Лекция 2

Динамика магнитного момента во внешнем поле

Уравнение Ландау-Лифшица

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{i}{h}[H, s]$$

$$H = -(mB)$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{-2}{h}[m \times B]$$

Домашнее задание: получить это уравнение

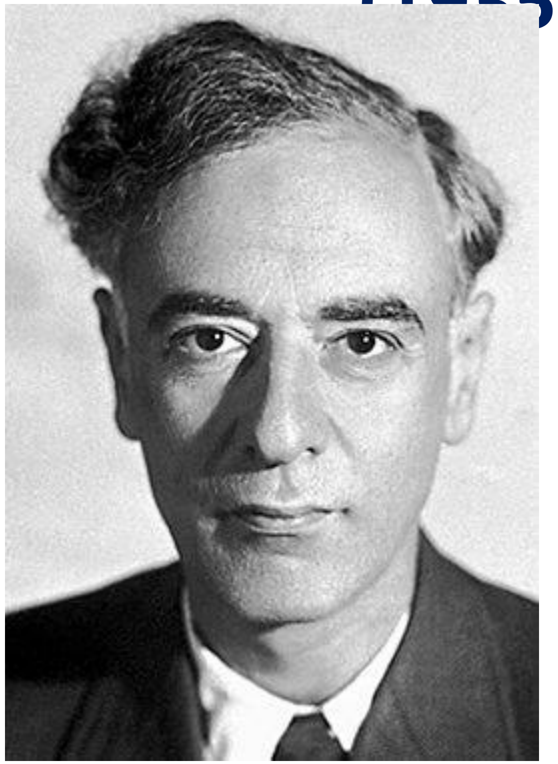
$$\boxed{\frac{\partial m}{\partial t} = -\gamma[m \times B]}$$

Уравнение Ландау-Лифшица

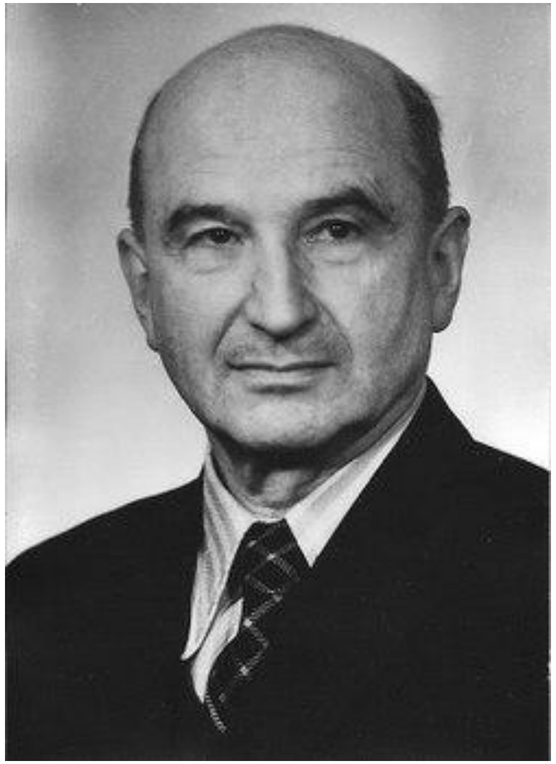
$$B^{eff} = -\frac{\partial H}{\partial M}$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\gamma[m \times B^{eff}]$$

Уравнение Ландау - Лифшица (1935)



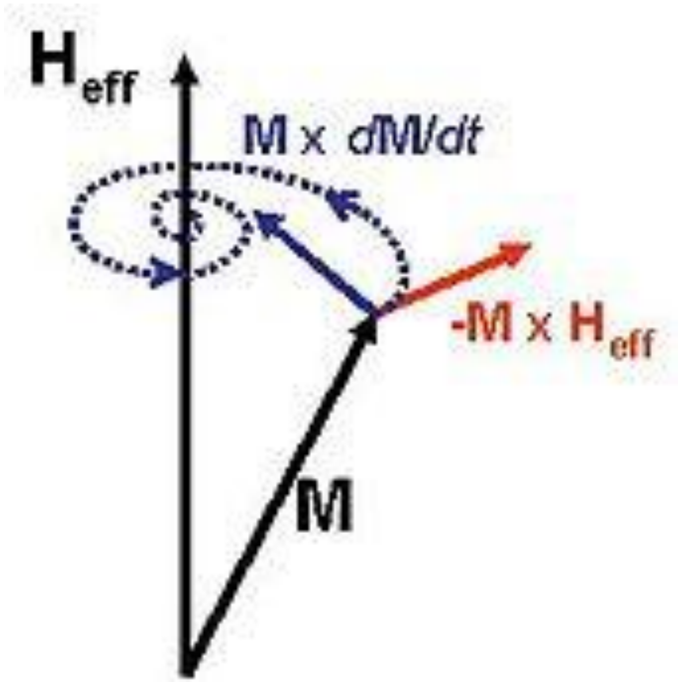
Лев Давидович Ландау
Годы жизни: 1908 – 1968
Россия
ФТИ, УФТИ, ХГУ, ИФП, МГУ, МФТИ
Нобелевская премия (1962)



Евгений Михайлович Лифшиц
Годы жизни: 1915– 1985
Россия
ХФТИ, ИФП

Прецессия магнитного момента в магнитном поле

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\gamma[m \times B]$$

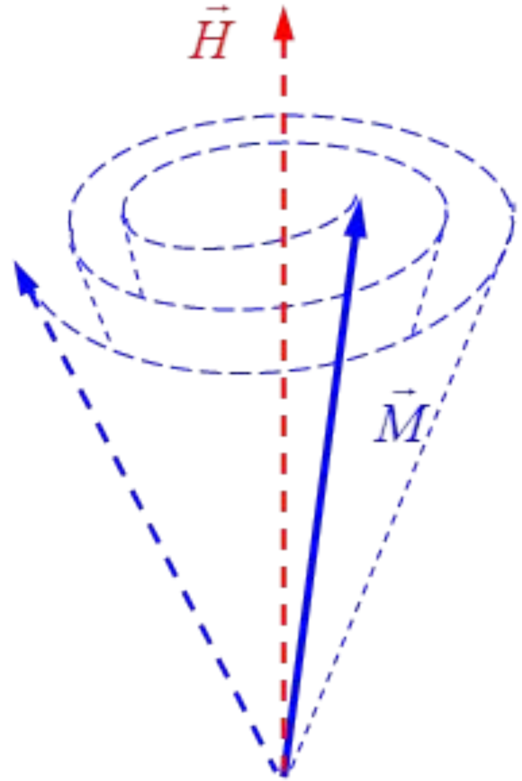


$$m_x = m_0 \cos(\omega t)$$
$$m_y = m_0 \sin(\omega t)$$
$$m_z^2 = 1 - m_0^2$$

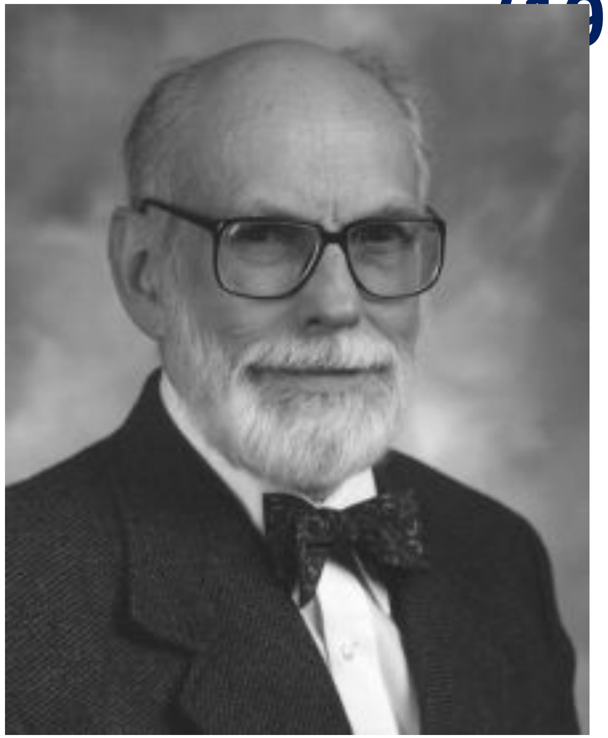
$$\omega = \gamma B$$

Уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right] - \alpha\left[m \times \left[m \times B^{eff}\right]\right]$$



Затухание в форме Гильберта (1955)



Томас Гильберт (Thomas L. Gilbert)
Годы жизни: 1922 – 2016
США
California Institute of Technology

Ферромагнитный резонанс (ФМР)

Рис.3.

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}_\sim$$

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m}_\sim$$

$$\frac{\partial\left(\vec{M}_0 + \vec{m}_\sim\right)}{\partial t} = -\gamma\left[\left(\vec{M}_0 + \vec{m}_\sim\right)\times\left(\vec{H}_0 + \vec{h}_\sim\right)\right]$$

$$\frac{\partial \vec{M}_0}{\partial t} = -\gamma[\vec{M}_0 \times \vec{H}_0]$$

$$\frac{\partial \vec{m}_\sim}{\partial t} = -\gamma\left[\vec{M}_0 \times \vec{h}_\sim\right] - \gamma\left[\vec{m}_\sim \times \vec{H}_0\right] - \gamma\left[\vec{m}_\sim \times \vec{h}_\sim\right]$$

Ферромагнитный резонанс (ФМР)

$$\frac{\partial \vec{m}_{\sim}}{\partial t} + \gamma \left[\vec{m}_{\sim} \times \vec{H}_0 \right] = -\gamma \left[\vec{M}_0 \times \vec{h}_{\sim} \right]$$

$$\vec{h}_{\sim} = \vec{h} \exp(i\omega t)$$

$$\vec{m}_{\sim} = \vec{m} \exp(i\omega t)$$

$$i\omega m_x + \gamma H_0 m_y = \gamma M_0 h_y,$$

$$-\gamma H_0 m_x + i\omega m_y = -\gamma M_0 h_x,$$

$$i\omega m_z = 0.$$

Ферромагнитный резонанс (ФМР)

$$m_x = \frac{\gamma M_0 \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} h_x + i \frac{\gamma M_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} h_y$$

$$m_y = -i \frac{\gamma M_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} h_x + \frac{\gamma M_0 \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} h_y$$

$$m_z = 0$$

Ферромагнитный резонанс. Диссипация

$$i\omega\vec{m}+\gamma\left[\vec{m}\times\vec{H}_0\right]+\frac{i\omega\alpha}{M}\left[\vec{m}\times\vec{M}_0\right]=-\gamma\left[\vec{M}_0\times\vec{h}\right]$$

$$\omega_0\to\omega_0+i\alpha\omega$$

$$m_x=\frac{\gamma M_0\left(\omega_0+i\alpha\omega\right)}{\left(\omega_0+i\alpha\omega\right)^2-\omega^2}h_x+i\frac{\gamma M_0\omega}{\left(\omega_0+i\alpha\omega\right)^2-\omega^2}h_y$$

$$m_y=-i\frac{\gamma M_0\omega}{\left(\omega_0+i\alpha\omega\right)^2-\omega^2}h_x+\frac{\gamma M_0\left(\omega_0+i\alpha\omega\right)}{\left(\omega_0+i\alpha\omega\right)^2-\omega^2}h_y$$

Ферромагнитный резонанс. Диссипация

$$m_x = \frac{\gamma M_0 \left(\omega_0 + i\alpha\omega\right)}{\omega_0^2 + 2i\omega_0\alpha\omega - (1+\alpha^2)\omega^2} h_x$$

$$m_y = -i \frac{\gamma M_0 \omega}{\omega_0^2 + 2i\omega_0\alpha\omega - (1+\alpha^2)\omega^2} h_x$$

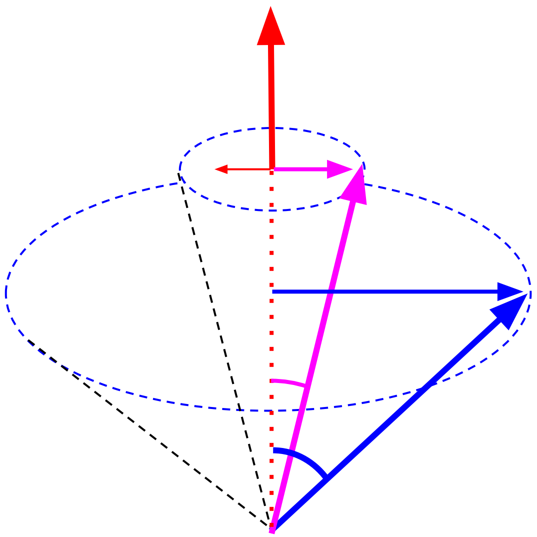
$$\left|m_x\right| = \gamma M_0 \left|h_x\right| \left\{ \frac{\omega_0^2 + \alpha^2\omega^2}{\left(\omega_0^2 - (1+\alpha^2)\omega^2\right)^2 + 4\omega_0^2\alpha^2\omega^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\left|m_y\right| = \gamma M_0 \left|h_x\right| \left\{ \frac{\omega^2}{\left(\omega_0^2 - (1+\alpha^2)\omega^2\right)^2 + 4\omega_0^2\alpha^2\omega^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

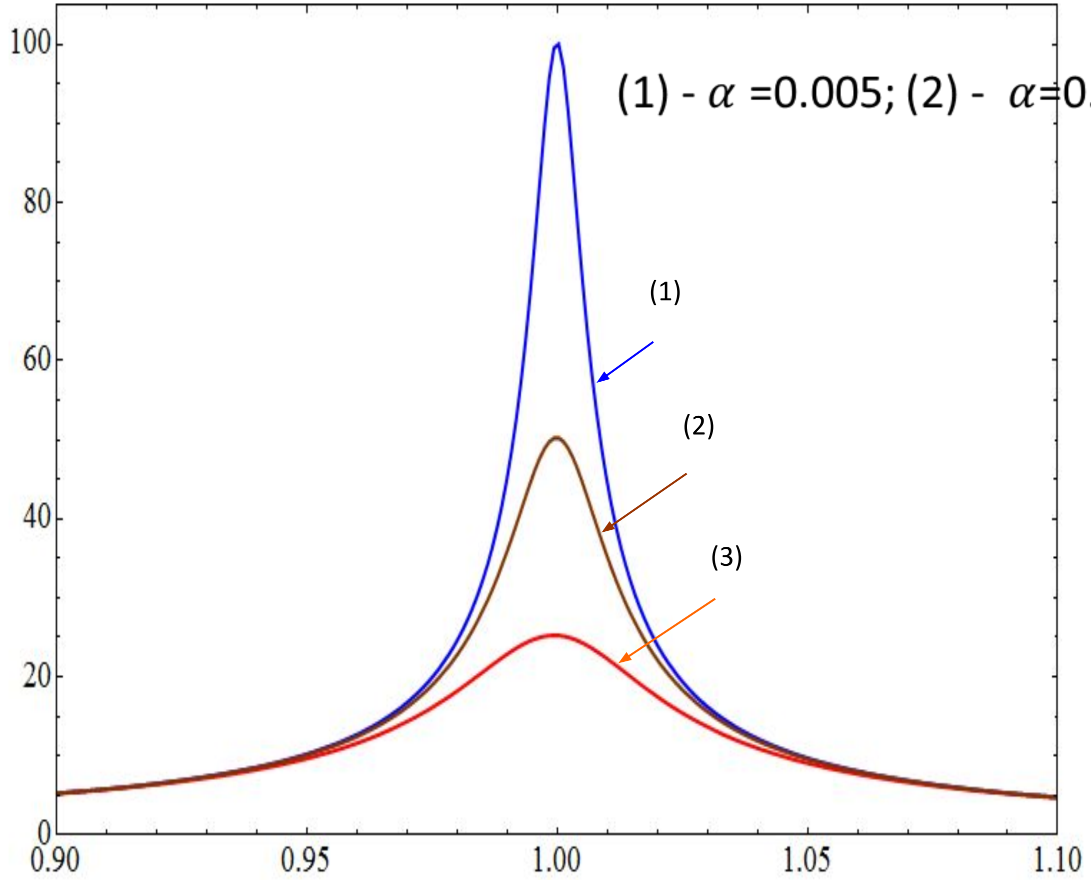
Ферромагнитный резонанс. Диссипация

$$\omega_p^2 = \frac{\omega_0^2}{\left(1+\alpha^2\right)} + \frac{2\omega_0^2\alpha^2}{\left(1+\alpha^2\right)^2}$$

$$\omega_0 = \gamma H_0$$



(1) - α =0.005; (2) - α=0.01; (3) - α =0.02



Исследование свойств магнитных систем с помощью ферромагнитного резонанса

Рис. 4.

$$E_{md} = 2\pi M_s^2 (mn)^2$$

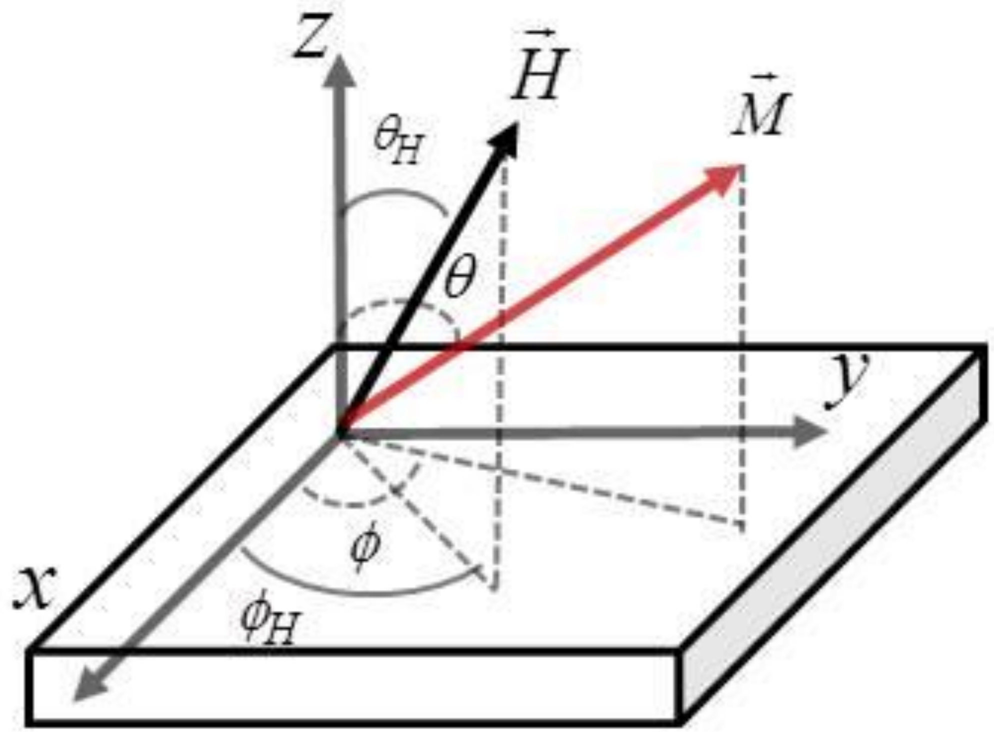
$$B_{\perp}^{eff} = B_0 - 4\pi M_s (mn) n$$

$$\dot{m} + \gamma (B_0 - 4\pi M_s)[m \times z] = -\gamma [M_0 h] + \cdots$$

$$B_{||}^{eff} = B_0$$

$$\dot{m} + \gamma (B_0)[m \times z] = \cdots$$

Исследование магнитной анизотропии с помощью ФМР



$$E_T = E_Z + E_a + E_d + E_{ex} + \ldots$$

$$E_Z = -M \cdot H\left(\sin\theta \sin\theta_H \cos(\phi - \phi_H) + \cos\theta\cos\theta_H\right)$$

$$E_a = K_{u1}\sin^2\theta + K_{u2}\sin^4\theta + K_{u3}\sin^6\theta\ldots$$

$$E_d = -2\pi M^2 \sin^2\theta$$

$$E_{ex} = -JS_iS_j$$

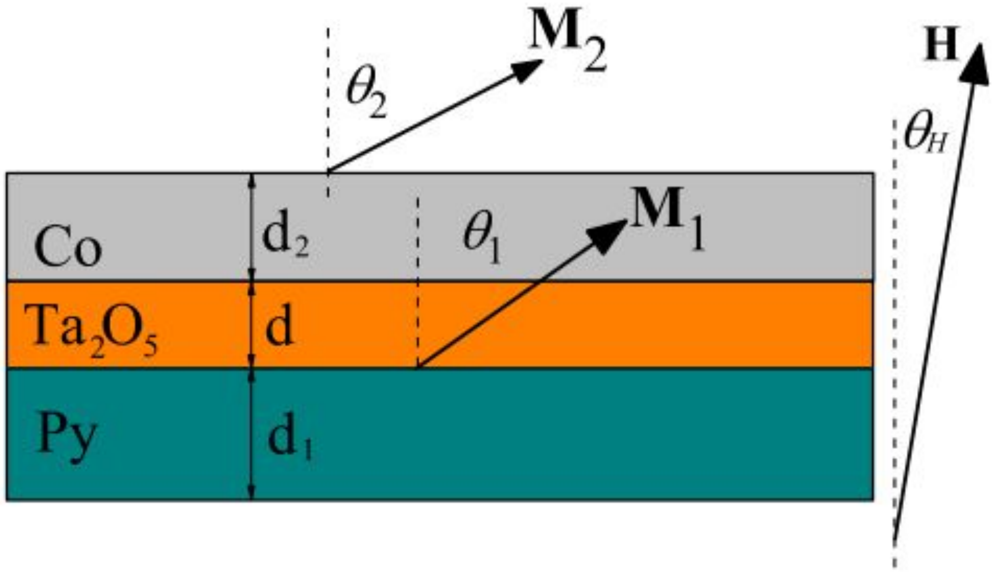
$$B^{eff} = -\frac{\partial E_T}{\partial M}$$

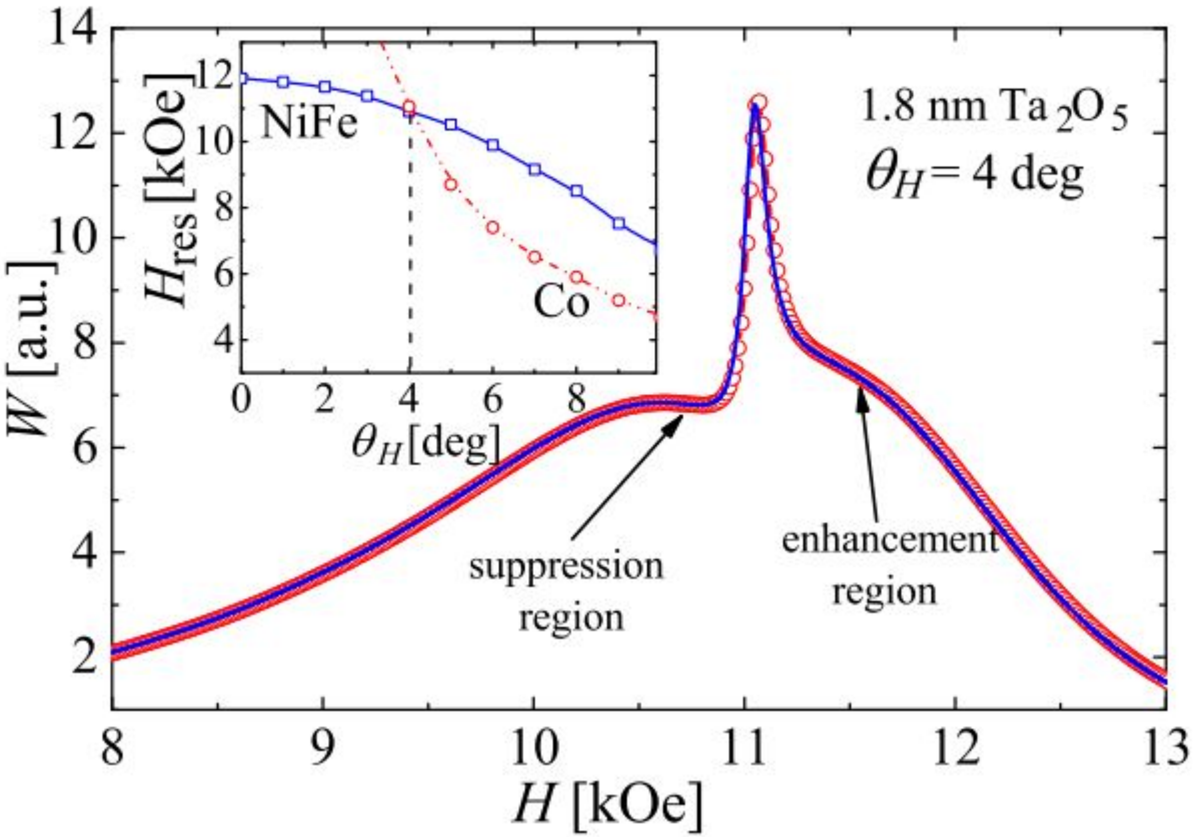
$$w_r = \gamma\sqrt{(H_A + H_{ext})(H_A + H_{ext} + H_{demag})}$$

$$H_A = \frac{E_A}{M_s} \qquad H_{demag} = -4\pi M_s$$

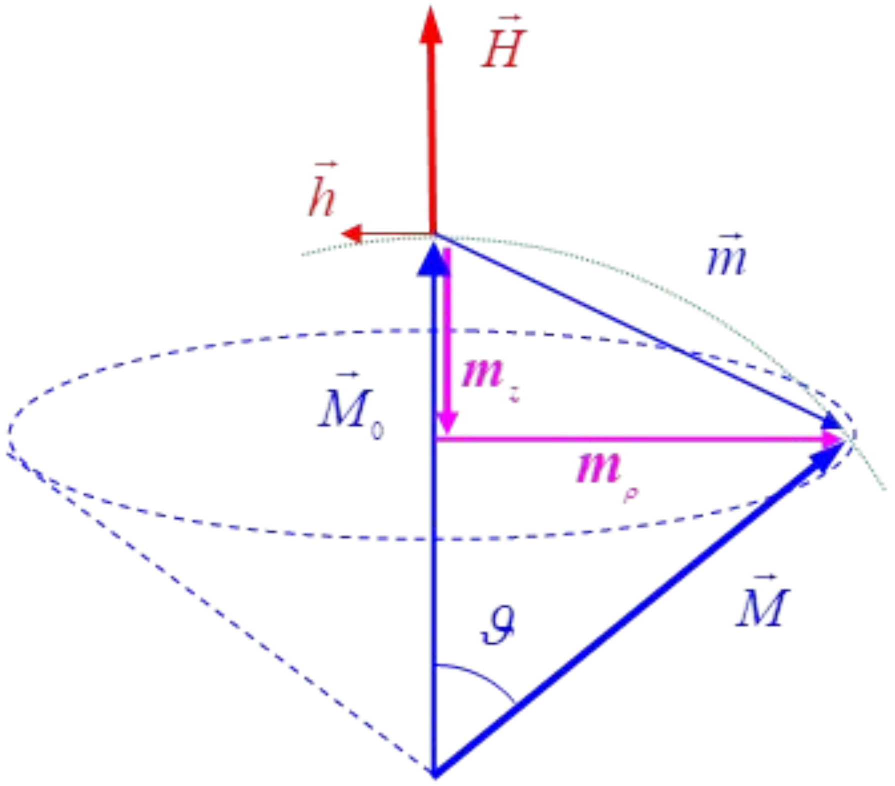
Характерные частоты лежат в ГГц диапазоне

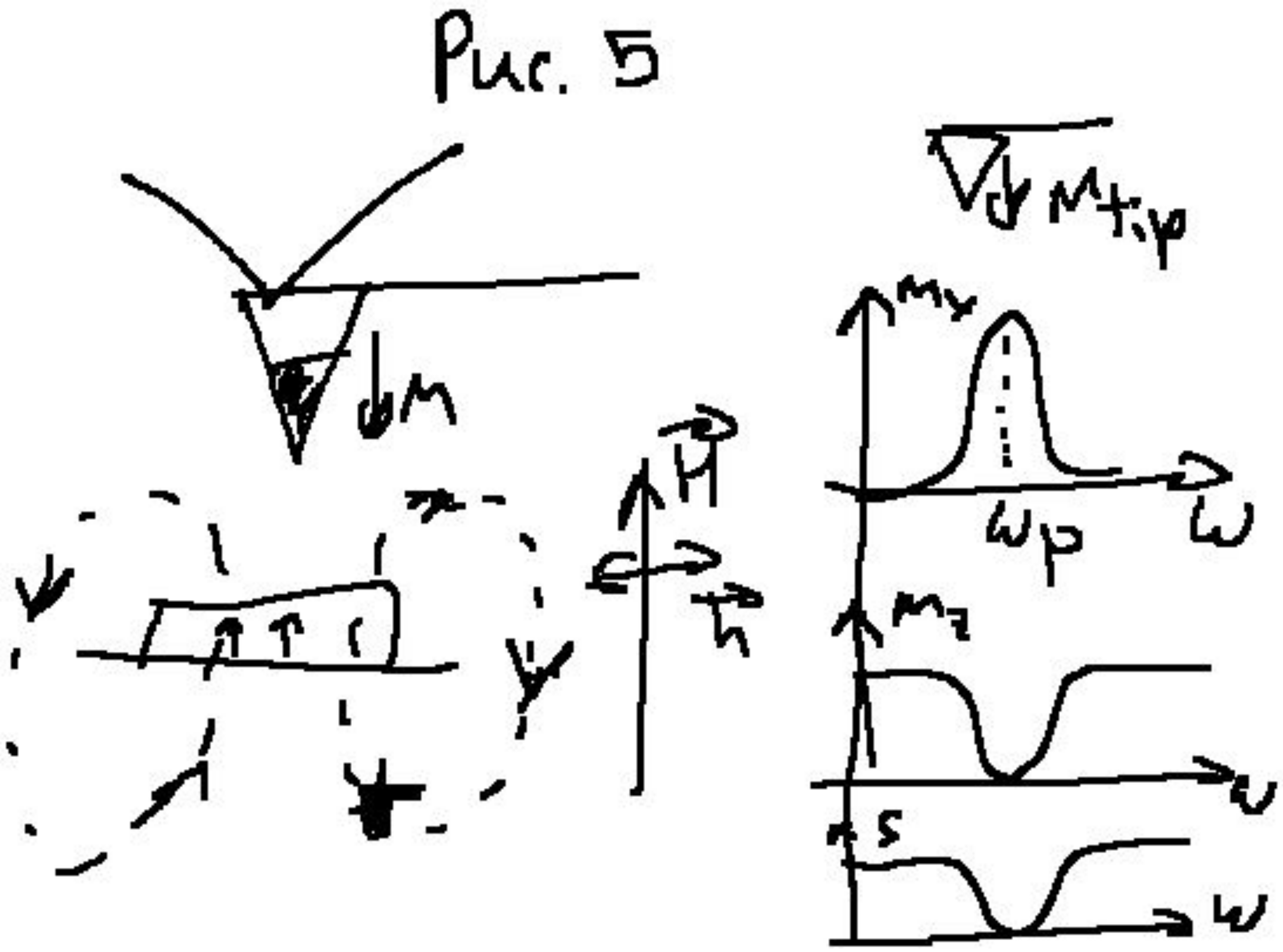
Исследование межслоевого взаимодействия с помощью ФМР





Магнито-резонансная силовая микроскопия

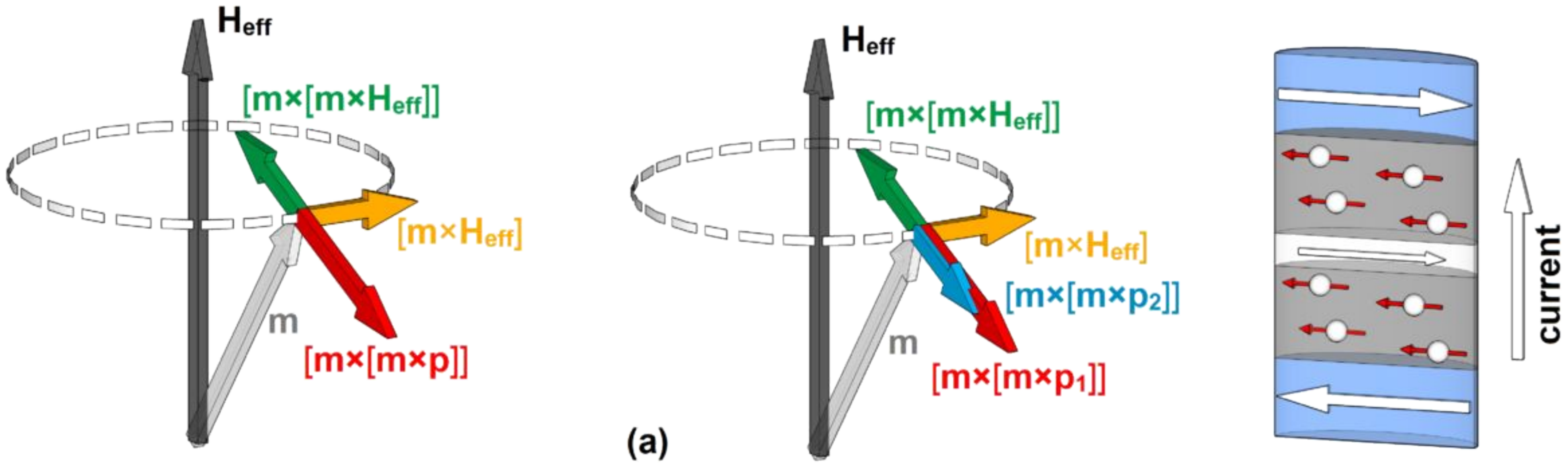




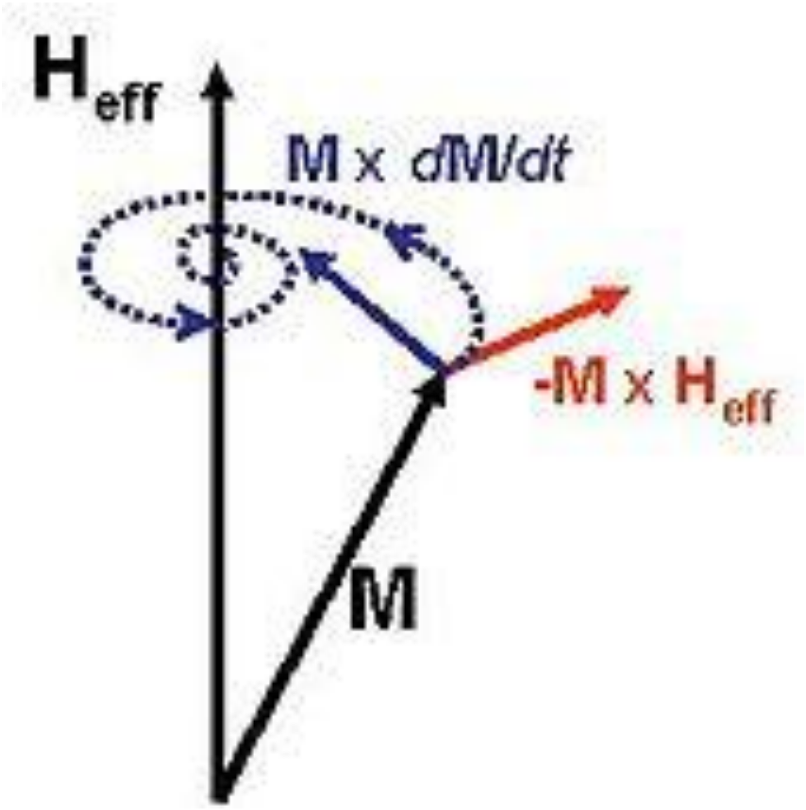
$$m_z^2 = 1 - m_x^2 - m_y^2$$

Возбуждение ферромагнитного резонанса спиновым током

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right] - \alpha\left[m \times \left[m \times B^{eff}\right]\right] - \kappa(m \cdot p)\left[m \times \left[m \times p\right]\right] - \beta\left[m \times p\right]$$

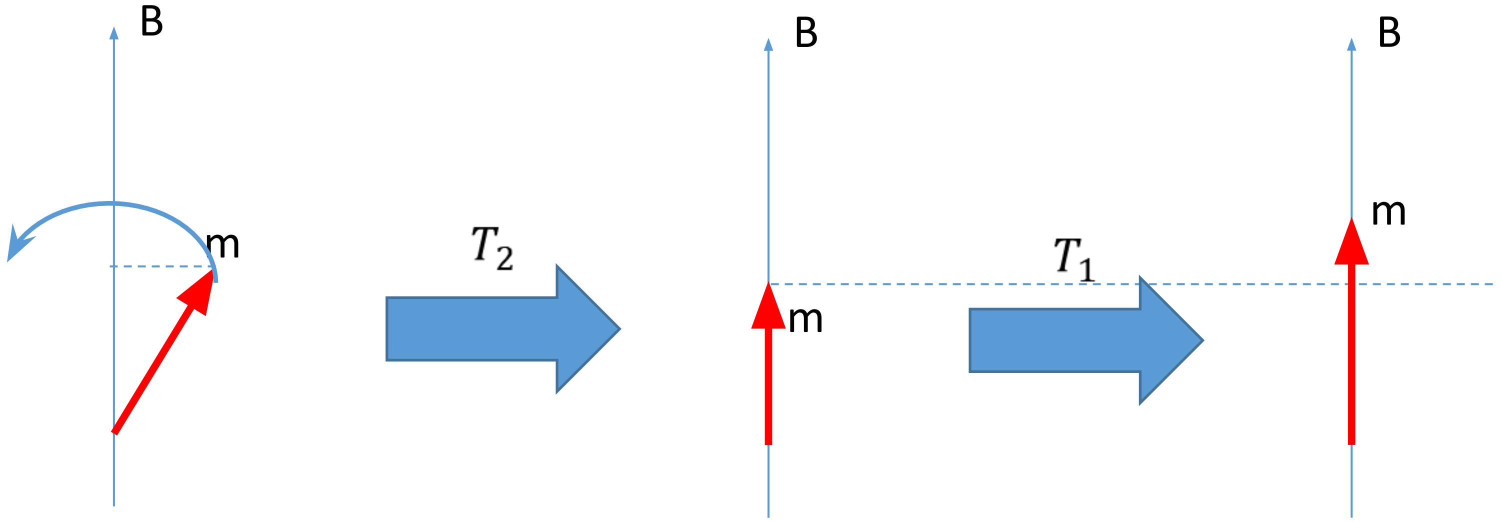


Величина магнитного момента

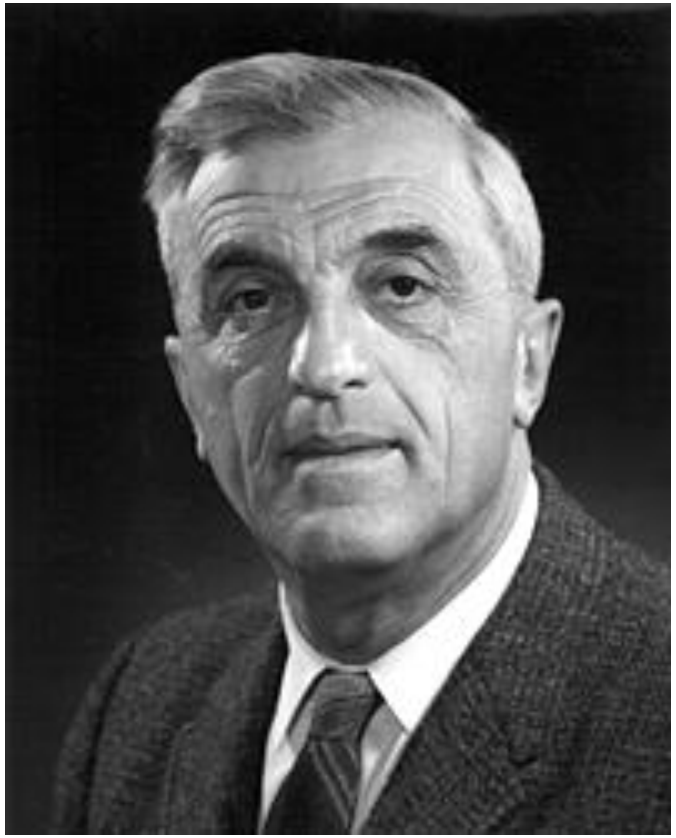


Уравнение Блоха

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right]_{\mathrm{x}} - \frac{\mathrm{m_x}}{\mathrm{T_2}},$$
$$\frac{\partial m_y}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right]_{y} - \frac{\mathrm{m}_y}{\mathrm{T_2}},$$
$$\frac{\partial m_z}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right]_{z} - \frac{\mathrm{m_z}}{\mathrm{T_1}}$$

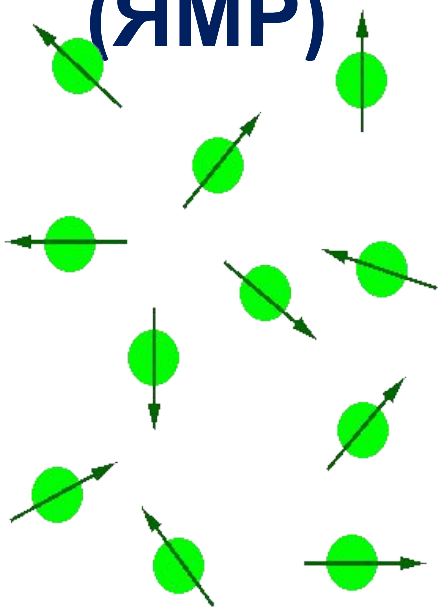


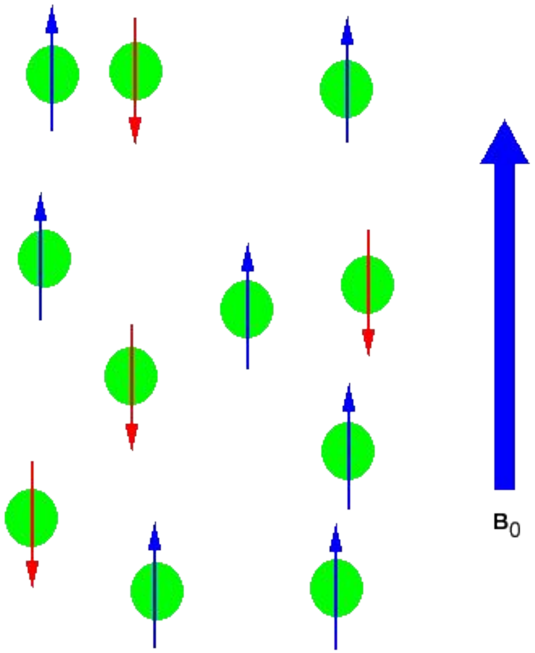
Уравнение Блоха
(1946)



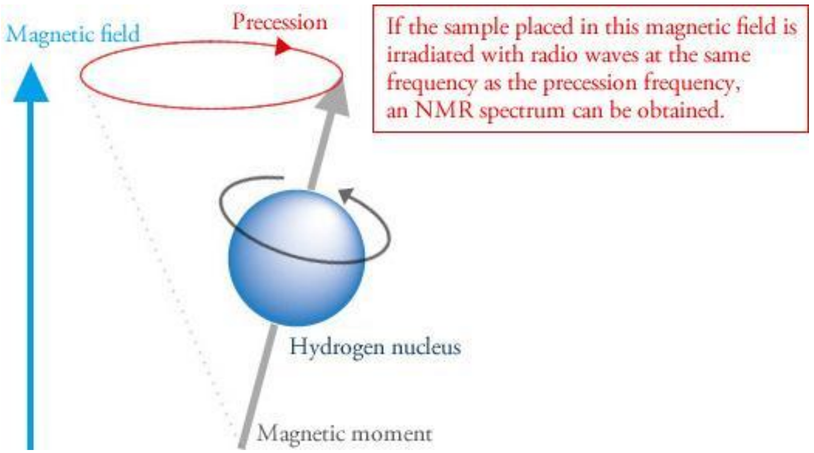
Феликс Блох (Felix Bloch)
Годы жизни: 1905 – 1983
Швейцария, США
University of Zürich
Stanford University,
University of California, Berkeley
Нобелевская премия 1952 года

Ядерный магнитный резонанс (ЯМР)



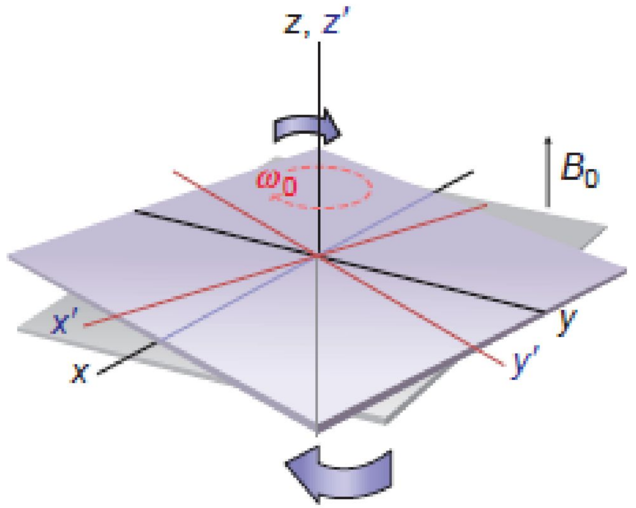


Магнитный момент протона в 1000 раз меньше чем у электрона



$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right]_x - \frac{\mathrm{m_x}}{\mathrm{T_2}},$$
$$\frac{\partial m_y}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right]_y - \frac{\mathrm{m}_y}{\mathrm{T_2}},$$
$$\frac{\partial m_z}{\partial t} = -\gamma\left[m \times B^{eff}\right]_z - \frac{\mathrm{m_z}}{\mathrm{T_1}}$$

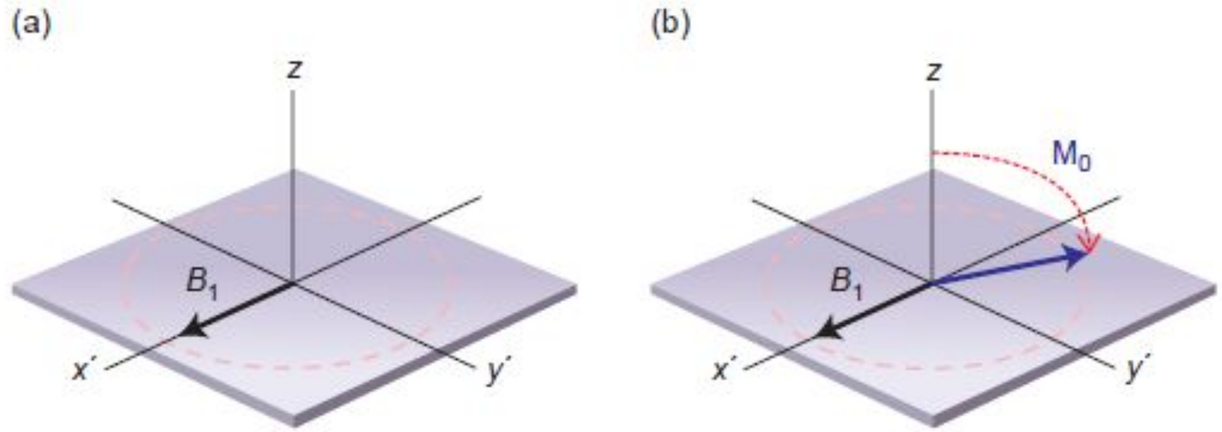
Переход во вращающуюся систему
инат



$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{\text{rot}} = \left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{\text{lab}} - \vec{\Omega} \times \vec{M} = (\omega - \omega_0)\vec{M} \times \hat{z}$$

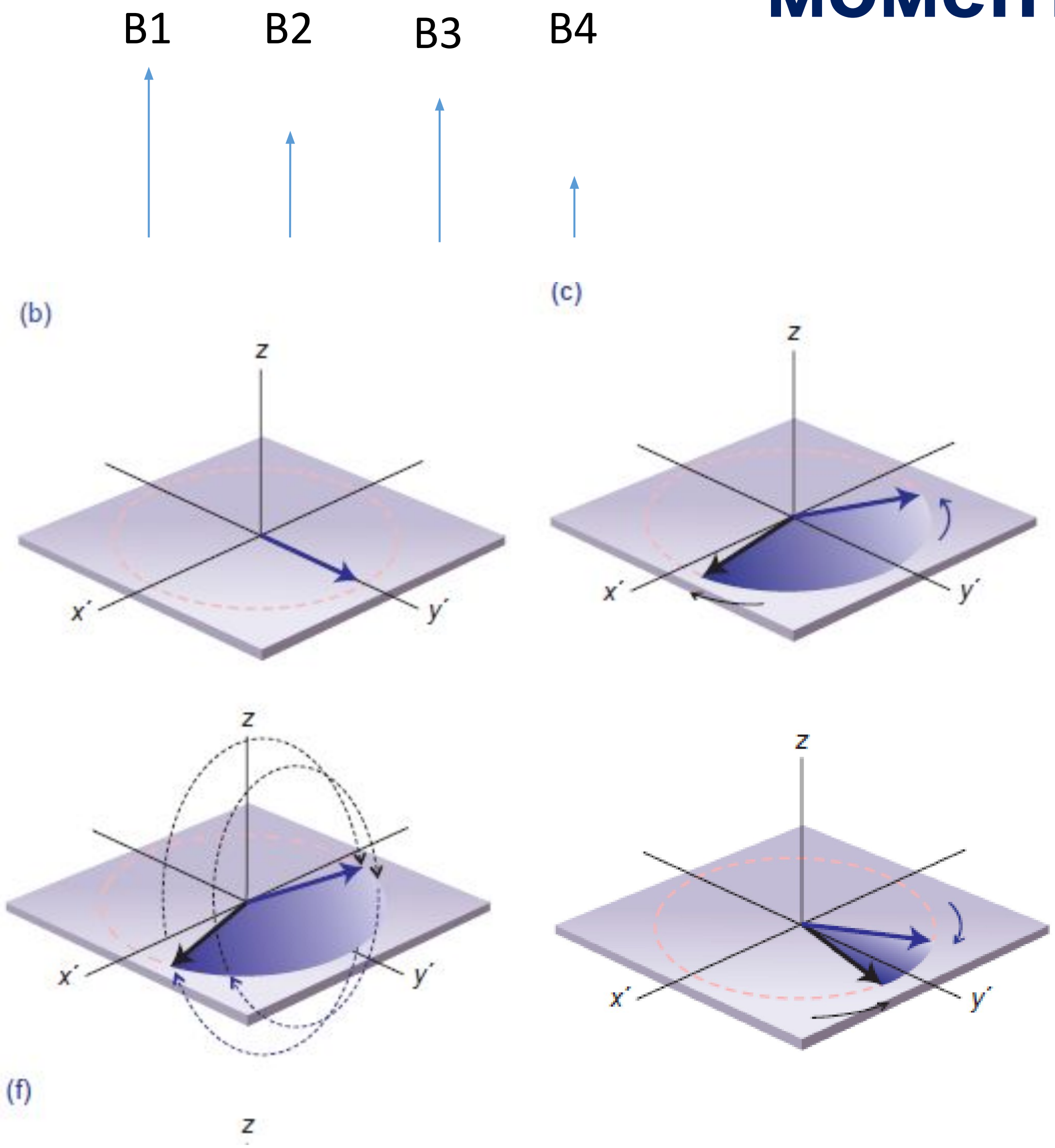
$$\vec{B}_1(t) = \hat{x}' B_1(t) \cos\omega_{\text{rf}} t - \hat{y}' B_1(t) \sin\omega_{\text{rf}} t$$

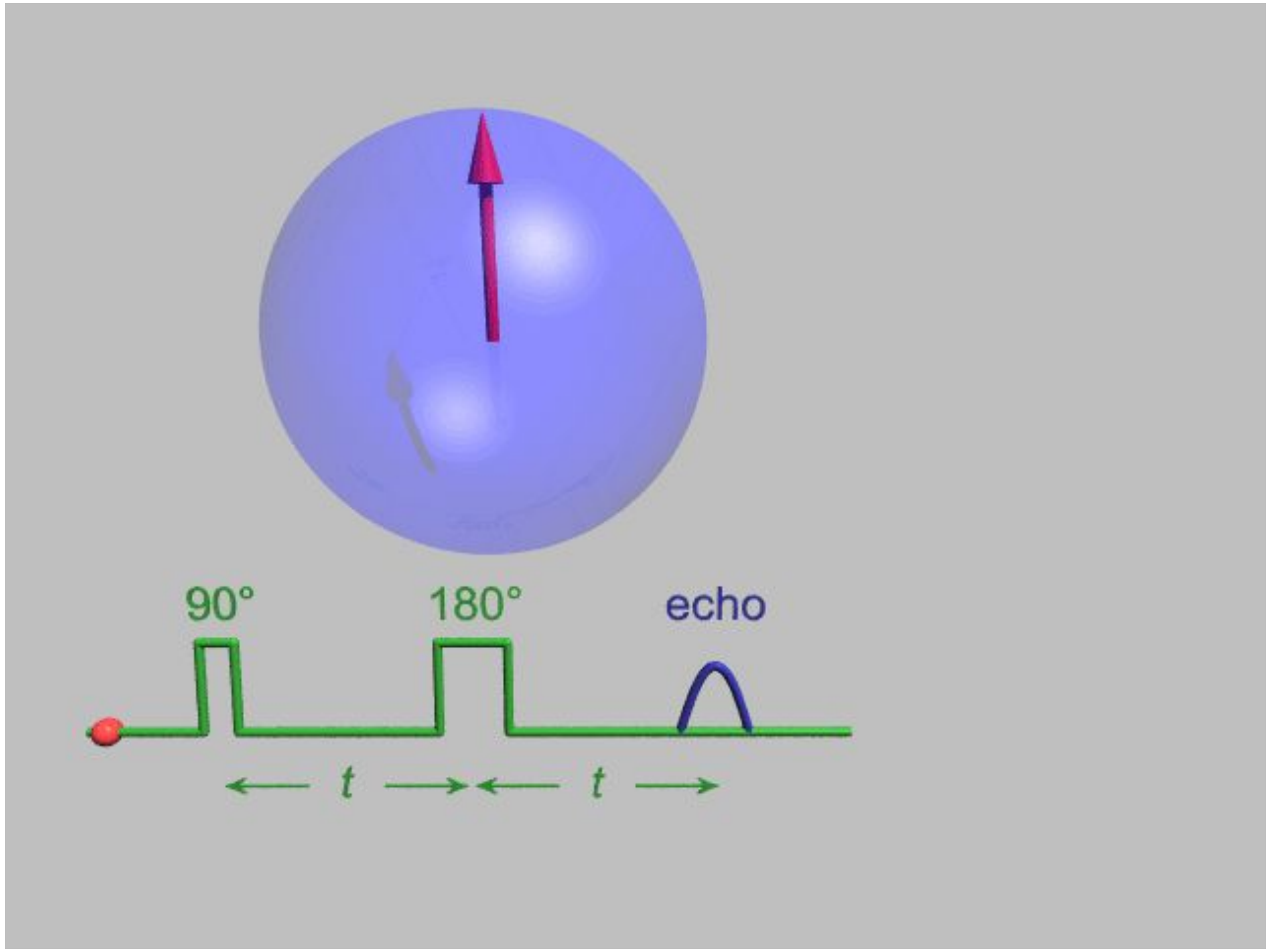
$$\vec{B}_{\text{eff}} = B_1(t)(\hat{x}\cos(\omega_{\text{rf}} - \omega_0)t - \hat{y}\sin(\omega_{\text{rf}} - \omega_0)t) + \hat{z}\left(B_0 - \frac{\omega_0}{\gamma}\right)$$



$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{\text{rot}} = \gamma \vec{M} \times \left[\hat{x} B_1(t) + \hat{z}\left(B_0 - \frac{\omega_{\text{rf}}}{\gamma}\right)\right]$$

Релаксация поперечного магнитного момента за счет дефазировки

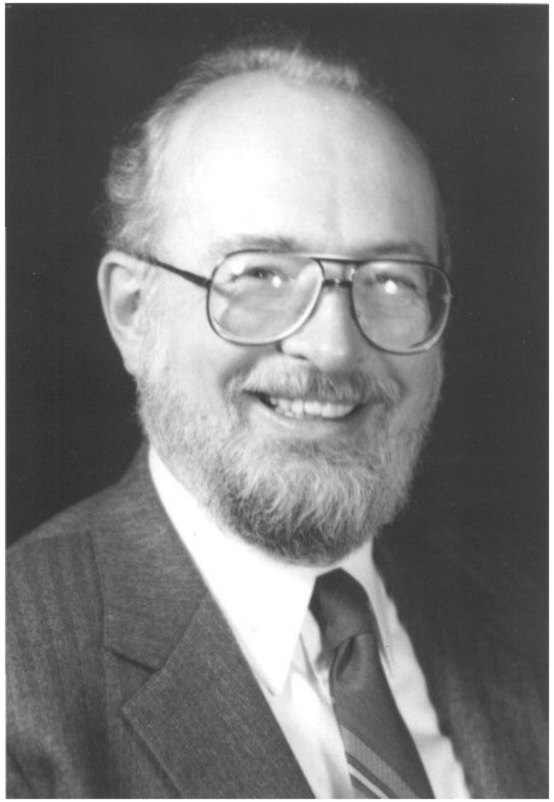




ЯМР
(1938)

Исидор Айзек Раби (Isidor Isaac Rabi)
Годы жизни: 1898– 1988
Австро-Венгрия, США
Колумбийский университет
Корнеллский унверситет
Нобелевская премия (1944)

МРТ (1973)



Пол Кристиан Лотербур (*Paul Christian Lauterbur*)
Годы жизни: 1929– 2007
США
Иллинойский университет
Университет в Стони-Брукс
Нобелевская премия (2003)

Питер Мэнсфилд (*Peter Mansfield*)
Годы жизни: 1933– 2017
Великобритания
Ноттингемский университет
Лондонский университет
Нобелевская премия (2003)

Заключение

1) Написали квантовое уравнение для динамики магнитного момента
2) Изучили классическое уравнение динамики намагниченности - уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта
3) Обсудили уравнение Блоха
4) Обсудили различные методики исследования магнитных систем, основанные на динамике магнитных такие как ферромагнитный резонанс, магнито-резонансная силовая микроскопия, магнитно-резонансная томография.

Домашнее задание:

1) Получить уравнение $$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{-2}{h}[m \times B]$$

2) Есть магнитная пленка. Мы ее намагничиваем вдоль поверхности. Нужно получить формулы, для амплитуды возбуждений в случае, когда возбуждающее поле вдоль и поперек пленки.

Литература

Ланда-Лифшиц – уравнение ЛЛ
Е.С. Боровик, А.С. Мильнер, Лекции по ферромагнетизму - ФМР
Г.С. Кринчик, физика магнитных явлений. - ФМР
В.Л. Мировнов. МРСМ пособие – МРСМ
M.H. Levitt – Spin dynamics. Basis of NMR, Wiley 2008 – ЯМР
Donald W. McRobbie et al., MRI from Picture to Proton, Cambridge University Press, 2017