образом, закон сохранения импульса приводит к

закону сохранения энергии и к

закону сохранения кинетической энергии (для упругих столкновений)

Релятивистский энергия

4-вектор энергии-импульса (4-импульса)

$$\boxed{\vec{P} = \left(\frac{E}{c}, \boldsymbol{p} \right)}$$

$$\vec{P}^2 = E^2/c^2 - p^2 = m^2c^2$$

Энергия и импульс света

При $v = c$ $\Rightarrow$ $\left(E = \dfrac{pc^2}{v} \right)$

$$\boxed{E = pc}$$

$$E^2/c^2 - p^2 = m^2c^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad m = 0$$

Данные соотношения подтверждаются экспериментально, например, при изучении эффекта Комптона.

Релятивистская сила

$$\frac{d}{dt}\begin{cases} E^2/c^2 - \boldsymbol{p}^2 = m^2c^2 \\ \boldsymbol{L} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dE}{dt} = \boldsymbol{v}\cdot\dfrac{d\boldsymbol{p}}{dt} \\ \dfrac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{r}\times\dfrac{d\boldsymbol{p}}{dt} \end{cases}$$

Исходя их этого, сила (как мера воздействия) определяется как

$$\boxed{\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}}$$

4-вектор силы

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{d\tau}$$

$$\left(dt = \gamma d\tau \qquad \frac{dE}{dt} = \boldsymbol{v}\boldsymbol{F} \right) \Rightarrow$$

Релятивистская динамика

Релятивистская сила

$$\tilde{F} = \left(\frac{\gamma}{c}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{v}),\ \gamma \boldsymbol{F} \right)$$

В соответствии с преобразованиями Лоренца

$$F'_x = \frac{F_x - \frac{B}{c}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{v})}{1 - \mathrm{B} v_x / c}, \quad F'_y = \frac{F_y}{\Gamma(1 - \mathrm{B} v_x / c)}, \quad F'_z = \frac{F_z}{\Gamma(1 - \mathrm{B} v_x / c)}$$

$$\boldsymbol{F}'\boldsymbol{v}' = \frac{\boldsymbol{F}\boldsymbol{v} - V F_x}{1 - \mathrm{B} v_x / c},$$