

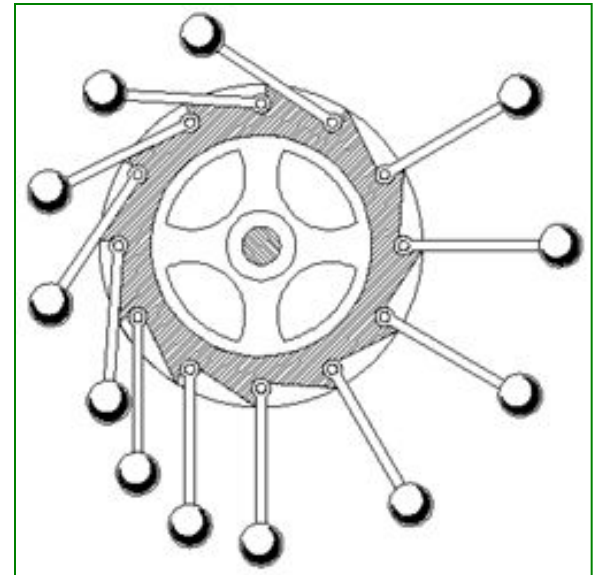
МЕХАНИКА

Лекция №3

Тема: Кинематика материальной точки

Презентация

13 сентября 2021г.



КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

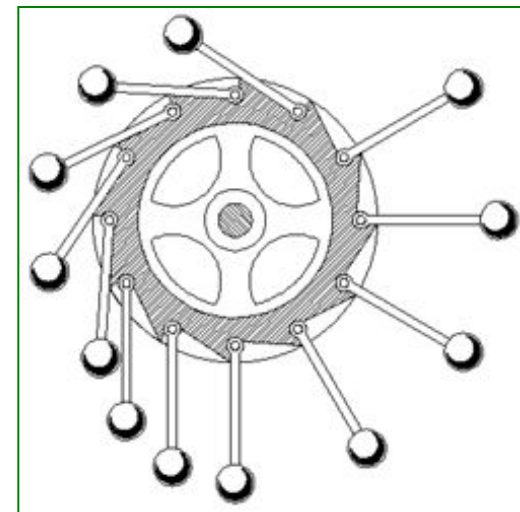
Элементы векторной алгебры

Вектор – направленный отрезок

Полярные и аксиальные векторы!

1. Сложение векторов: $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

2. Вычитание векторов $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$



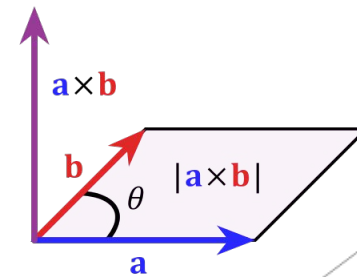
КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

Элементы векторной алгебры

3. Умножение векторов:

- скалярное произведение векторов $\vec{C} = (\vec{A} \cdot \vec{B})$

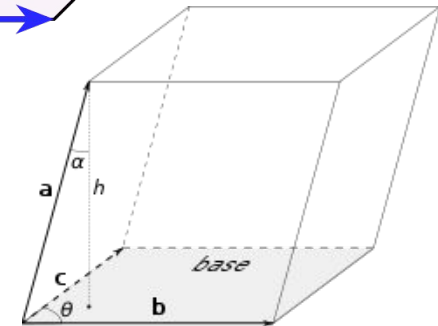
- векторное произведение векторов $\vec{C} = [\vec{A} \times \vec{B}]$



- смешанное произведение векторов $\vec{D} = (\vec{A} \times [\vec{B} \times \vec{C}])$

- двойное векторное
произведение векторов $\vec{D} = [\vec{A} \times [\vec{B} \times \vec{C}]] = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$

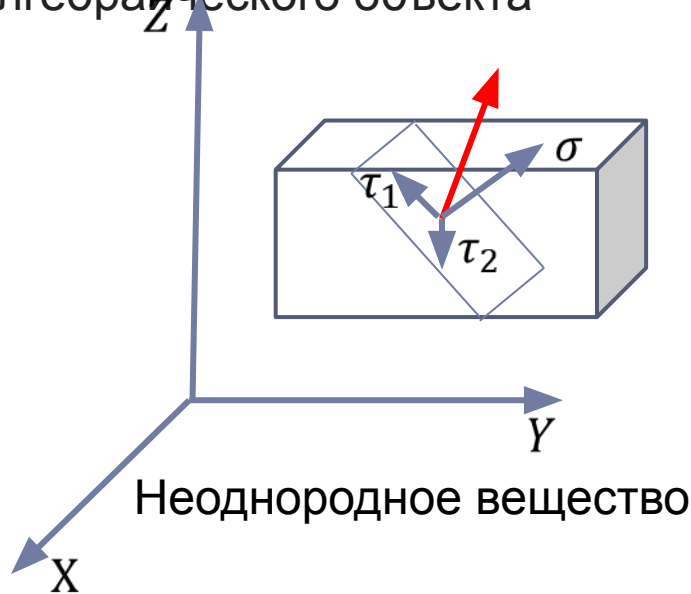
формула Лагранжа,



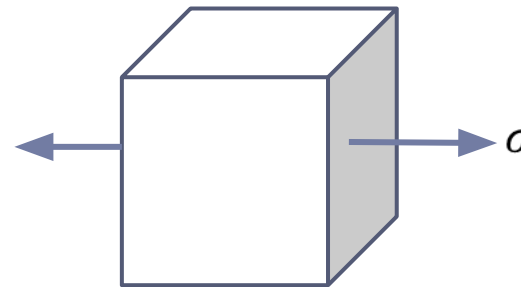
4. Тензоры

Тензор (от лат. *tensus*, «напряжённый»)

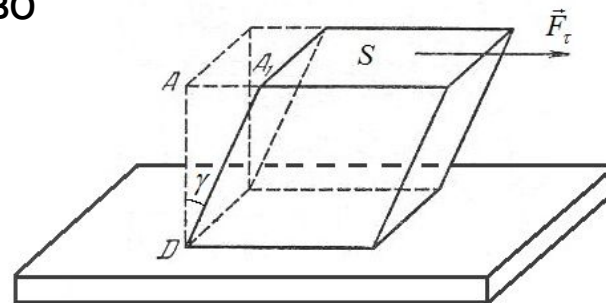
применяемый в математике и физике вид линейного многокомпонентного алгебраического объекта



Однородное вещество



$$\sigma = E\varepsilon$$



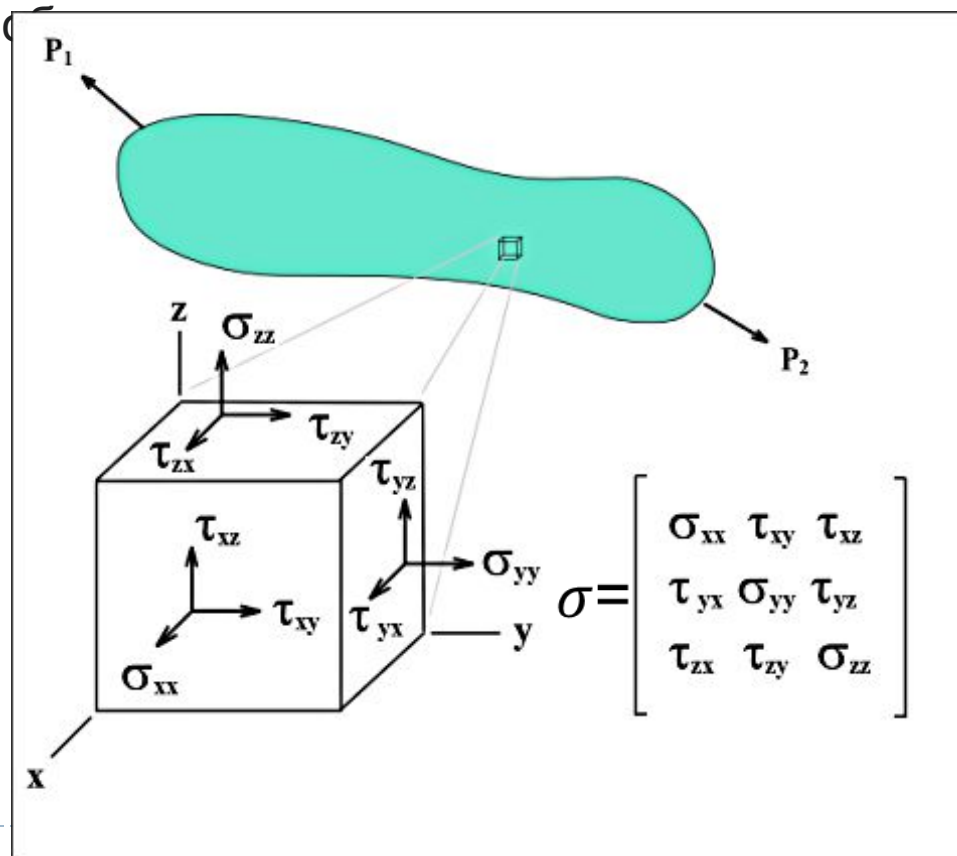
$$\tau = \frac{F}{S}$$

$$\tau = G\gamma$$

4. Тензоры

Тензор (от лат. *tensus*, «напряжённый»)

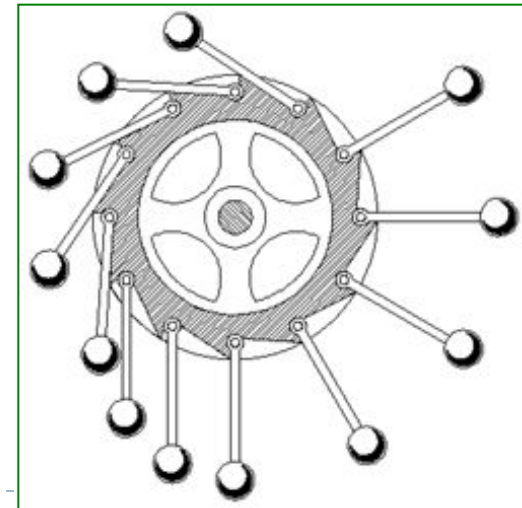
применяемый в математике и физике вид линейного многокомпонентного алгебраического объекта



КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

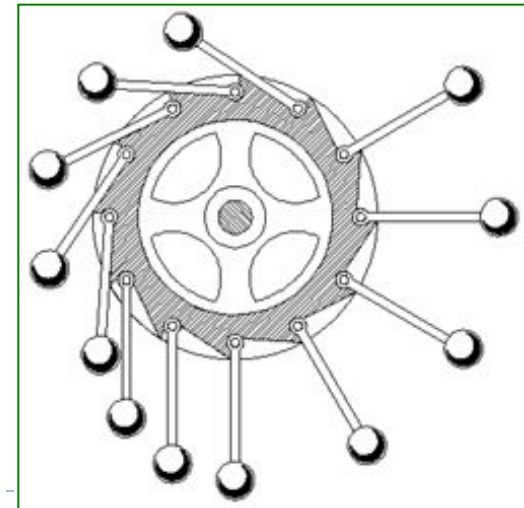
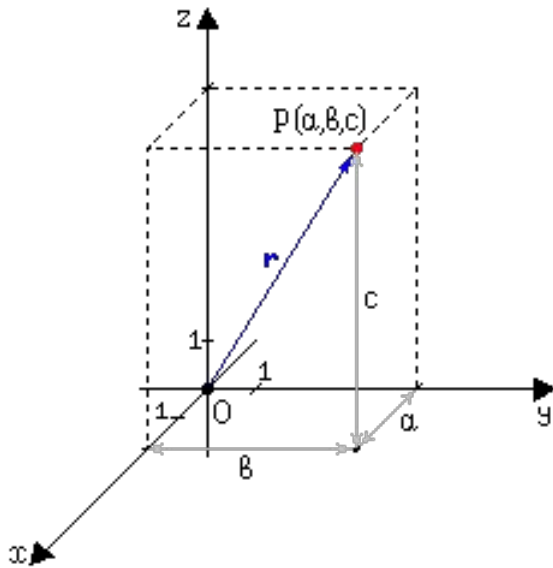
Термины и определения

1. Кинематика – раздел механики, изучающий механическое движение без причин его вызывающих
2. Материальная точка – физическое тело, размерами которого можно пренебречь, по сравнению с расстоянием до него
3. Физическое тело – тело, имеющее массу
4. Система отсчета – тело, или система тел, относительно которых определяется положение остальных тел
5. Система координат – совокупность координатных осей, связанных с телом
6. Радиус-вектор – вектор, проведенный из начала системы координат в данную точку.
6. Траектория – последовательность (непрерывный ряд) точек, в пространстве, проходящих материальной точкой (телом) при движении



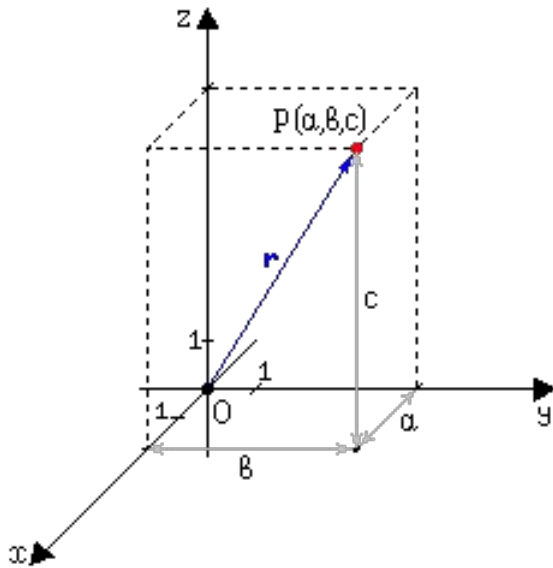
КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

Декартова система координат



КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

Декартова система координат



$$\vec{r}(x,y,z) = \vec{i} r_x + \vec{j} r_y + \vec{k} r_z$$

$$r_x = r \cos \alpha; r_y = r \cos \beta; r_z = r \cos \gamma;$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$



КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

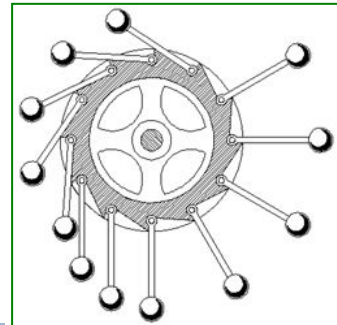
Способы описания движения:

Состояние системы: $(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \longrightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{p}, t); \mathbf{p} = m\mathbf{v}$

Уравнение движения: $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0; f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0;$ или $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \mathbf{a}$

Начальные условия: $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0; \mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0$

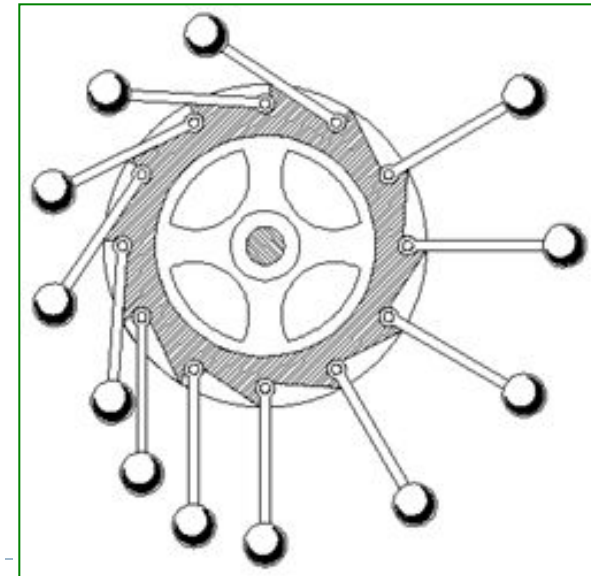
Закон движения: $\mathbf{r}(t); \mathbf{v}(t)$



КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

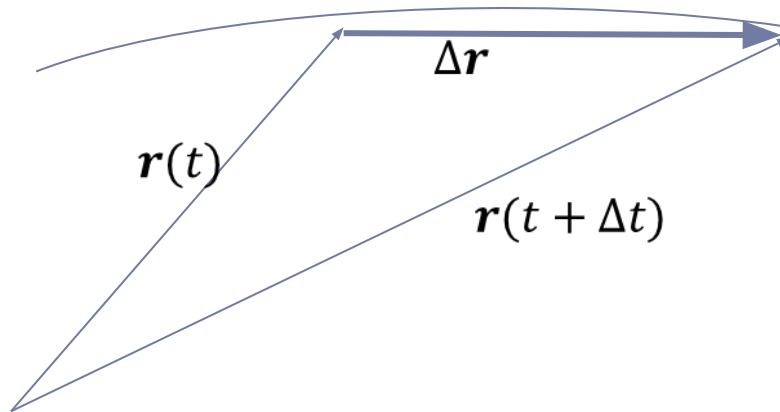
Способы описания движения:

1. Векторный: $\vec{r}(t)$
2. Координатный: $X(t), Y(t), Z(t)$
3. Естественный $S(t)$



Способы описания движения:

1. Векторный: $\vec{r}(t)$



$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} - \text{средняя скорость}$$

$$|\langle \vec{v} \rangle| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} - \text{модуль средней скорости}$$

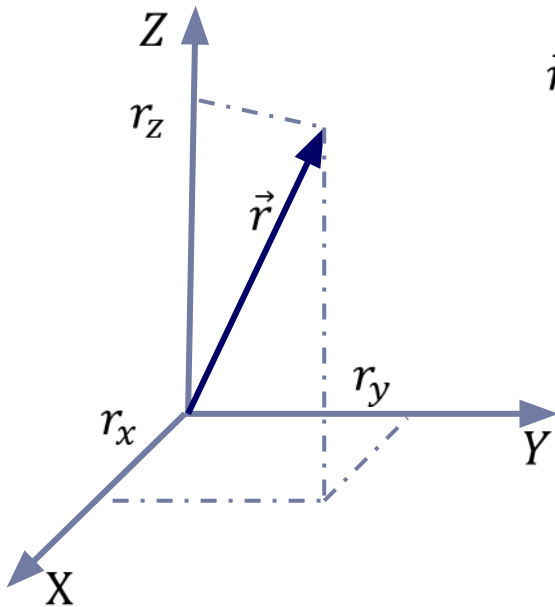
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Векторный способ не зависит от выбора системы координат!

Способы описания движения:

1. Координатный способ описания движения: $X(t), Y(t), Z(t)$



$$\vec{r} = \vec{i}r_x + \vec{j}r_y + \vec{k}r_z \quad |\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}\frac{dr_x}{dt} + \vec{j}\frac{dr_y}{dt} + \vec{k}\frac{dr_z}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}\frac{dv_x}{dt} + \vec{j}\frac{dv_y}{dt} + \vec{k}\frac{dv_z}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z$$

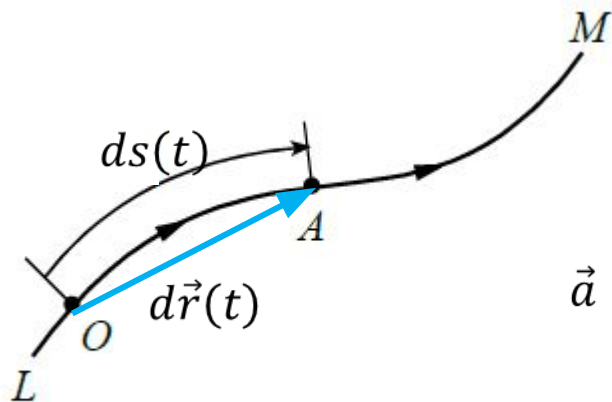
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Способы описания движения:

1. Естественный способ описания движения

$s(t)$ – дуговая координата

– расстояние вдоль траектории от выбранного начала отсчета.



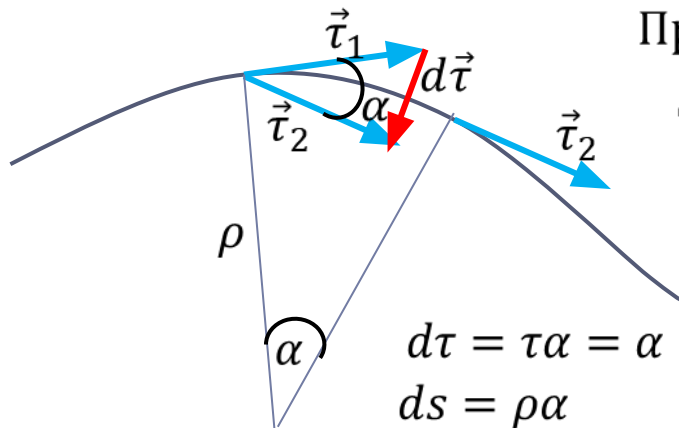
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \frac{ds}{dt} = \vec{\tau} v_{\tau}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\tau} \frac{dv_{\tau}}{dt} + v_{\tau} \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{\tau} a_{\tau} + v_{\tau} \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

Способы описания движения:

1. Естественный способ описания движения

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\tau} \frac{dv_\tau}{dt} + v_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{\tau} a_\tau + v_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$



При $dt \rightarrow 0, d\vec{\tau} \perp \vec{\tau}$, то есть $\frac{d\vec{\tau}}{dt} \perp \vec{\tau}$

Так как $\vec{\tau} = f(s)$, то

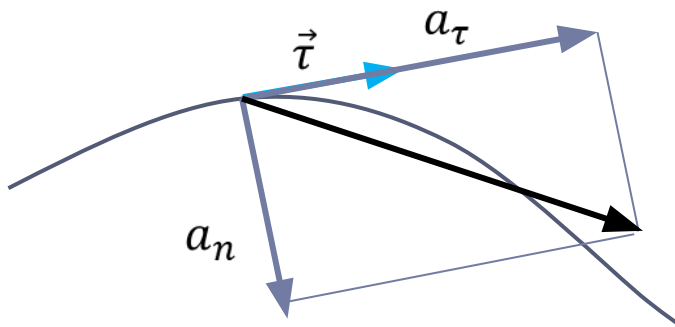
$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\vec{\tau}}{ds} \frac{ds}{dt} = v_\tau \frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{v_\tau}{\rho} \vec{n}$$

ρ – радиус кривизны траектории

Способы описания движения:

1. Естественный способ описания движения

Таким образом:
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\tau} \frac{dv_\tau}{dt} + v_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{\tau} a_\tau + v_\tau \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{\tau} a_\tau + \vec{n} \frac{v_\tau^2}{\rho}$$



a_τ - тангенциальное ускорение

a_n - нормальное ускорение

ρ - радиус кривизны траектории

$$\vec{a} = \vec{\tau} a_\tau + \vec{n} a_n$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

КАФЕДРА ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

Демонстрационный эксперимент

https://mega.nz/file/m4xixAzC#5cb90gCoZVbrp1_si_AlOcedOg6We-QR6OWSSS0_t4

