

Многогранники Тела и

поверхности

вращения



Школьный курс геометрии состоит из 2 частей:

- **планиметрия;**
- **стереометрия.**

В планиметрии изучаются свойства геометрических фигур на плоскости.

Стереометрия-это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.

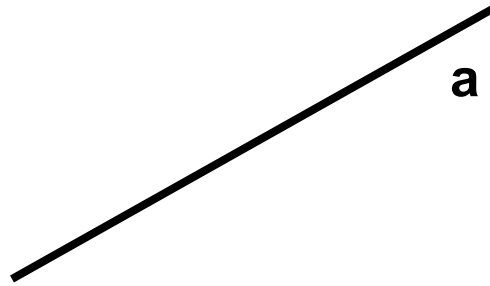
Основные фигуры в пространстве:

точка



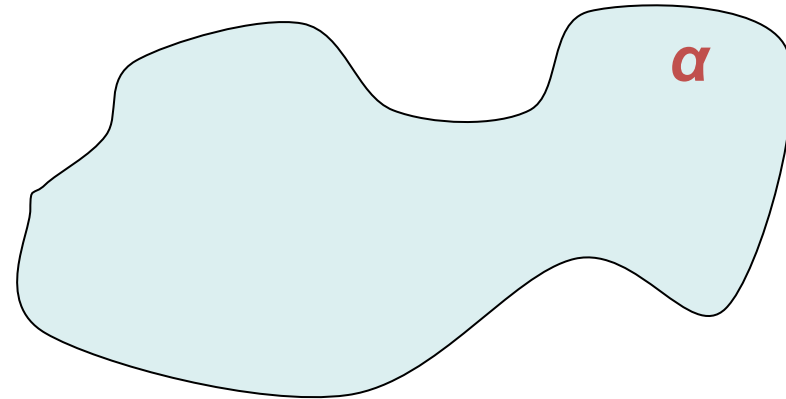
**Обозначение: $A; B; C;$
 $\dots; M; \dots$**

прямая



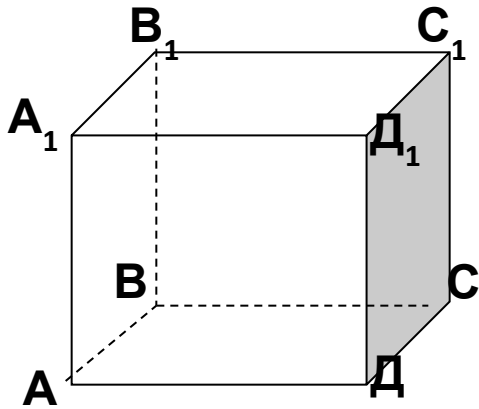
**Обозначение: $a, b, c, d, \dots,$
 t, n, \dots (или
двумя
заглавными
латинскими
)**

плоскость

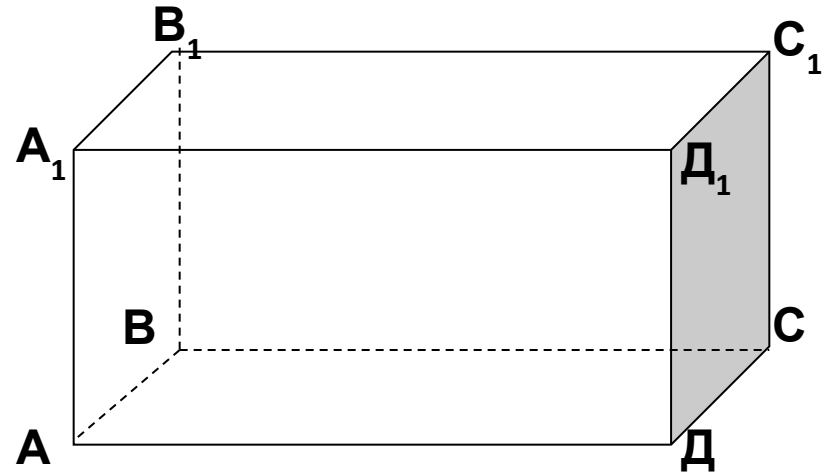


**Обозначение: $\alpha, \beta,$
 γ, \dots**

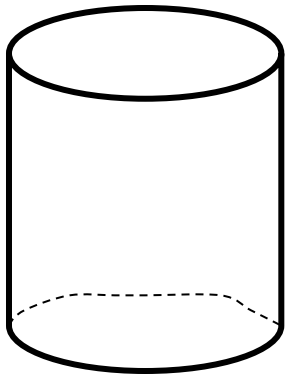
Некоторые геометрические тела.



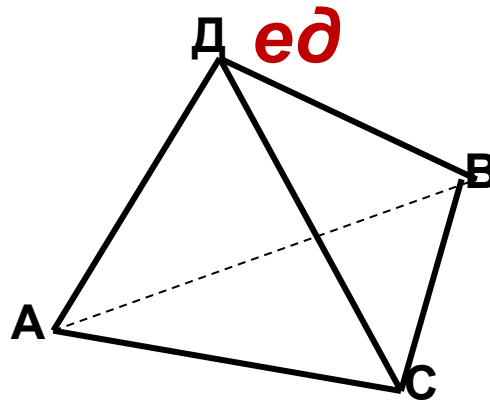
куб



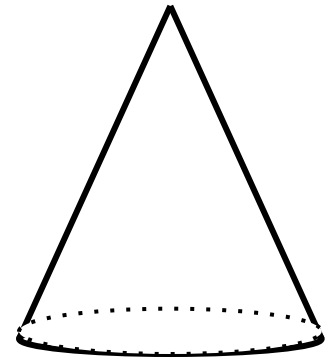
параллелепип



цилиндр



тетраэдр



конус

Многогранники

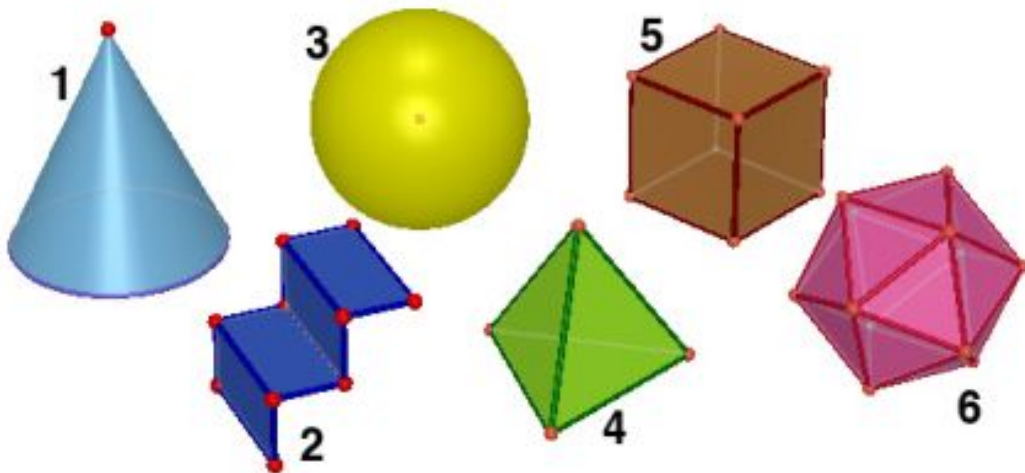
Тело, которое ограничено плоскими многоугольниками, называется **многогранником**.



Многоугольники, образующие поверхность многогранника, называются **гранями**.

Стороны этих многоугольников — **рёбра** многогранников.

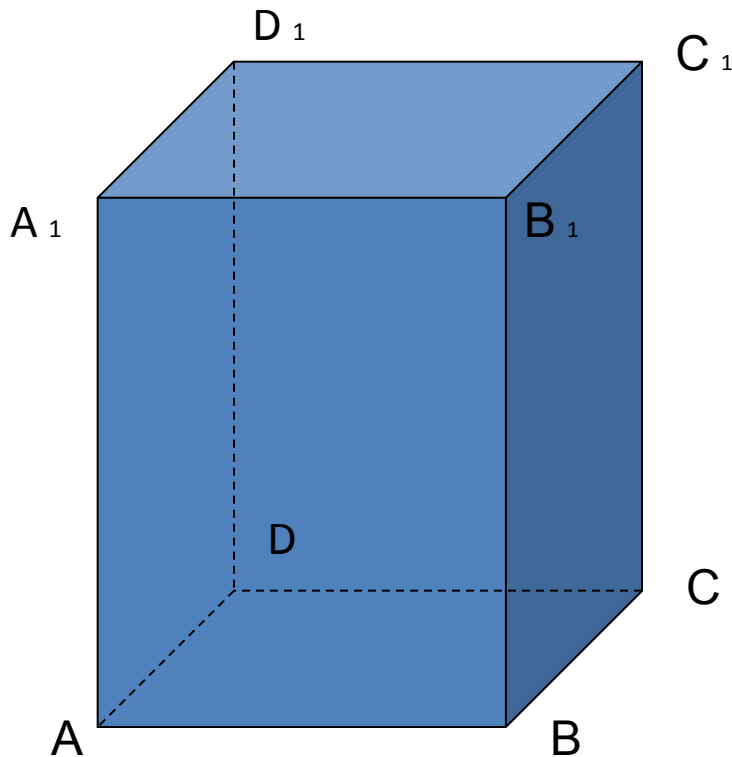
Вершины многоугольников — **вершины** многогранников.





Первые упоминания о многогранниках известны еще за три тысячи лет до нашей эры в Египте и Вавилоне. Но теория многогранников является и современным разделом математики.

Элементы многогранника



Грани:

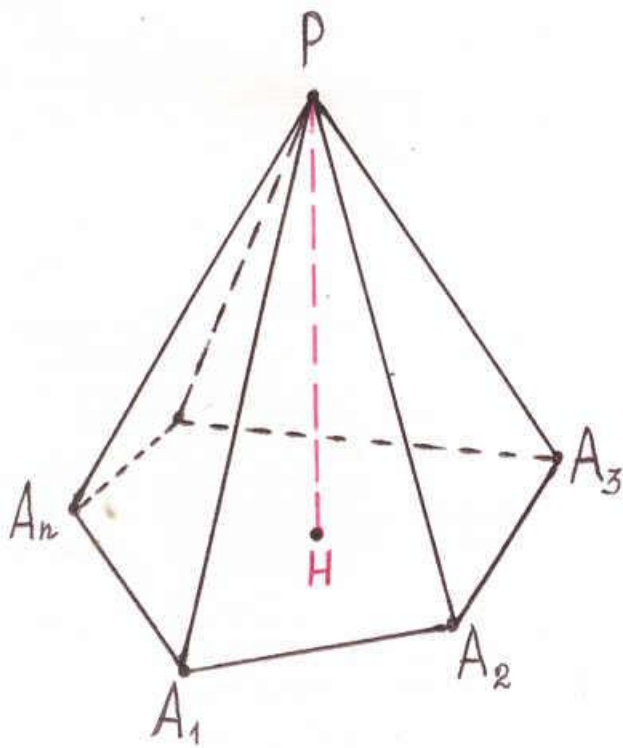
$ABCD$, AA_1B_1B , AA_1D_1D ,
 CC_1B_1B , CC_1D_1D , $A_1B_1C_1D_1$

Ребра:

AB , BC , CD , DA , AA_1 , BB_1 ,
 CC_1 , DD_1 , A_1B_1 , B_1C_1 , C_1D_1 , D_1A_1

Вершины:

A , B , C , D , A_1 , B_1 , C_1 , D_1



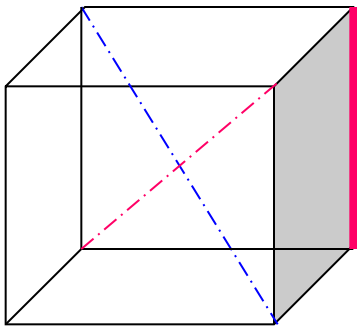
Многогранником называется тело, граница которого является объединением конечного числа многоугольников.

Многоугольники из которых составлен многогранник называются его гранями.

Стороны граней – ребрами.

Концы ребер – вершинами многогранника.

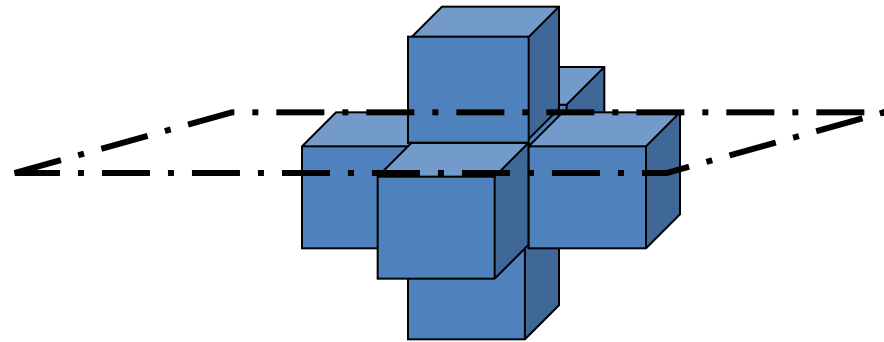
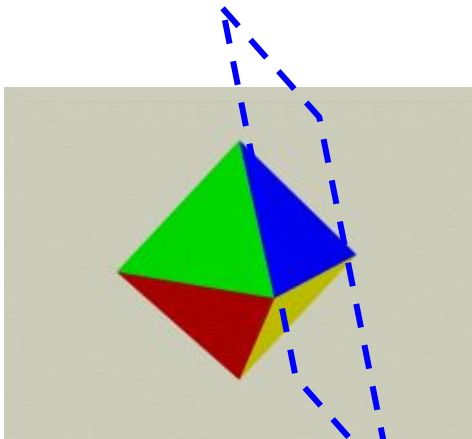
Отрезок соединяющий две вершины не принадлежащий одной грани называются диагональю



Виды многогранников

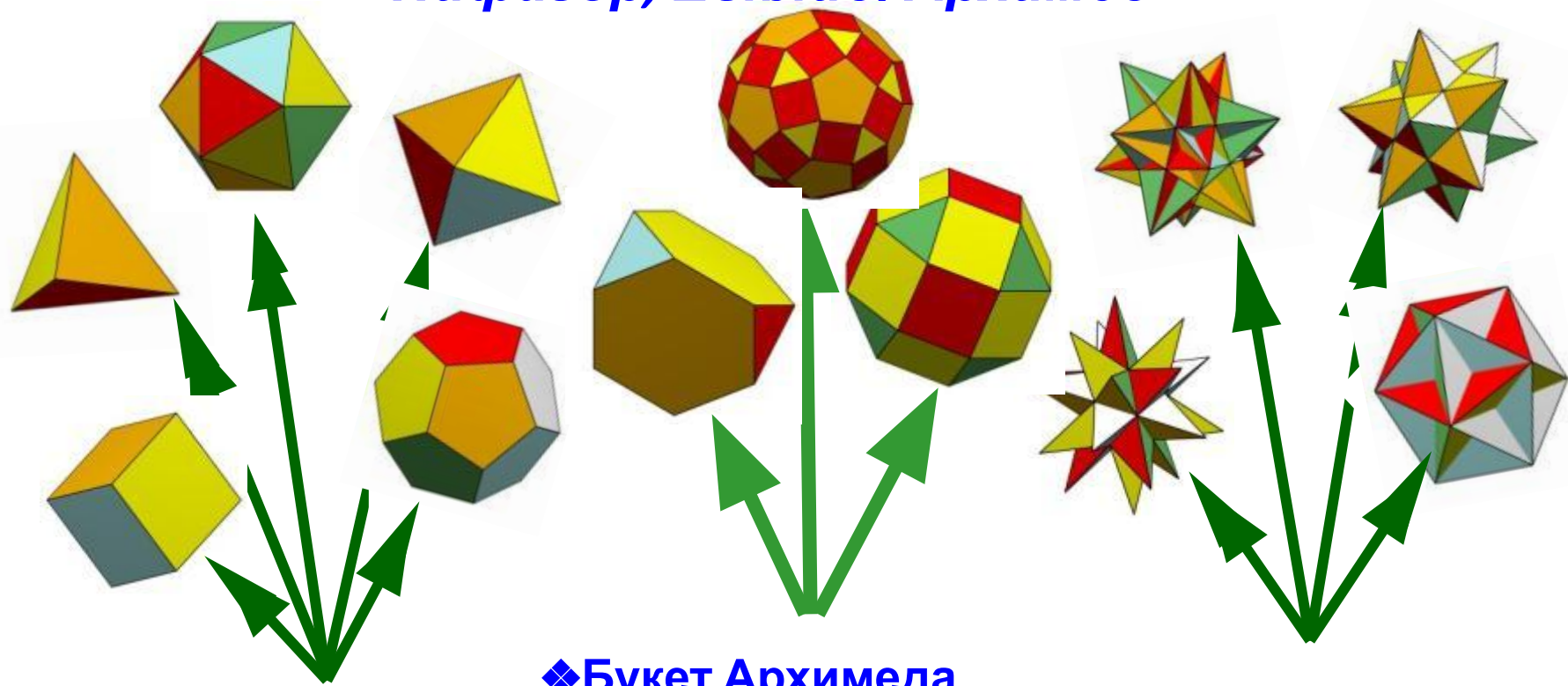
Выпуклые

Невыпуклые



Выпуклый многогранник характеризуется тем, что он расположен по одну сторону от плоскости каждой своей грани, а не выпуклый – по разные стороны от этой плоскости

Многогранники имеют красивые формы, например, правильные, полуправильные и звездчатые многогранники. Они обладают богатой историей, которая связана с именами таких ученых, как *Пифагор, Евклид, Архимед*



◆ Букет Платона

◆ Букет Архимеда

◆ Букет Пуансо

Изучением многогранников занимались Пифагор и его ученики. Их поражала красота, совершенство, гармония этих фигур. Пифагорейцы считали правильные многогранники божественными фигурами и использовали в своих философских сочинениях: первоосновам бытия - огню, земле, воздуху, воде придавалась форма соответственно тетраэдра, куба, октаэдра, икосаэдра, а вся Вселенная имела форму додекаэдра.

Позже учение пифагорейцев о правильных многогранниках изложил в своих трудах другой древнегреческий ученый, философ - идеалист Платон.

***ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОГРАННИК-
выпуклый многогранник, грани
которого являются правильными
многоугольниками с одним и тем же
числом сторон и в каждой вершине
которого сходится одно и то же число
ребер.***



ОГОНЬ

ТЕТРАЭДР



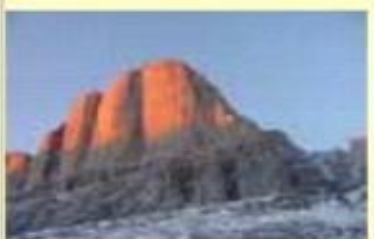
ВОДА

ИКОСАЭДР



ВОЗДУХ

ОКТАЭДР



ЗЕМЛЯ

ГЕКСАЭДР



ВСЕЛЕННАЯ

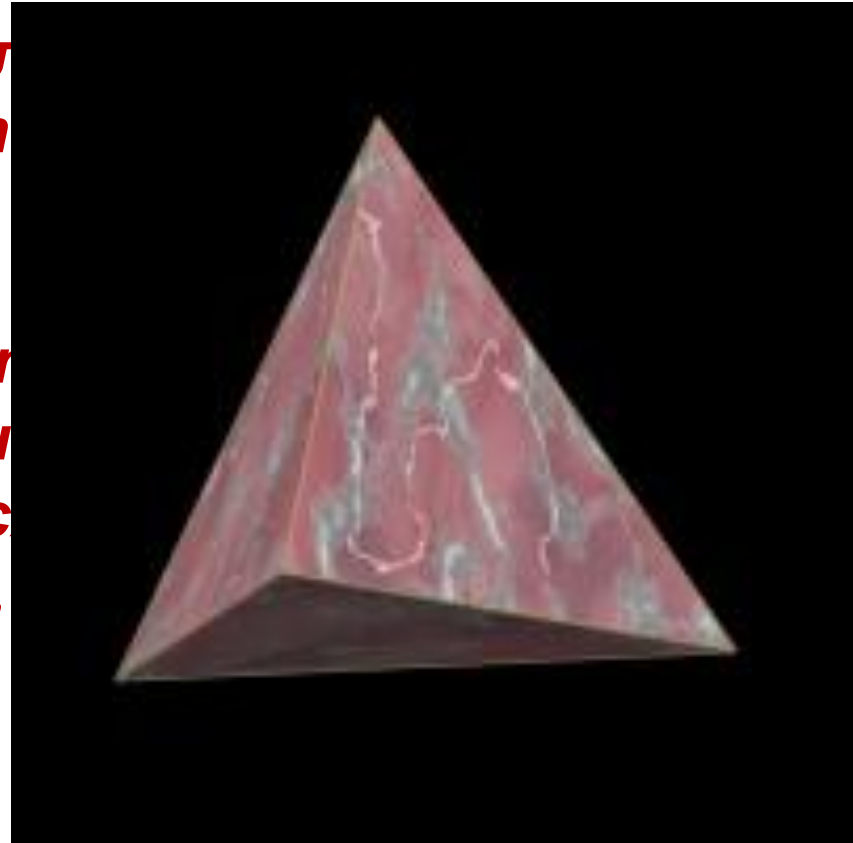
ДОДЕКАЭДР



ТЕТРАЭДР

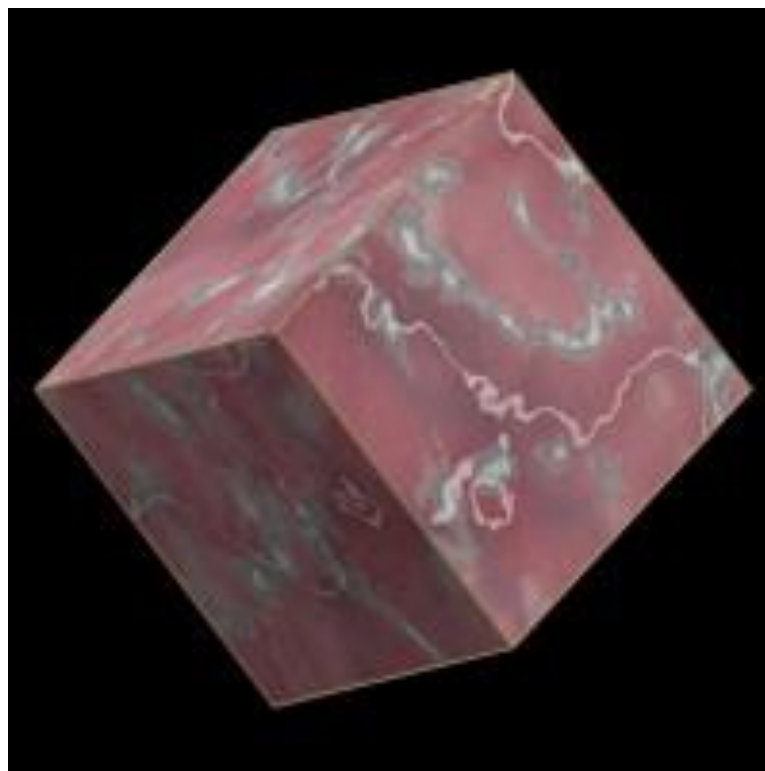
Тетраэдр – представитель платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.

Поверхность тетраэдра состоит из четырёх равносторонних треугольников, сходящихся к каждой вершине по три.



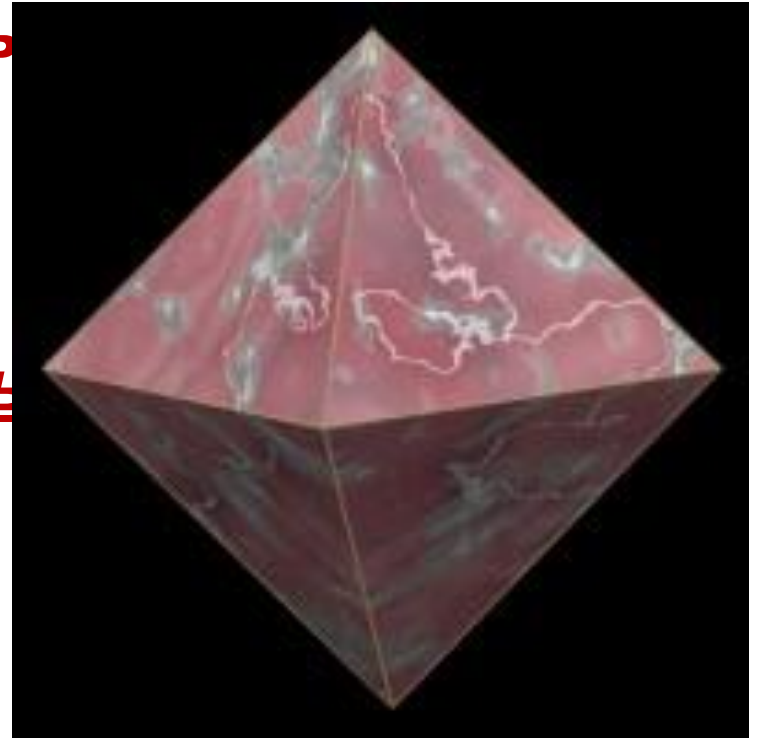
КУБ (ГЕКСАЭДР)

- Куб или гексаэдр – представитель платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.
- Куб имеет шесть квадратных граней, сходящихся в каждой вершине по три.



ОКТАЭДР

- Октаэдр – представитель семейства платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.
- Октаэдр имеет восемь треугольных граней, сходящихся в каждой вершине по четыре.



ДОДЕКАЭДР

- Додекаэдр – представитель семейства платоновых тел.
- Додекаэдр имеет двенадцать пятиугольных граней, сходящихся в вершинах по три.
- Этот многогранник замечателен своими тремя

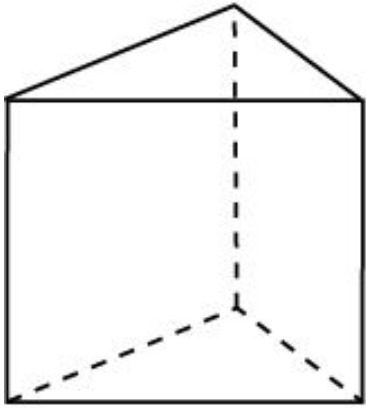


ИКОСАЭДР

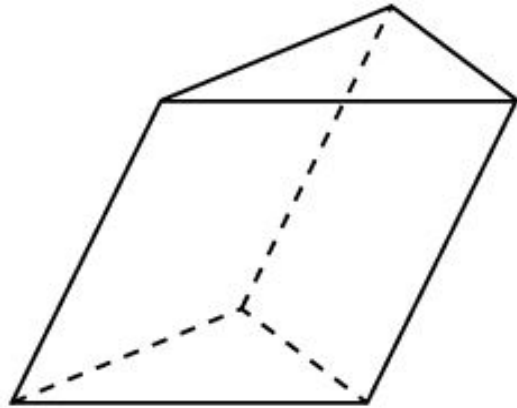
- Икосаэдр – представитель платоновых тел.
- Поверхность икосаэдра состоит из двадцати равносторонних треугольников, сходящихся в каждой вершине по пять.
- Икосаэдр имеет одну звездчатую форму.



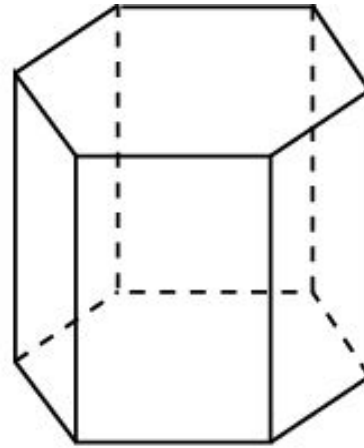
ПРИЗМА



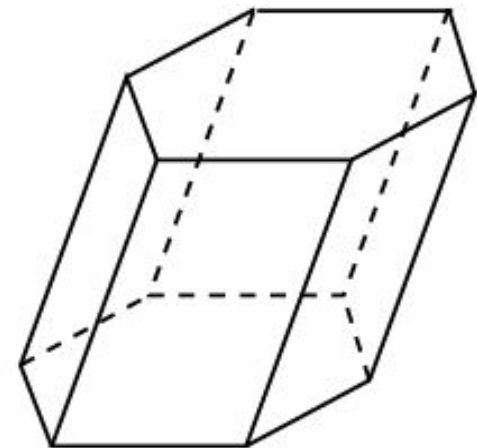
Правильная
треугольная
призма



Наклонная
треугольная
призма



Правильная
шестиугольная
призма

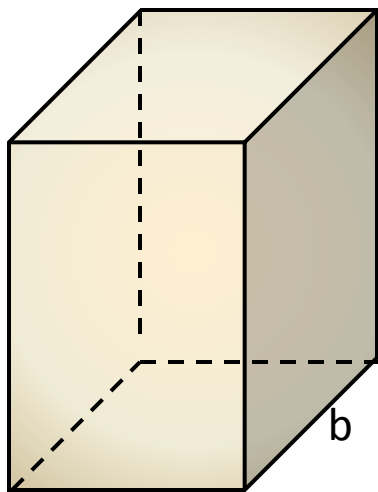


Наклонная
шестиугольная
призма

Призмой называется многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых основаниями призмы, и параллелограммов, имеющих общие стороны с каждым из оснований и называемых боковыми гранями призмы.

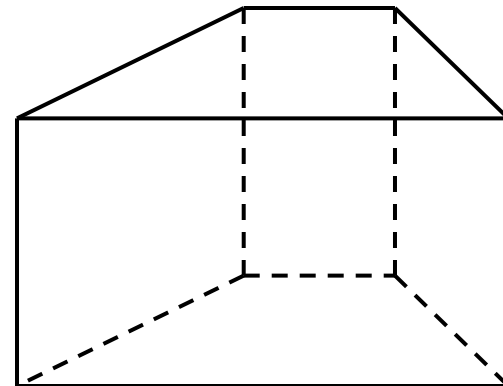
**Призма называется прямой, если её боковые грани – прямоугольники.
Прямая призма называется правильной, если её основания – правильные многоугольники.**

Площадь призмы



$$\text{Сполн.} = \text{Сбок.} + 2S_{\text{осн}}$$

=



Теорема: Площадь боковой поверхности
прямой

призмы равна произведению периметра
основания

$$S_{\text{бок.}} =$$

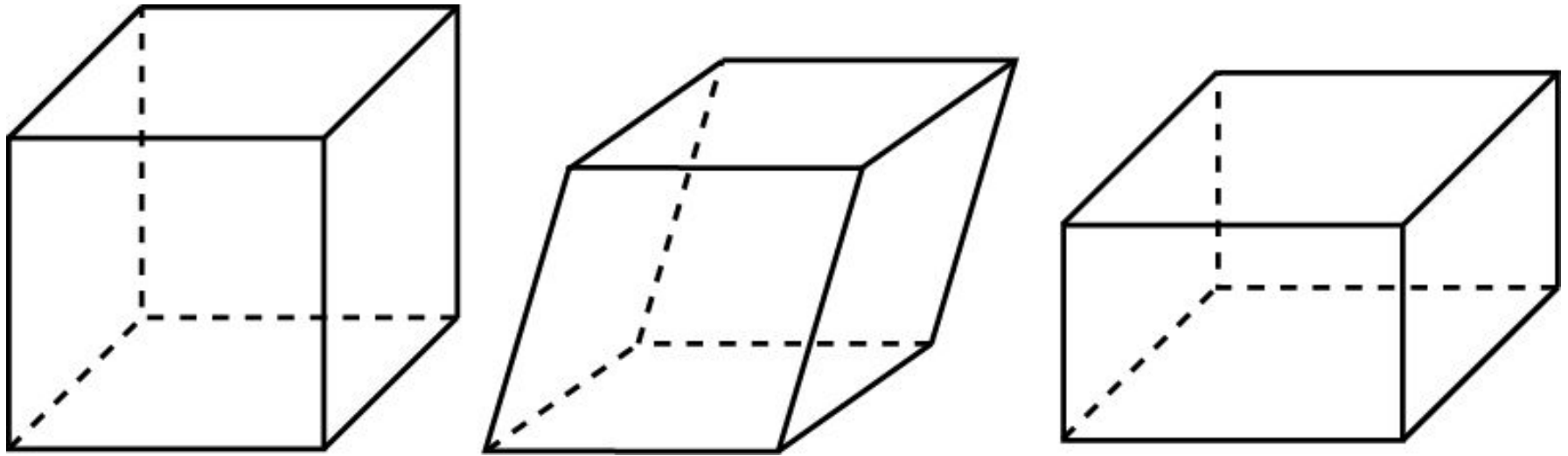
$$Ph$$

на высоту.

$$S_{\text{бок.}} = ah + ah + bh + bh =$$

$$= h(2a + 2b) = Ph$$

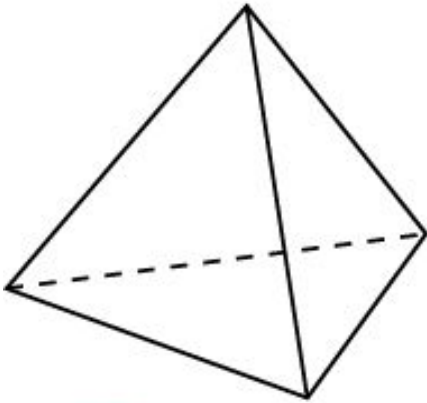
КУБ, ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



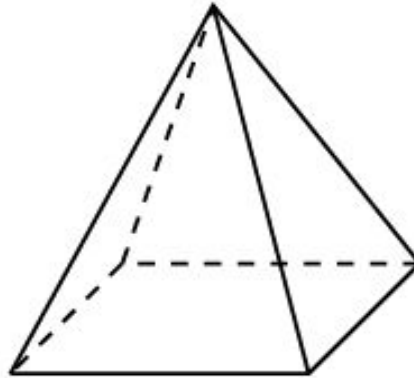
**Кубом называется многогранник,
поверхность которого состоит из шести
Параллелепипедом ~~называется~~ многогранник,
поверхность которого состоит из шести
параллелограммов.**

**Прямоугольным параллелепипедом называется
параллелепипед,
границ которого –
прямоугольники.**

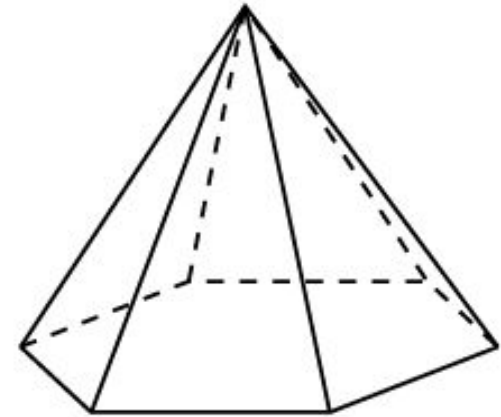
ПИРАМИДА



Правильная
треугольная
пирамида



Правильная
четырёхугольная
пирамида



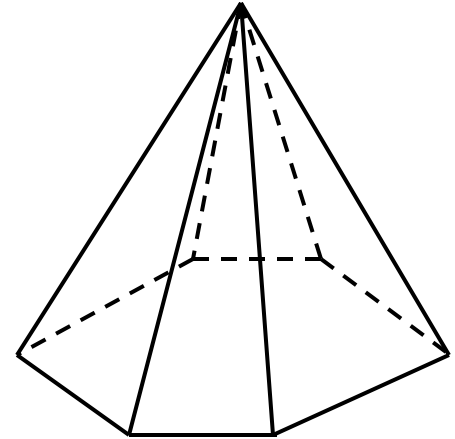
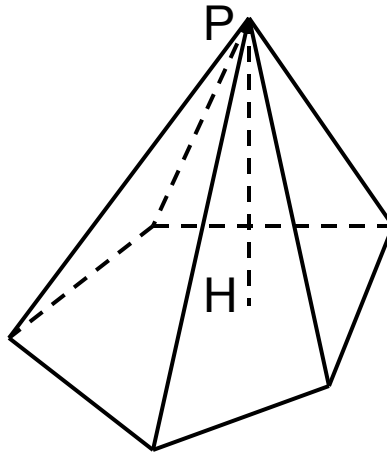
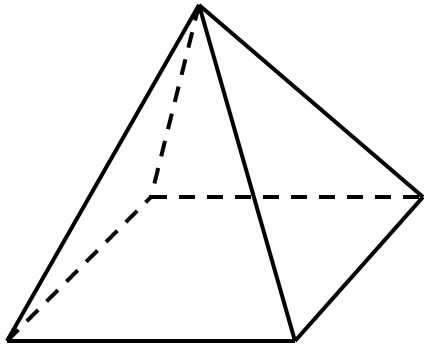
Правильная
шестиугольная
пирамида

Пирамидой называется многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого основанием пирамиды, и треугольников, имеющих общую вершину, называемых боковыми гранями пирамиды.

Пирамида называется правильной, если её основание – правильный многоугольник и все боковые ребра равны.

Пирамид

Многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника и треугольников, имеющих общую вершину



□ Многоугольник называют основанием пирамиды

□ Треугольники называют боковыми гранями

□ Общую вершину называют вершиной пирамиды

□ Перпендикуляр $PН$ называют высотой

Сполн.

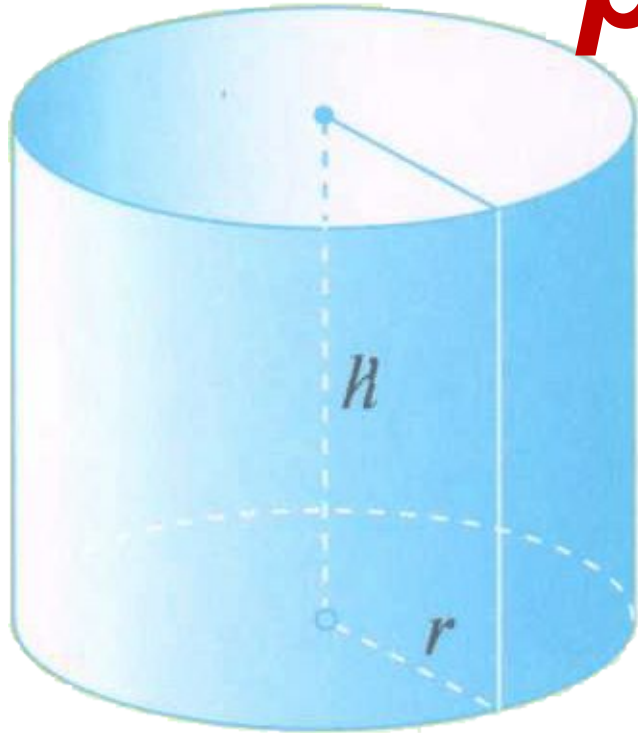
Сбок. +

=

Сосн.

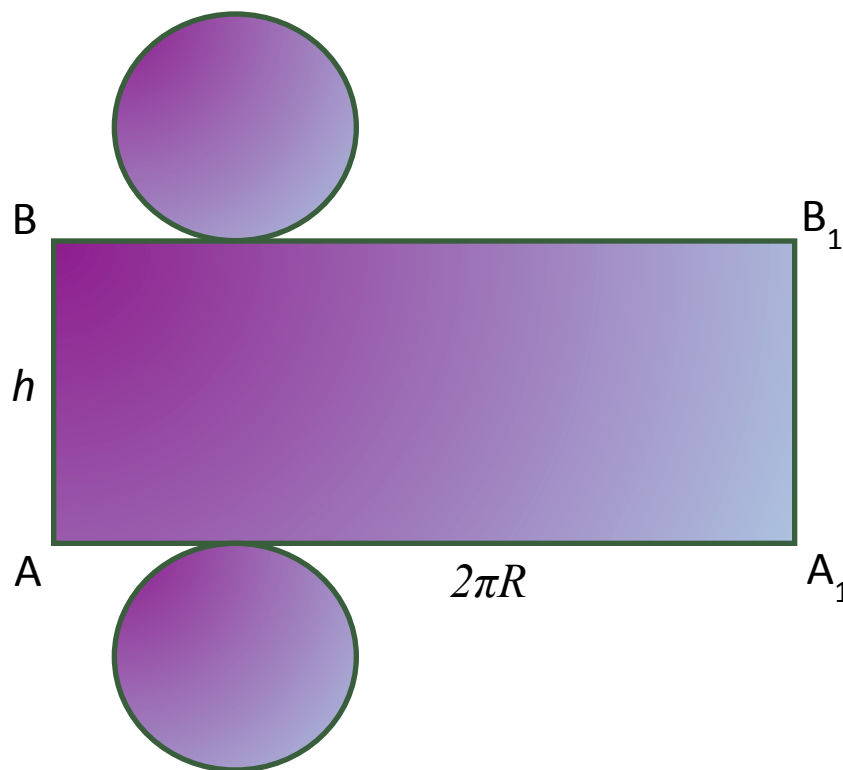
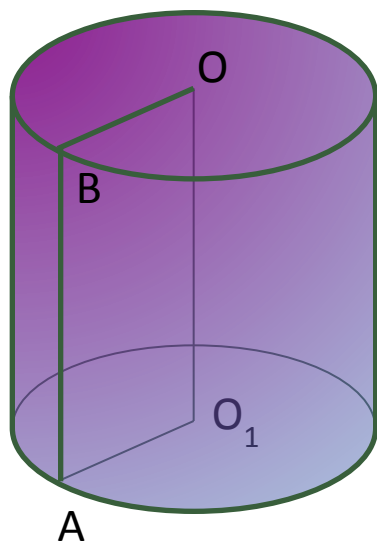
Цилиндр

r



Цилиндром называется тело, образованное вращением прямоугольника вокруг своей стороны.

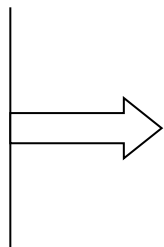
Площадь поверхности цилиндра



$$S_{\text{цилиндра}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h$$

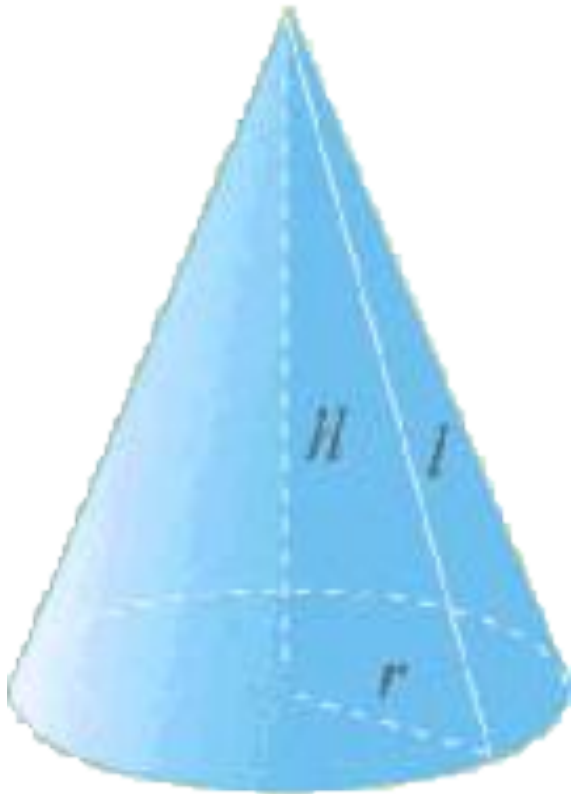


$$S_{\text{цилиндра}} = 2\pi R(R+h)$$

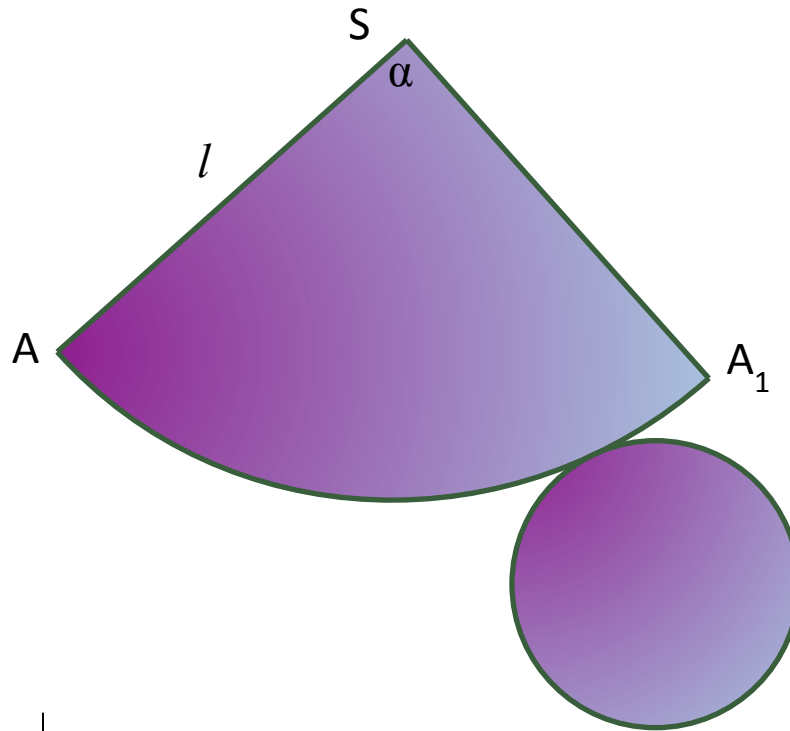
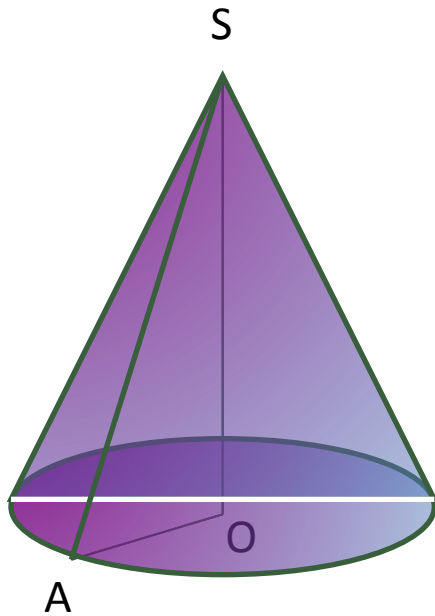
Конус

С

Конусом называется тело, образованное вращением прямоугольного треугольника вокруг своего катета.



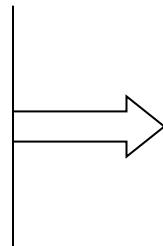
Площадь поверхности конуса



$$S_{\text{конуса}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2$$

$$S_{\text{бок}} = \pi Rl$$

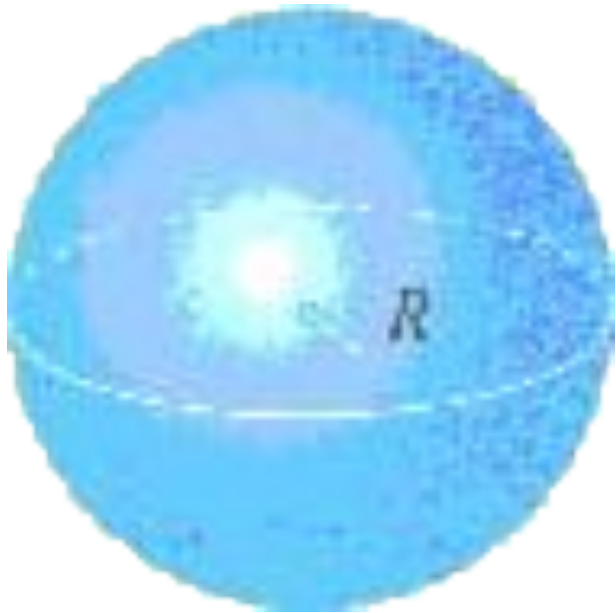


$$S_{\text{конуса}} = \pi R(R+l)$$

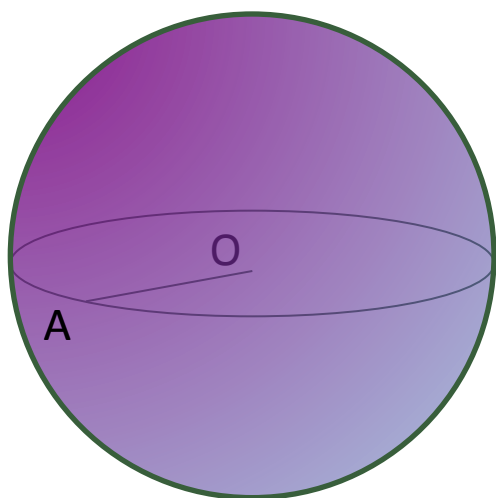
Ша

р

**Шаром называется
тело, полученное при
вращении полукруга
вокруг своего
диаметра.**

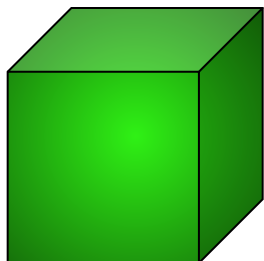


Площадь поверхности сферы



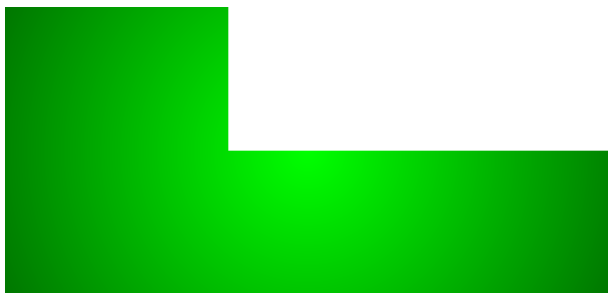
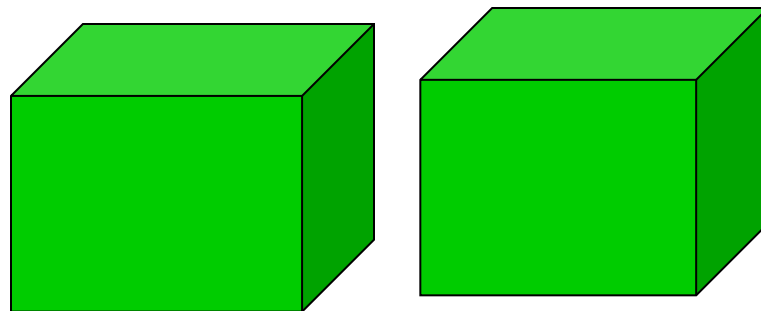
$$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$$

Объёмы геометрических тел.



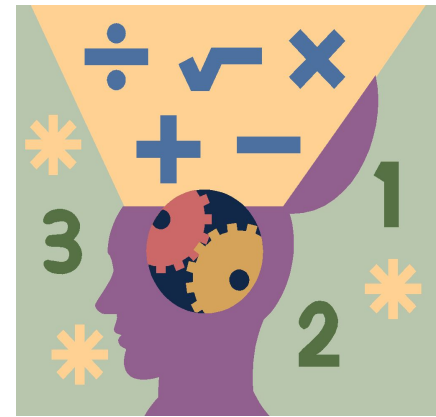
За единицу объёма принимают объём куба со стороной, равной единице измерения отрезков.

Равные тела имеют равные объёмы.



Если тело состоит из нескольких тел, то его объём равен сумме объёмов его частей.

**Объём куба с ребром a
равен кубу его ребра. $V = a^3$**



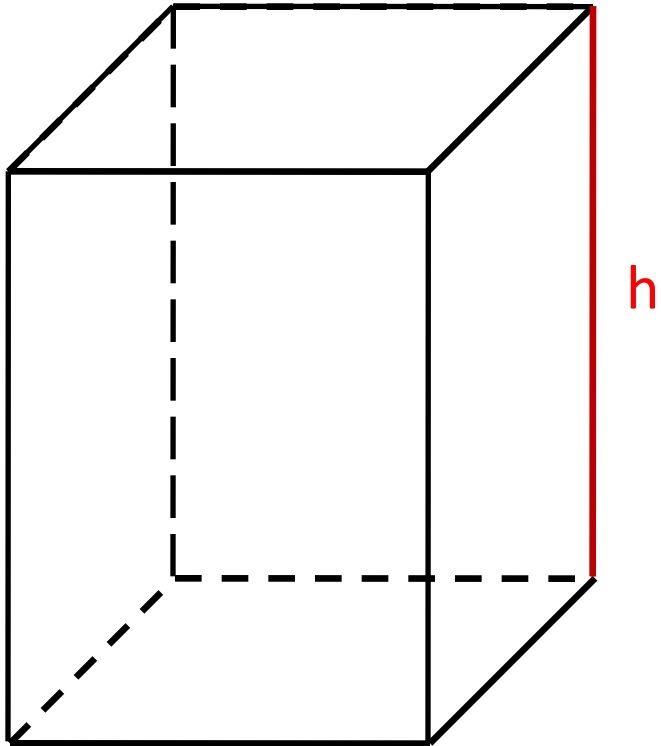
**Куб-частный случай прямоугольного
параллелепипеда.**

**Объём прямоугольного
параллелепипеда равен
произведению трёх его измерений.**

$$V = abc.$$

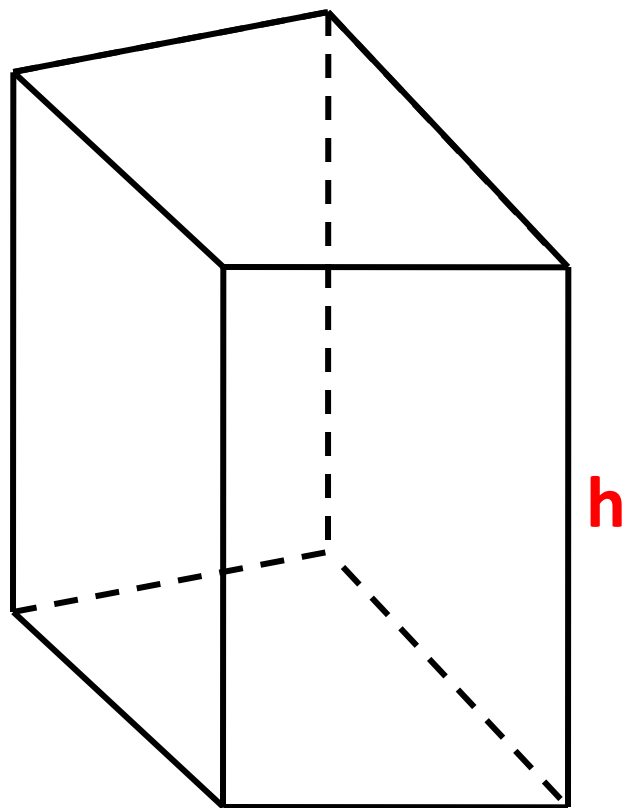


Объём прямого параллелепипеда.



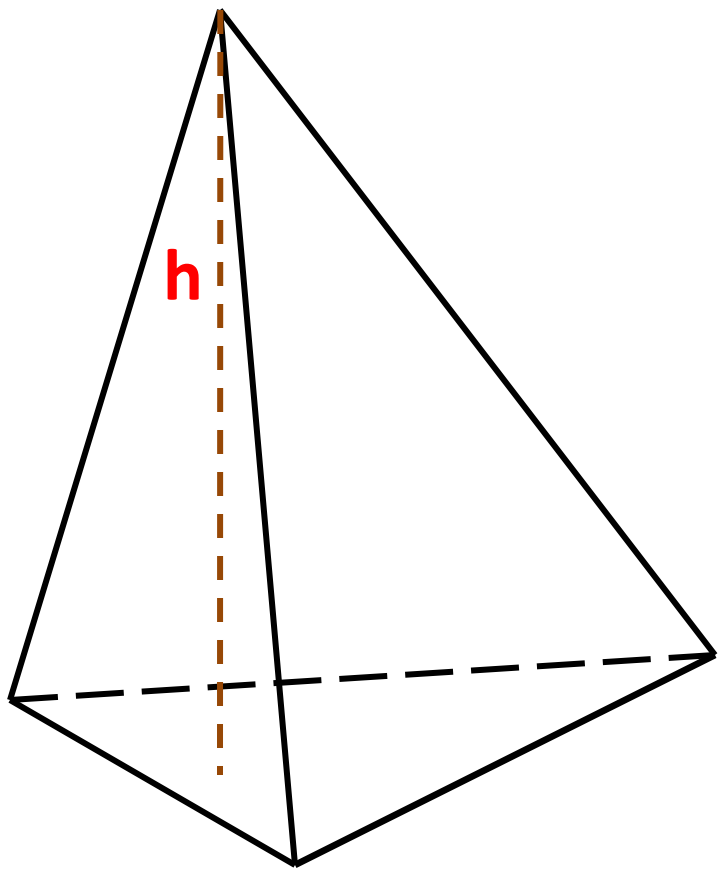
$$V = Sh$$

Объём прямой призмы.



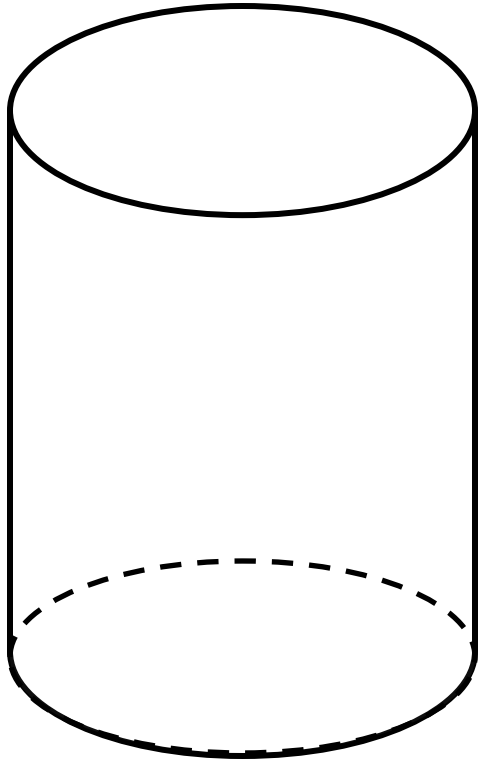
$$V = Sh$$

Объём пирамиды .



$$V = \frac{1}{3}Sh$$

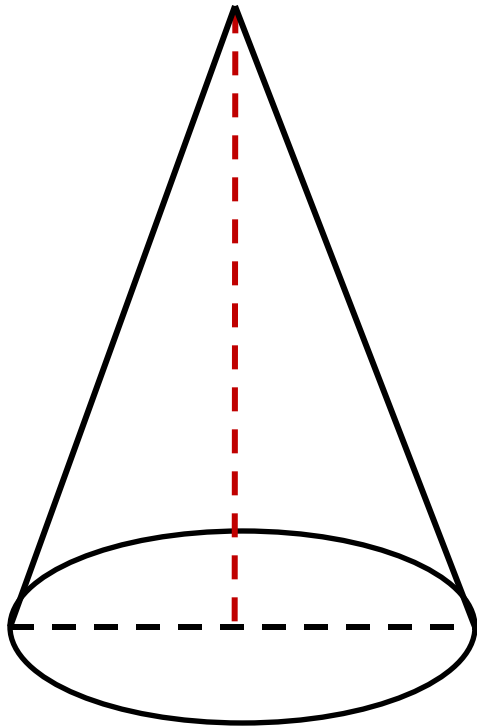
Объём цилиндра.



h

$$V = Sh = \pi R^2 h$$

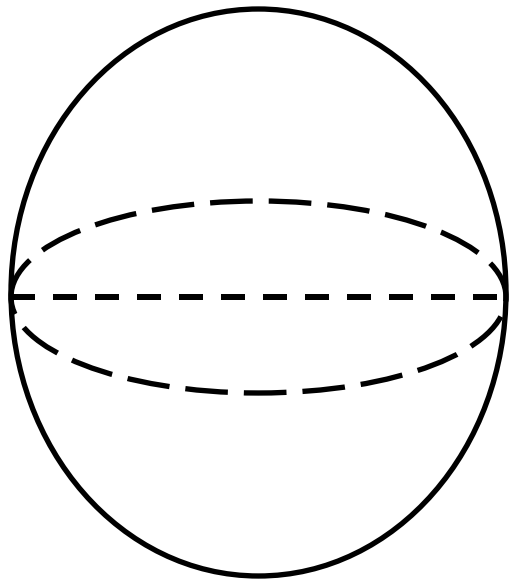
Объём конуса .



$$V = \frac{1}{3} Sh$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

Объём шара



$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$