

# Основные элементарные функции

1) Линейная функция:  $y = kx + b$

2) Степенная функция:

$$y = x^n$$

3) Показательная функция:

$$y = a^x \quad a > 0; a \neq 1$$

4) Логарифмическая функция:

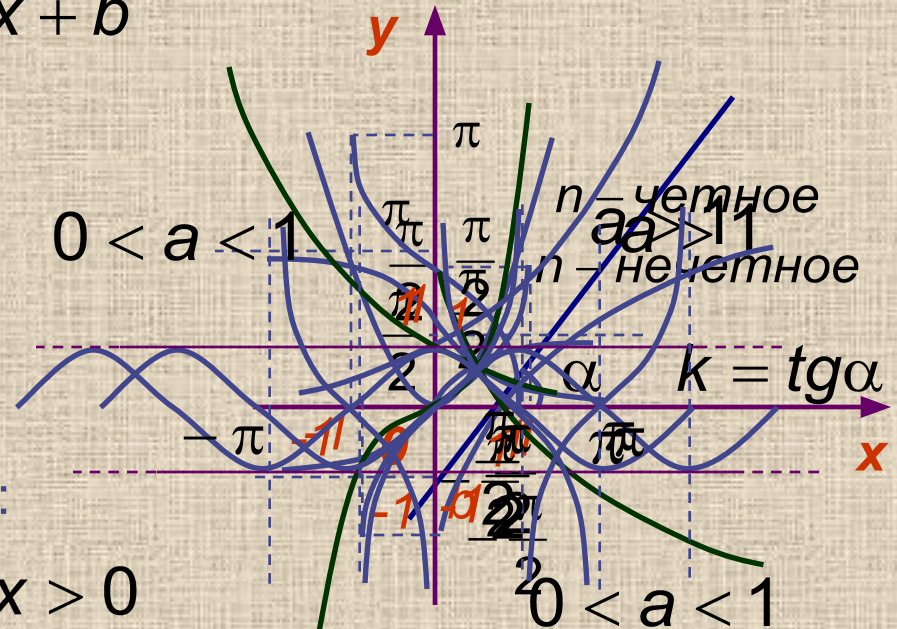
$$y = \log_a x \quad a > 0; a \neq 1; x > 0$$

5) Тригонометрические функции:  $y = \sin x$      $y = \cos x$

$$y = \operatorname{tg} x \quad y = \operatorname{ctg} x$$

6) Обратные тригонометрические функции:

$$y = \arcsin x \quad y = \arccos x \quad y = \operatorname{arctg} x \quad y = \operatorname{arcctg} x$$



- Найти область определения и множество значений функции

$$y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$$

$$y = |7x + 6| - 2$$

$$y = 5 \cos(4x - 1)$$

$$y = \frac{3}{x - 6}$$

$$y = \log_4(x - 1)$$

$$y = 2^{\sin x}$$

$$y = 2 \arcsin 3x$$

$$y = \log_{\frac{1}{3}} |3x + 4|$$

- Исследовать на четность/нечетность

$$y = xe^{-x}$$

$$y = x \arcsin 3x$$

$$y = \frac{x^2}{\arcsin x}$$

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

$$y = 2^{-x^2}$$

$$y = \sqrt{1+x^2}$$

$$y = x^2 \sin x$$

$$y = 5 \lg(1-x^2)$$

$$y = 4 \sin^2 x - 5 \cos x$$

$$y = x \cos 3x$$

$$y = \ln(x-x^2)$$

- Найти основной период функции

$$y = 5 \cos 4x - \sin 3x + \operatorname{tg} 7x$$

$$y = \cos \frac{x}{6} - 4 \sin \frac{x}{2} - 5 \operatorname{ctg} x$$

$$y = 3 \cos 7x - 4 \sin 8x + \operatorname{ctg} 3x$$

$$y = 5 \cos x - \sin \frac{x}{3} + 7 \operatorname{tg} \frac{x}{4}$$



# Сложная функция

Если  $y$  является функцией от  $u$ , а  $u$  в свою очередь зависит от переменной  $x$ , то  $y$  также зависит от  $x$ .

$$y = F(\varphi(x)) \quad u = \varphi(x)$$

Сложная функция

Пример:

$$\left. \begin{array}{l} y = \cos u \\ u = \sqrt{x} \end{array} \right\} \Rightarrow y = \cos \sqrt{x}$$

Областью определения функции  $y = F(\varphi(x))$  является или вся область определения функции  $u(x)$  или та ее часть, в которой определяются значения  $u$ , не выходящие из области определения функции  $F(u)$ .

Пример:

$$y = \sqrt{\log_2 x} \quad \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ \log_2 x \geq 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x \geq 1 \end{array} \right. \Rightarrow x \geq 1$$

# Элементарные функции

Элементарной функцией называется функция, которая может быть задана одной формулой вида  $y = f(x)$ , где справа стоящее выражение составлено из основных элементарных функций и постоянных при помощи конечного числа операций сложения, вычитания, умножения, деления и конечного числа суперпозиций.

Пример:

$$y = \frac{\lg x + 4 \cdot (\cos x)^2 - 5}{10^x - x}$$

# Основные элементарные функции

1) Линейная функция:  $y = kx + b$

2) Степенная функция:

$$y = x^n$$

3) Показательная функция:

$$y = a^x \quad a > 0; a \neq 1$$

4) Логарифмическая функция:

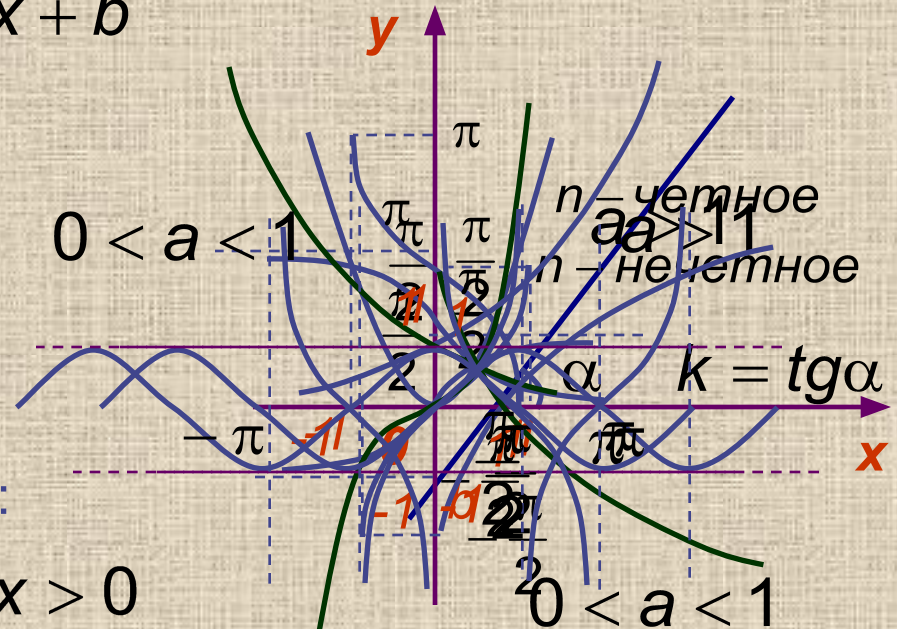
$$y = \log_a x \quad a > 0; a \neq 1; x > 0$$

5) Тригонометрические функции:  $y = \sin x$      $y = \cos x$

$$y = \operatorname{tg} x \quad y = \operatorname{ctg} x$$

6) Обратные тригонометрические функции:

$$y = \arcsin x \quad y = \arccos x \quad y = \operatorname{arctg} x \quad y = \operatorname{arcctg} x$$



# Неэлементарные функции

**Неэлементарной функцией** называется функция, которая не относится к элементарным; например, если она не записывается одной формулой или содержит бесконечное число арифметических операций.

Пример:

$$y = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$$

$$y = 1 + 5x + 6x^2 - 7x^3 + \dots$$

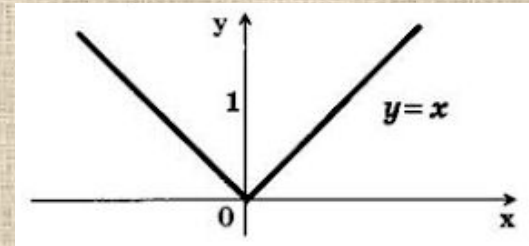


# Неэлементарные функции

**Функция модуль**

$$y = |x|$$

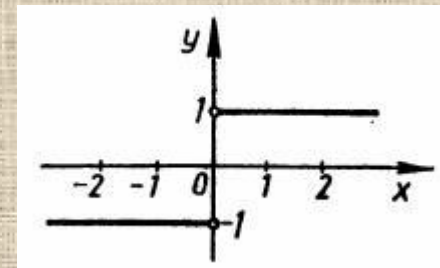
$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$



**Сигнум-кусочно-постоянная функция** действительного аргумента

$$y = \text{sgn}(x)$$

Сигнум-кусочно-постоянная функция действительного аргумента

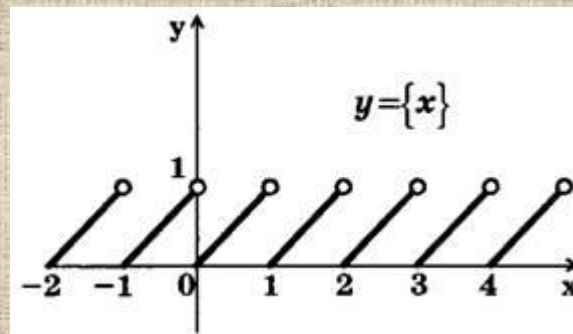


# Неэлементарные функции

## Функция дробная часть числа

Дробной частью действительного числа называется разность между этим числом и его целой частью.

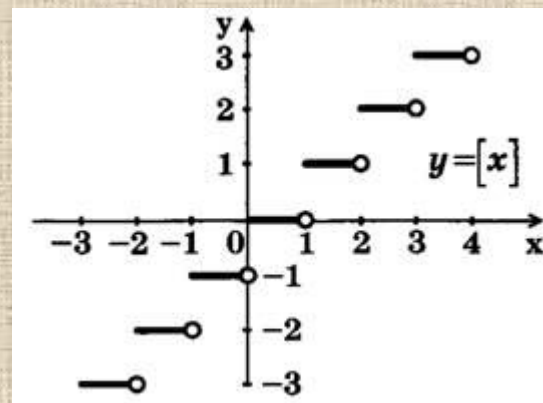
$$y = \{x\}$$



## Функция целая часть числа

Целой частью действительного числа  $x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) называется наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

$$y = [x]$$



Функция Дирихле — это зависимость, при которой каждому рациональному числу ставится в соответствие единица, каждому иррациональному — нуль

$$y = D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

# Алгебраические и трансцендентные функции

К числу **алгебраических** функций относятся элементарные функции следующего вида:

1) Целая рациональная функция или многочлен:

$$y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

2) Дробная рациональная функция – отношение многочленов:

$$y = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_m}$$

Целое неотрицательное число – степень  
Коэффициенты  
многочлена  
достоянные числа  
многочлена

3) Иррациональная функция:

Если в формуле  $y = f(x)$  в правой части производятся операции сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень с рациональными нецелыми показателями, то функция  $y = f(x)$  называется **иррациональной**

Пример:  $y = \sqrt{x} + 5 \sqrt[3]{x^4} - 2$

Функция, не являющейся алгебраической, называется **трансцендентной**:  $y = \cos x$ ;  $y = \ln x$  и так далее.

### **В-1**

1. Дана функция  $y = 10 + |\log_2(x+1)|$ , тогда ее областью значения является множество

2. Дана функция  $y = \sqrt{6x - x^2} + \ln(x - 3)$ .

Тогда ее областью определения является множество ...

### **В-2**

1. Дана функция  $y = \sqrt{x^2 - 24x - 25} + 6$ , тогда ее областью значения является множество

2. Дана функция  $y = \sqrt{x^2 - x - 2} + \log_3(4 - x)$ .

Тогда ее областью определения является множество ...