ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Исследование операций. Учебное пособие. – М.:, «Проспект», 2006. – 280с.
2. Соловьев В.И. Методы оптимальных решений: Учебное пособие. – М.: Финансовый университет, 2012.-364с.
3. Исследование операций в экономике: Учебное пособие для вузов / Н.Ш. Кремер и др. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.-407с.

Дополнительная:

1. Хемди А. Таха Введение в исследование операций. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912с.

3. Фомина Т.П. Элементы исследования операций и теории игр. Учебное пособие. – М.: «Русская панорама», 2006. – 88с

Основные понятия.

Теория игр – математическая теория принятия решений в условиях **конфликта.**

Конфликт – процесс столкновения различных интересов.

Источник конфликта – воздействие **неопределенных факторов**.

Классификация неопределенных факторов.

Неопределенные факторы

Неопределенность среды

Является следствием неполноты априорной и текущей информации об условиях протекания каких-либо процессов, параметрах каких-либо функций и т.д.

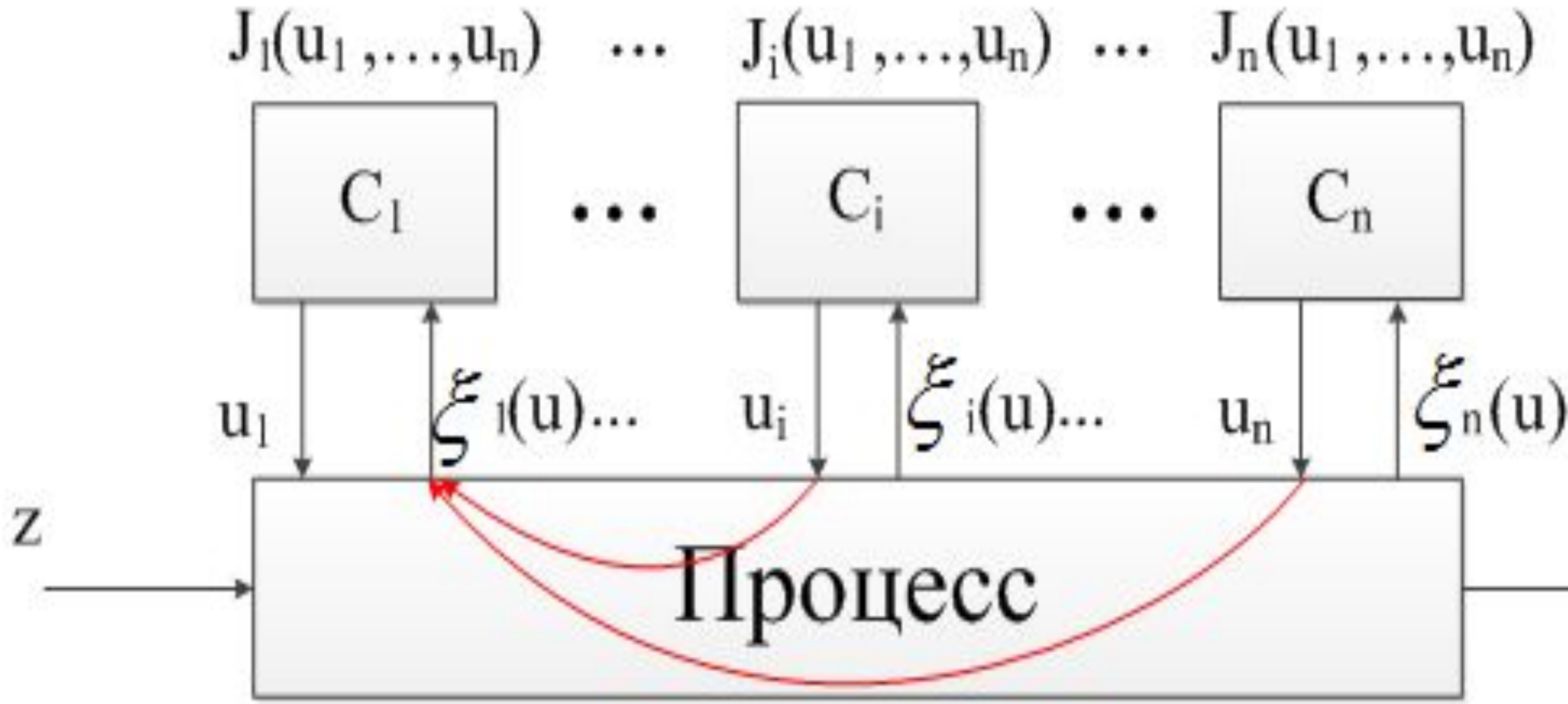
Неопределенность цели

Эффективность любого управленческого решения определяется векторным показателем.

Неопределенность поведения активного партнера

Наличие нескольких сторон, преследующих различные цели

Обобщенная структурная схема конфликта



Включает следующие компоненты.

1. Стороны, участвующие в конфликте (ЛПР, отстаивающие некоторые интересы) – **игроки:**

$$\left\{C_i,\, i \in \boldsymbol{N} = \overline{1, n}\right\}.$$

2. Стратегии игроков: $\boldsymbol{u}_i \in \boldsymbol{U}_i,\ i \in \boldsymbol{N}$ (характеризуют возможности участников конфликта);

$$\boldsymbol{u} = \left\{\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_n\right\}$$ - **ситуация.**

3. Неопределенность среды : $\boldsymbol{z} \in \boldsymbol{Z}$.

4. Цели (интересы) участников конфликта:

Включает следующие компоненты:

1. Стороны, участвующие в конфликте: $\{C_i,\ i \in N = \overline{1,n}\}$ – ЛПР, отстаивающие некоторые интересы – ИГРОКИ.

2. Стратегии игроков $u_i \in U_i,\ i \in N$. Характеризуют возможности участников конфликта.

$u = \{u_1, \dots, u_n\}$ – ситуация.

3. Неопределенность среды $z \in Z$.

4. Цели (интересы) участников конфликта: $J_i(u_1, \dots, u_n)$, $i \in N = \overline{1,n}$ – ф-ции цели (выигрыша)

$$J_i = J_i\left(u_i, \xi_i(u)\right) = J_i(u), \quad i = \overline{1,n}.$$

$$u = \{u_1, \dots, u_n\}$$

Формализация игры

$$\Gamma = \left\langle N, \{U_i\}_{i\in N}, Z, \{J_i(u,z)\}_{i\in N} \right\rangle. \quad (1)$$

N - мн-во игроков

$u = \{u_1, \dots, u_n\} \in U = \prod_{i\in N} U_i$ - мн-во допустимых ситуаций

$z \in Z$ - неопределенность среды.

$J_i(u,z)$ - ф-ция цели i-го игрока, $i \in N$.

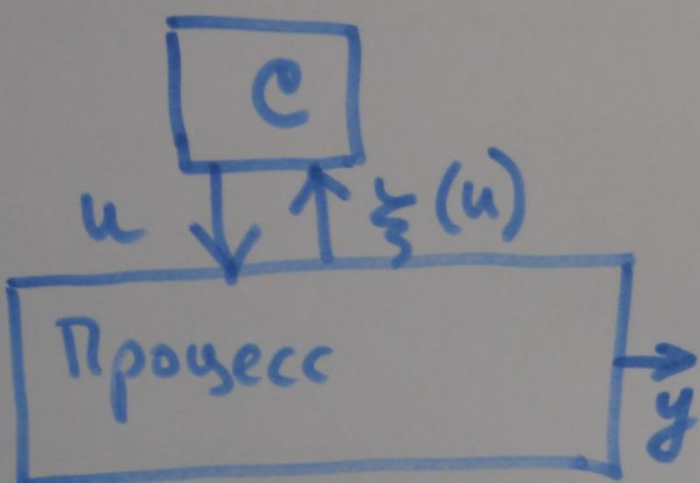
Требуется:

на множестве допустимых ситуаций U найти такую ситуацию $u^* \in U$, которая является предпочтительной для каждого игрока C_i, $i \in N$, обеспечивая ему по возможности <u>бо́льший</u> индивидуальный выигрыш $J_i(u^*)$.

Основные интерпретации (1).

① Задача многокритериальной оптимизации.

$$\mathbb{J}(u) = [J_1(u), \dots, J_m(u)]^T$$

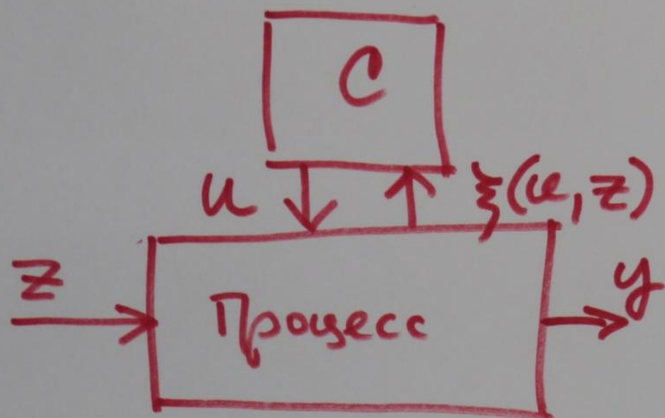


$N = 1$ – один игрок (ЛПР).

$\mathbb{J}(u)$ – вектор (неопределенность цели).

② .... определить $\max\limits_{u \in U} \mathbb{J}(u)$

2. Задача принятия оптимальных решений в условиях неопределенности (игра с природой).



$J(u,z) \to \max$

$N = 1,\ z \in Z,\ u \in U.$

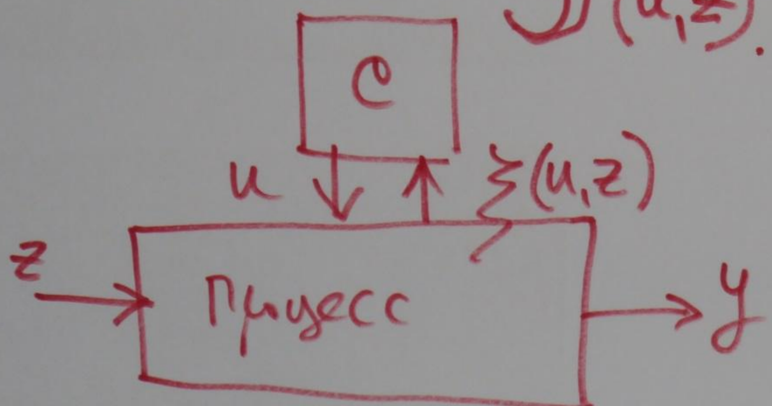
Неопределенность среды.

$$\Gamma = \left\langle \{U\},\ Z,\ J(u,z) \right\rangle \qquad (3).$$

3. Задача многокритериальной оптимизации в условиях неопределенности.

$\boxed{\text{Неопределенность цели + Неопределенность среды}}$

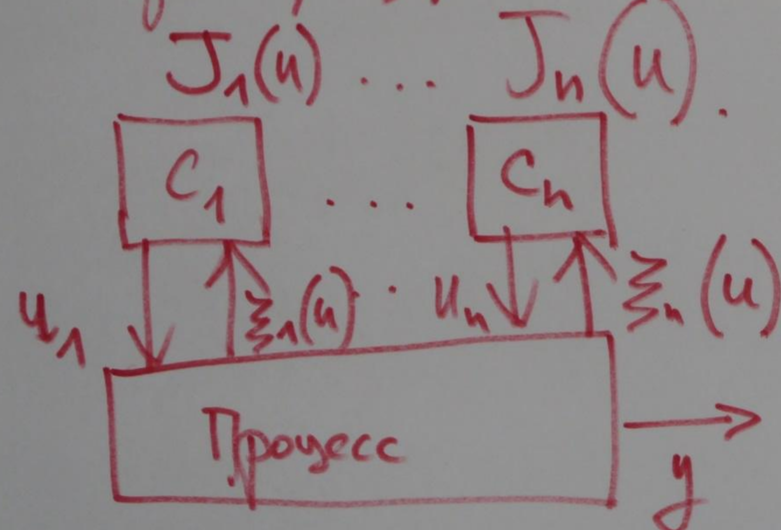
$$\mathbb{J}(u,z) \to \max.$$



$$u \in U, \quad z \in Z.$$

$$\Gamma = \{U, Z, \mathbb{J}(u,z)\} \qquad (4)$$

4. Задача принятия решений в условиях конфликта (неопределенность действий активного партнера).



$u \in U$

$u = \{u_1, \dots, u_n\}$.

$$\Gamma = \left\langle N, \{U_i\}_{i \in N}, \{J_i(u)\}_{i \in N} \right\rangle \quad (5).$$

5. Задача принятия решений в условиях конфликта и неопределенности.
(неопр. среды + неопр. поведения активного партнера).

Это – постановка (1).

6. Игра в усл. неопределенности с векторными целевыми ф-циями игроков.

$$\Gamma = \left\langle N, \{U_i\}_{i\in N}, Z, \{J_i(u,z)\}_{i\in N} \right\rangle \quad (6).$$

Общая проблема для всех постановок (1) – (6):

Формирование принципа оптимальности –
описание правил рационального поведения игроков

Экономические интерпретации

① Выбор места работы.

J_1 – заработная плата → max

J_2 – условие работы (комфорт) → max.

J_3 – расстояние от дома → min.

② Модернизация производства.

J_1 – обеспечение максимального роста эффективности Пр-ва.

J_2 – минимизация затрат;

③ Управление портфелем инвестиций.

J_1 – максимизация дохода.

J_2 – минимизация риска.

16

1. Инвестор рассматривает 4 инвестиционные операции со случайными эффективностями E.

E_1	2	5	8	4
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

E_2	2	3	4	12
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

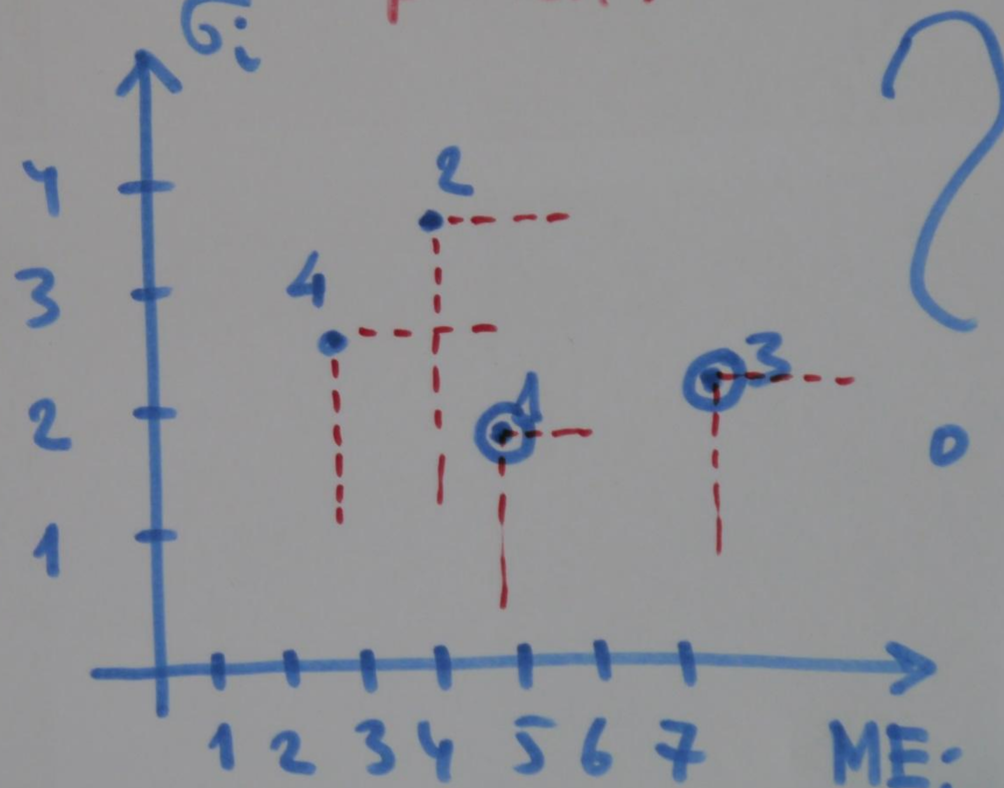
E_3	3	5	8	10
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

E_3	1	2	4	8
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Требуется определить, какие операции явл. оптимальными. 17

Ожидаемые эффективности и риски:

	ME_i	σ_i
1	4,81	1,77
2	4,16	3,57
3	7,00	2,30
4	2,81	2,54.



(5) Владелец груза должен решить: страховать или не страховать груз.

Риск состоит в том, что с вер. $p = 0{,}1$ возможна катастрофа $\Longrightarrow$ груз будет утрачен.

Если застрахован $\longrightarrow$ компенсация 100'000 руб.

Стоимость страхового полиса $=$ 5'000 руб.

Стоит ли страховать груз???

Матрица последствий

$$Q = \begin{pmatrix} -5000 & -5000 \\ -10000 & 0 \end{pmatrix}$$

1

Задача многокритериальной оптимизации

$$\text{определить } \min(\max) \mathbb{F}(\mathbb{X}). \qquad (1)$$

$$\mathbb{X} \in \mathbb{D}$$

$\mathbb{X} \in E^n$ - n-мерный вектор варьируемых параметров;

$\mathbb{D} \subset E^n$ - обл. допустимых значений $\mathbb{X}$; (альтернатив);

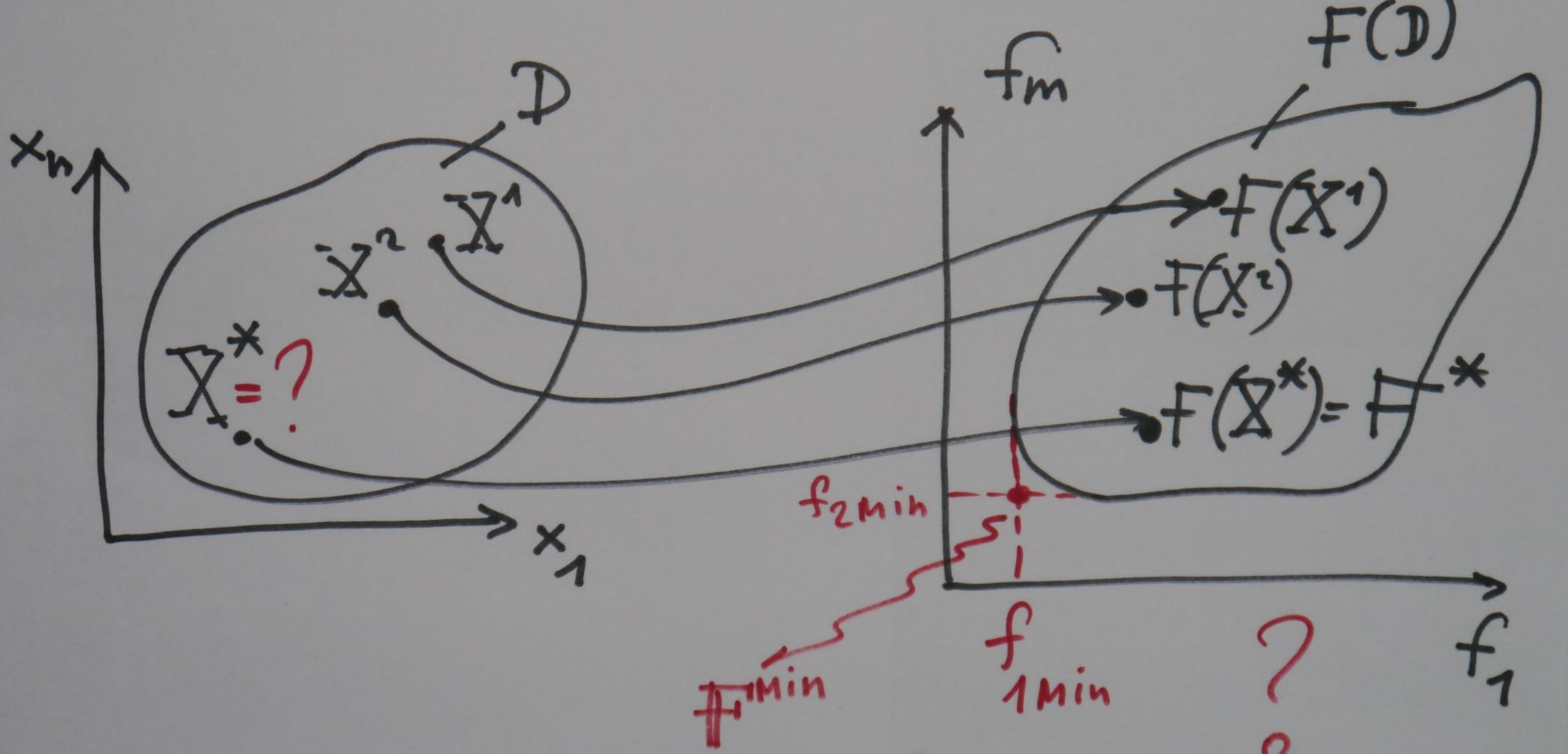
$\mathbb{F}(\mathbb{X}) = [f_1(\mathbb{X}), \ldots, f_m(\mathbb{X})]^T \in E^m$ - векторная целевая ф-ция.

Поиск оптимального решения $X^* \in D$ сводится к выбору оптимальной векторной оценки $F(X^*) = F^*$ из множества достижимых векторных оценок

$$F(D) = \{F(X) \in E^m \mid X \in D\}, \qquad (2)$$

которая доставляет всем компонентам векторной целевой ф-ции $F(X)$ минимальные (max) значения

Геометрич. интерпретация



X^*, обеспечивающий всем компонентам $F(X)$ min значения, **не существует**, т.к. $F^{min} \notin F(D)$

Бинарные отношения

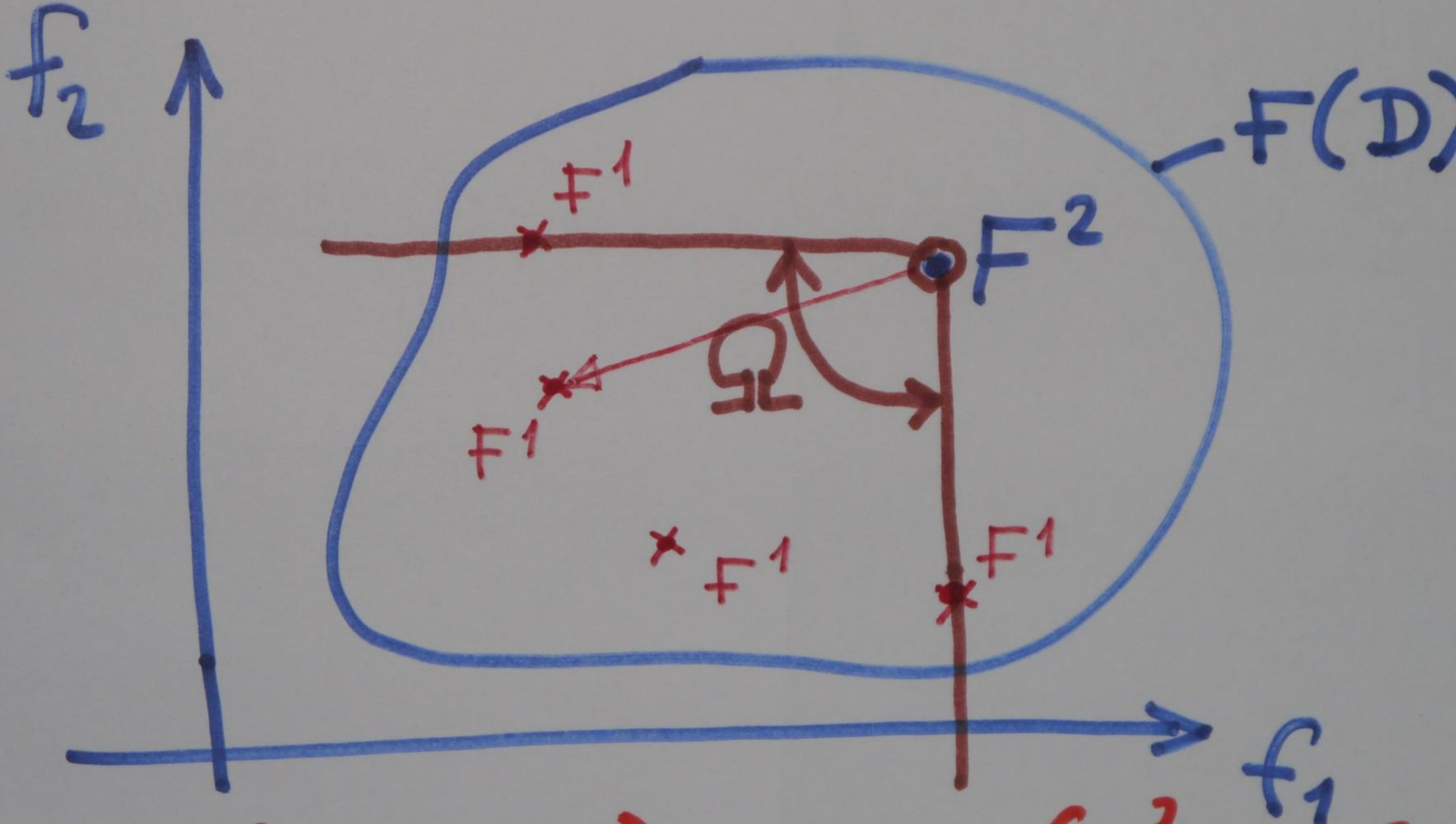
Опр. 1. Бинарным отношением ρ на мн-ве $F(D)$ наз. совокупность упорядоченных пар (F^1, F^2), где $F^1, F^2 \in F(D)$. Если $(F^1, F^2) \in \rho$, то говорят, что F^1 и F^2 находятся в отношении ρ и пишут: $F^1 \rho F^2$

Опр 2. Отношение строгого предпочтения.

$$\mathcal{P}: \quad F^1 \mathcal{P} F^2 \Longleftrightarrow \tag{3}$$

$$\Longleftrightarrow F^1 \underline{<} F^2 \Longleftrightarrow f_i^1 \leq f_i^2, \; i = \overline{1,m} \text{ и } F^1 \neq F^2$$

Геом. інтерпр. $(m=2)$

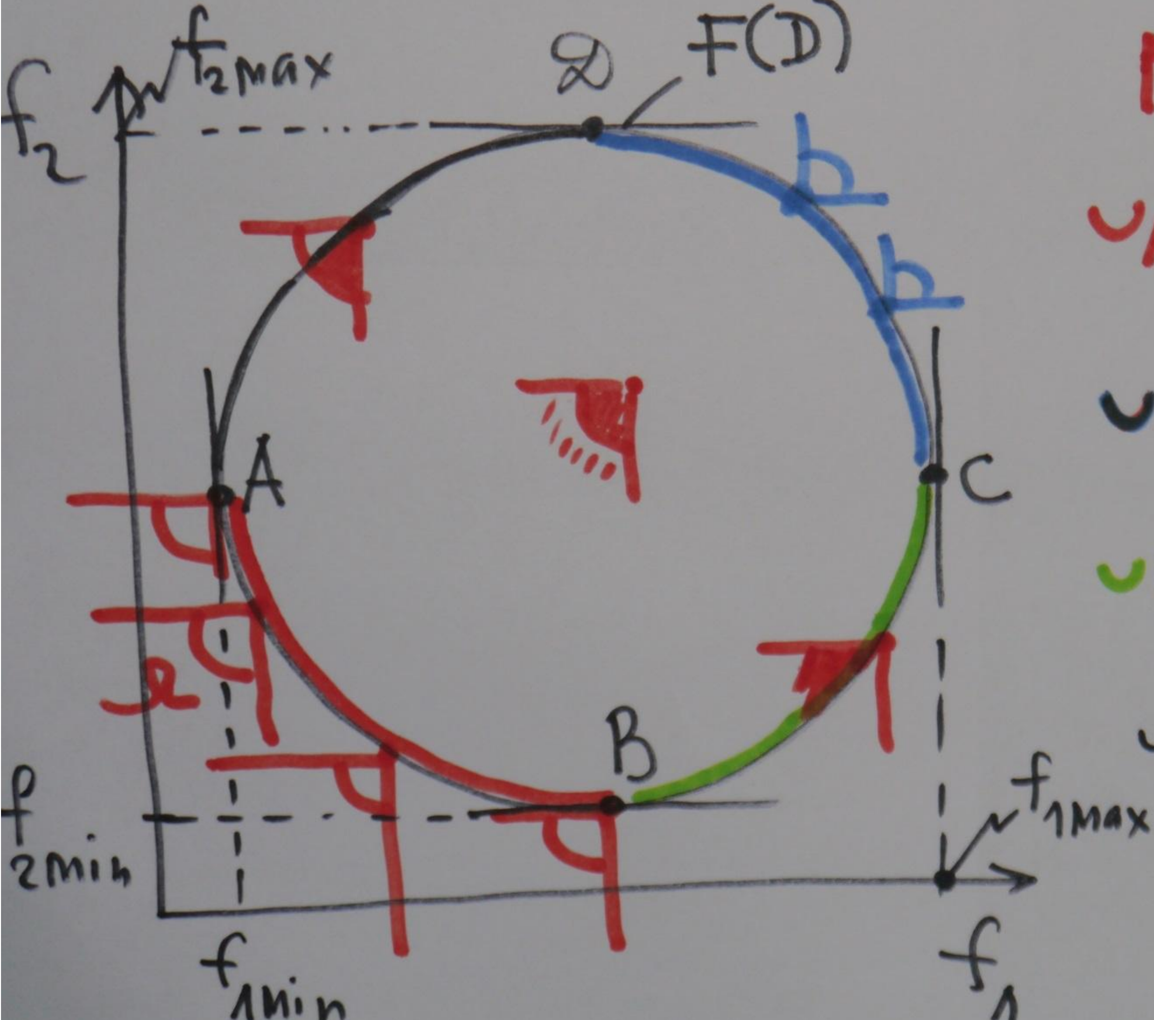


$$(F^1 - F^2) \in \Omega = \{E^2_{\leq} \setminus 0\}$$

Опр.3. Эл-т F^* наз. **минимальным** (недоминируемым) по $\mathcal{P}$ на множестве $F(D)$, если в $F(D)$ не $\exists$ эл-та $\tilde{F}$, для которого: $\tilde{F} \, \mathcal{P} \, F^*$.

Опр.4. Вект. оценка F^* минимальная по $\mathcal{P}$ вида (3), наз. **оптимальной по Парето (эффективной)**. Мн-во векторных оценок, минимальных по $\mathcal{P}$, наз. **мн-вом Парето (эфф. мн-вом)**

Геометрич. интерпретация принципа оптимальности по Парето



Мн-во Парето:

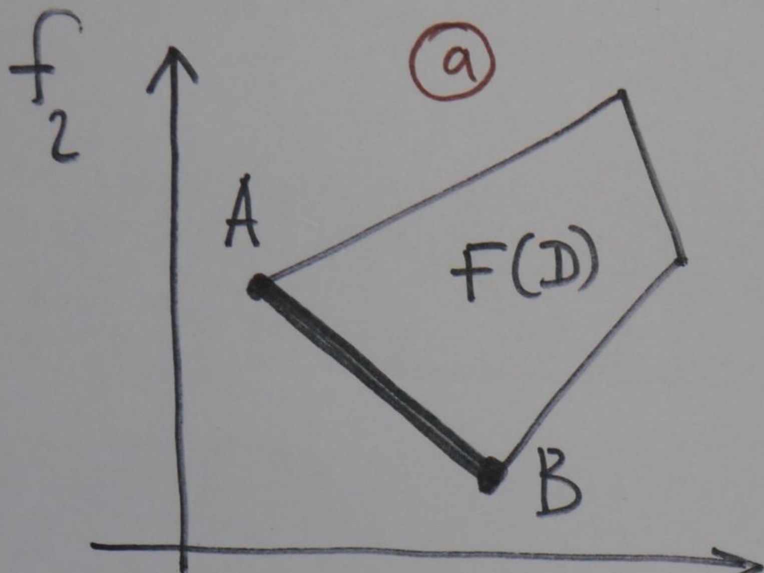
$\cup AB$ ($f_1 \to min$, $f_2 \to min$)

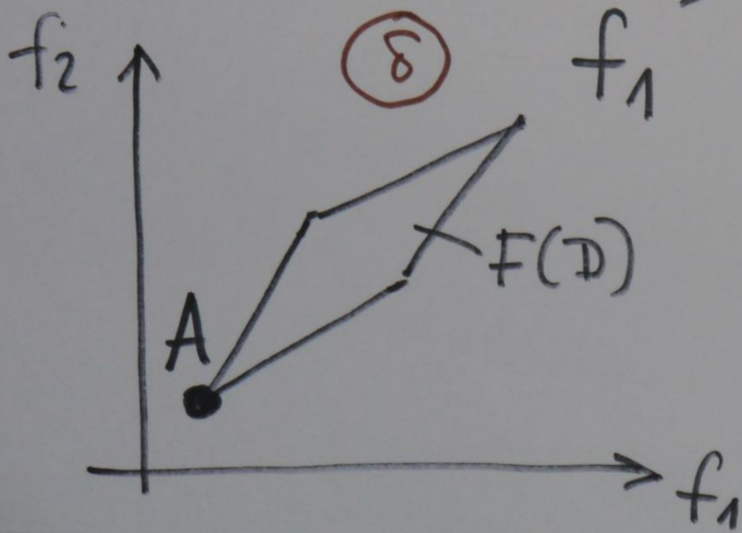
$\cup CD$ ($f_1 \to max$, $f_2 \to max$)

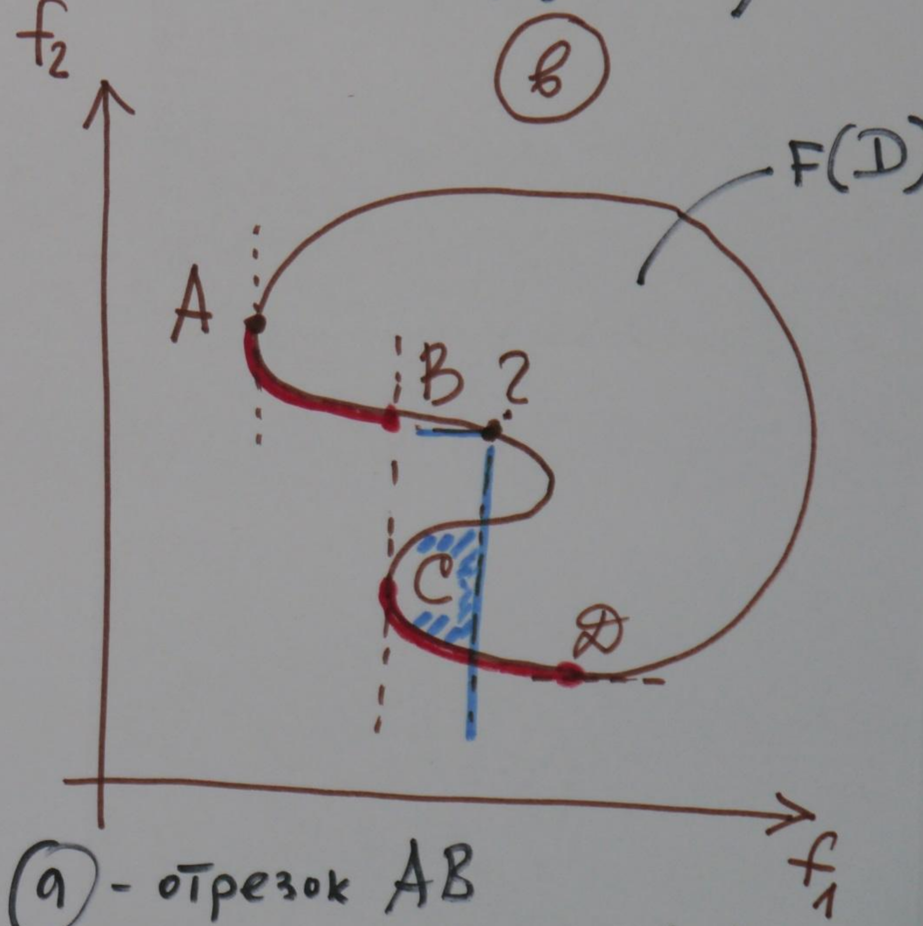
$\cup CB$ ($f_1 \to max$, $f_2 \to min$)

$\cup AD$ ($f_1 \to min$, $f_2 \to max$)

Конфигурации мн-ва Парето $\begin{pmatrix} f_1 \to \min \\ f_2 \to \min \end{pmatrix}$ 8







(а) - отрезок AB

(б) - точка A; (в) $\cup AB \bigcup \cup CD$

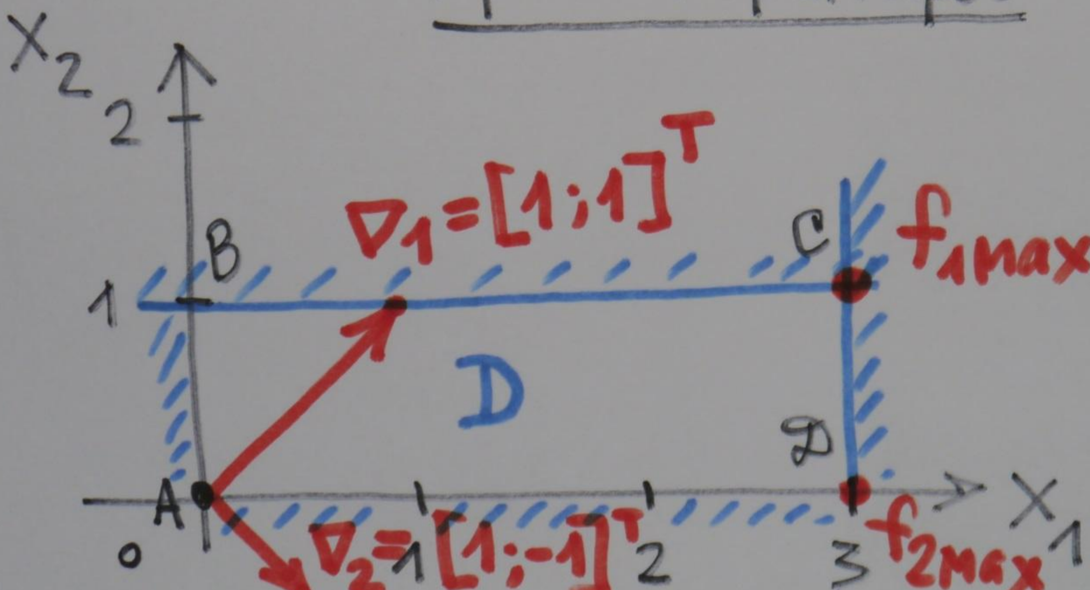
Пример 1. $f_1(X) = x_1 + x_2$

$f_2(X) = x_1 - x_2$

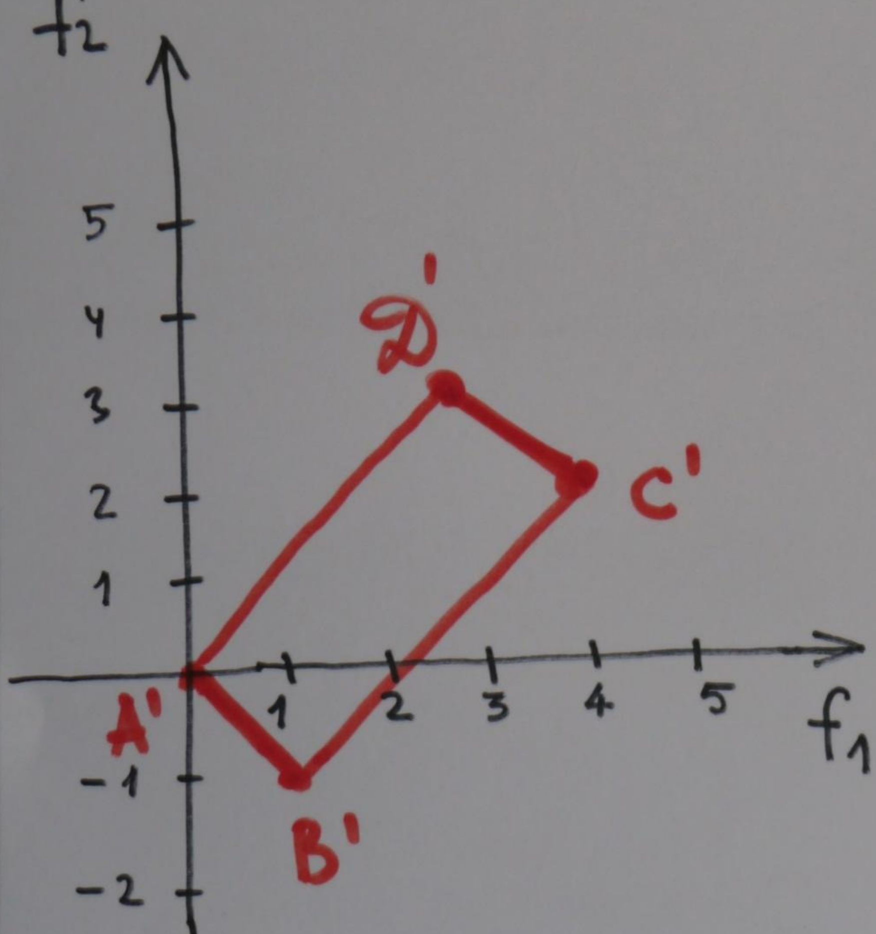
$$D: \begin{cases} 0 \le x_1 \le 3 \\ 0 \le x_2 \le 1 \end{cases}$$

Построить мн-во Парето: а) $\left.\begin{array}{l} f_1 \to \min \\ f_2 \to \min \end{array}\right\}$ б) $\begin{array}{l} f_1 \to \max \\ f_2 \to \max \end{array}$

Пр-во параметров



Пр-во критериев



$A(0,0) \to A'(0;0)$

$B(0;1) \to B'(1;-1)$

$C(3;1) \to C'(4;2)$

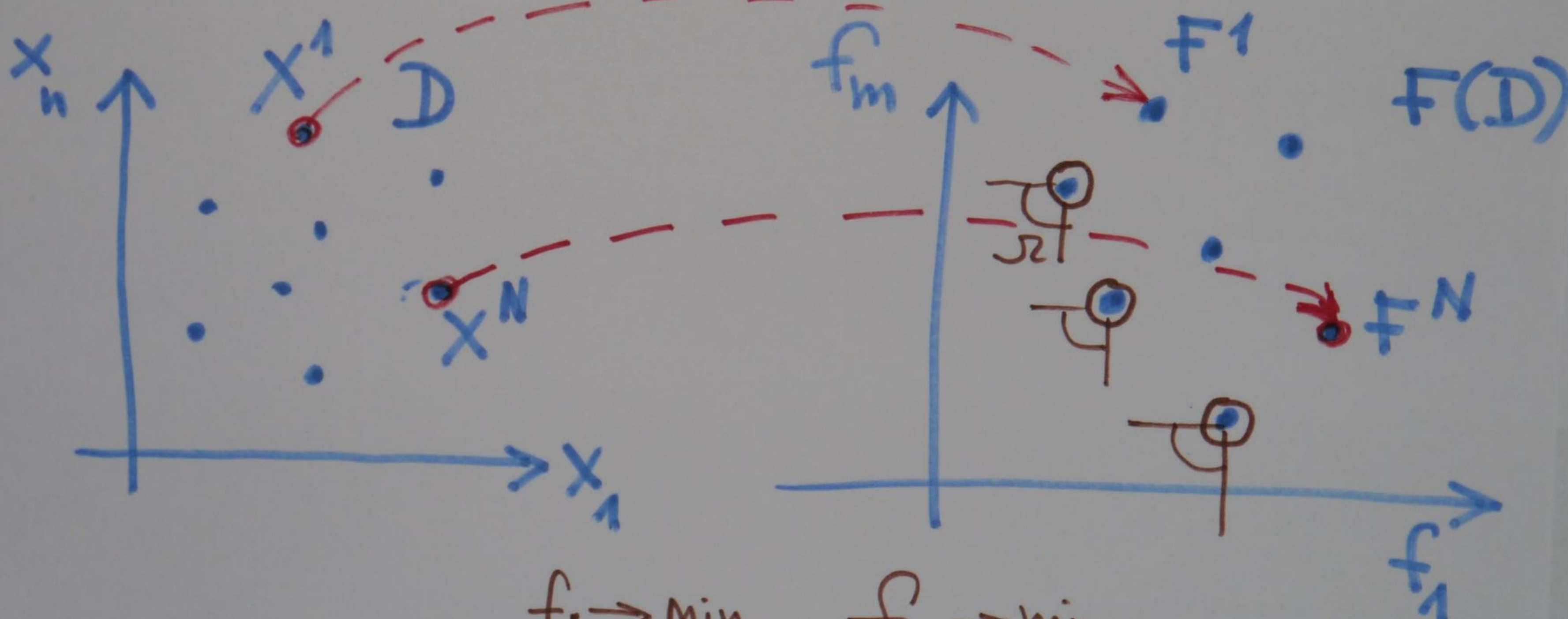
$D(3;0) \to D'(3;3)$

а) Мн-во Парето: $A'B'$

б) Мн-во Парето: $C'D'$.

Дискретная задача МО

D - конечное мн-во; $\longrightarrow$ F(D) - конечное мн-во



$f_1 \to \min \ldots f_m \to \min.$

Алгоритм многокритериального ранжирования

Шаг 1. Полагаем $K=1$.

Шаг 2. Вычислить b_k – кол-во точек, для которых справедливо:

$$F^{(i)}-F^{(k)}\in\Omega,\quad i=\overline{1,N},\ i\neq k$$

Шаг 3. Вычислить ф-цию (индекс эффективн.)

$$\Phi_k=\frac{1}{1+\frac{b_k}{N-1}}\ ;$$

Шаг 4. Если $k < N$, полагаем $k = k+1$. Переход к шагу 2. Иначе, переход к шагу 5.

Шаг 5. Из точек мн-ва $F(D)$ формируем подмножеств $F_p(D) \subset F(D)$, обладающее св-вом:

$$\forall F \in F(D) : \Phi(F) = 1.$$

Это $F_p(D)$ будет мн-вом Парето.

Свойства $\Phi(F)$:

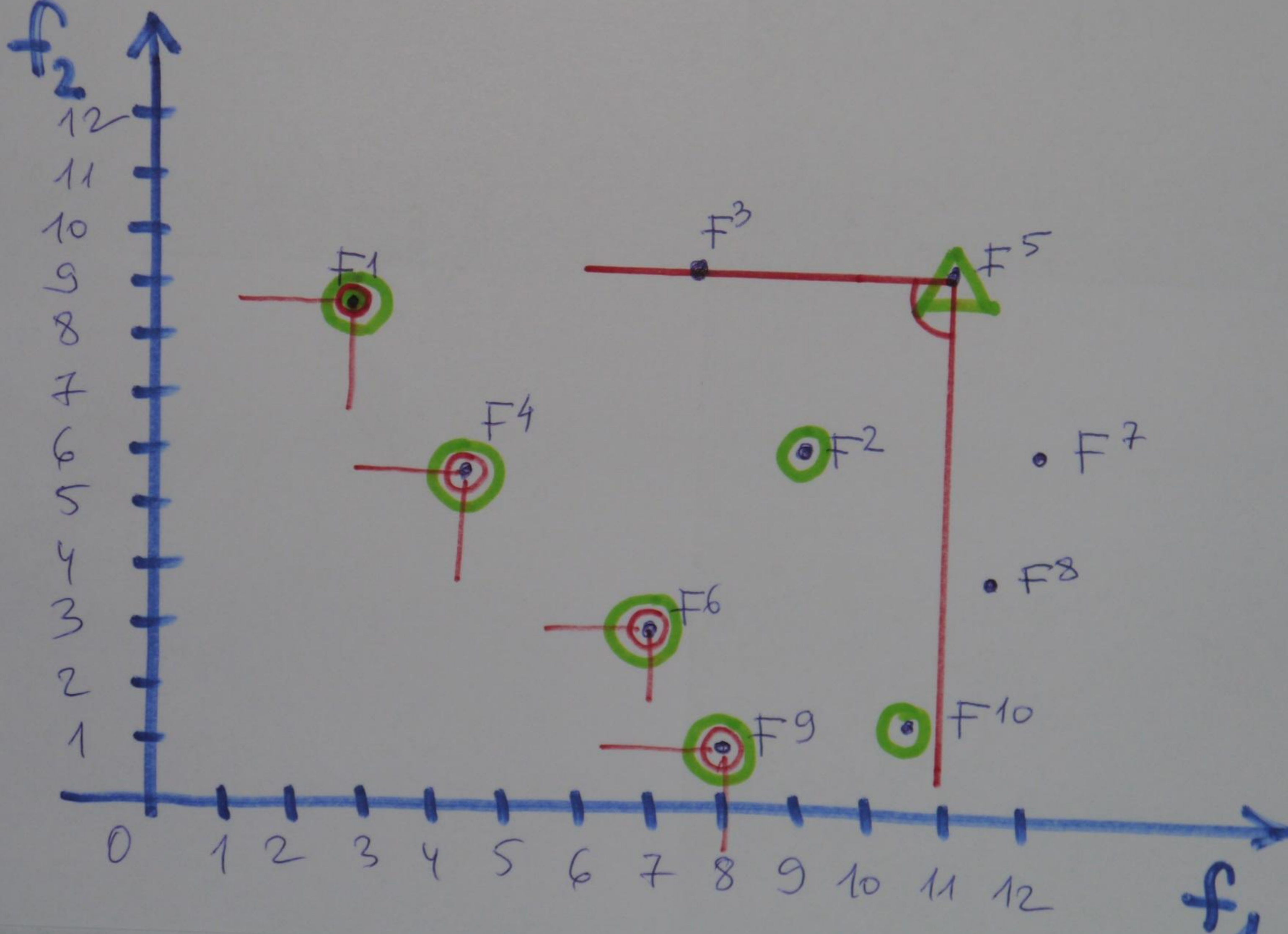
1. $\Phi_{max} = 1$, при $b_k = 0$.

2. $\Phi_{min} = \frac{1}{2}$, при $b_k = N-1$.

3. $\frac{1}{2} \le \Phi(F) \le 1$, $\forall F \in F(D)$.

4. $\Phi(F) = 1$, $\forall F \in F_p(D)$.

Пример.


f_2
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
f_1
F1
F2
F3
F4
F5
F6
F7
F8
F9
F10

Сформируем таблицу

$№_k F$	f_1	f_2	$в_k$	Ф
1	3	8,5	0	1
2	9	6	3 (6, 9, 4)	0,75
3	7,5	9,5	3 (1, 4, 6)	0,75
4	4,5	5,5	0	1
5	11	9	6 (1, 2, 4, 6, 9, 10)	0,6
6	7	3	0	1
7	12	6	6 (2, 4, 6, 8, 9, 10)	0,6
8	11,5	4	3 (6, 9, 10)	0,75
9	8	1	0	1
10	10,5	1,5	1 (9)	0,9