I.Механика. Динамика

- **Динамика** изучает движение тел под действием сил. Основу динамики составляют три закона Ньютона. **Первый закон.** Если на тело не действуют другие тела или сумма их взаимодействий равно нулю, то тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения, пока внешнее воздействие не заставит его изменить это состояние. Этот закон называют законом инерции, а системы отсчета, в которых он выполняется называются инерциальными (ИСО). Любая система движущаяся прямолинейно и равномерно относительно данной ИСО также является инерциальной. ИСО является гелиоцентрическая система, связанная с Солнцем. В большинстве случаев инерциальной является система отсчета, связанная с Землей. **Сила** – векторная величина, характеризующая воздействие на тело других тел или полей. Она определяет интенсивность и направление этого взаимодействия. **Масса** – мера инертности тела к изменению скорости его движения.

I.Механика. Динамика

- **Принцип относительности Галилея**

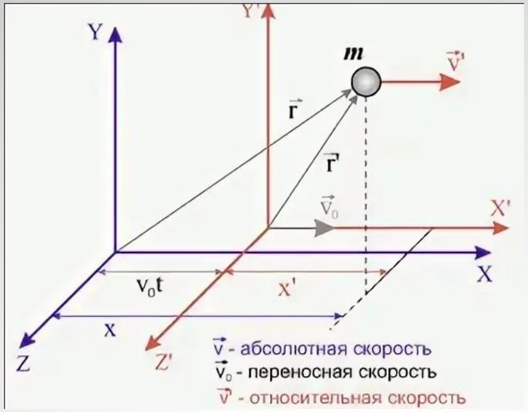


Рис.8

Рассмотрим две ИСО: неподвижную и движущуюся относительно нее со скоростью v_0 вдоль оси x другую ИСО – штрихованную (Рис.8). Для преобразования координат и времени от одной системы к другой будем иметь:

$$x = x' + v_0 t';$$

$$y = y';$$

$$z = z';$$

$$t = t'.$$

Эти преобразования – преобразования Галилея.

I.Механика. Динамика

Обратные преобразования Галилея имеют вид:

$$x' = x - v_0 t;$$

$$y' = y;$$

$$z' = z;$$

$$t' = t.$$

Дифференцируя эти соотношения по времени, получим:

$$v_x = v'_x + v_0;$$

$$v_y = v'_y;$$

$$v_z = v'_z$$

Для ускорения получим:

$$a_x = a'_x;$$

$$a_y = a'_y;$$

$$a_z = a'_z.$$

Таким образом ускорение инвариантно относительно преобразований Галилея.

I.Механика. Динамика

Принцип относительности Галиле

Все механические явления в различных ИСО подчиняются одним и тем же физическим законам. Позднее выяснилось, что принцип относительности выполняется и для других явлений природы.

Импульс - произведение массы тела на его скорость $\vec{p} = m\vec{v}$.

Ньютон сформулировал **второй закон** в следующем виде

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Для случая постоянной массы получим $m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$.

Эти уравнения, называемые уравнениями движения, применимы как к материальной точке, так и к протяженному телу, движущемуся поступательно. В случае действия нескольких сил, $\vec{F}$ - их равнодействующая. Если $\vec{F} = 0$, то ускорение тела равно нулю и мы получаем первый закон Ньютона. Создается впечатление, что он является частным случаем второго закона. Однако, уравнение $m\vec{a} = \vec{F}$ требует указание системы отсчета (ИСО), а первый закон Ньютона как раз и постулирует ее существование.

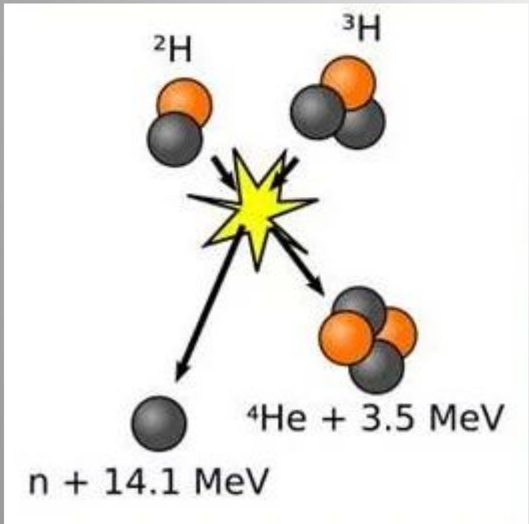
I.Механика. Динамика

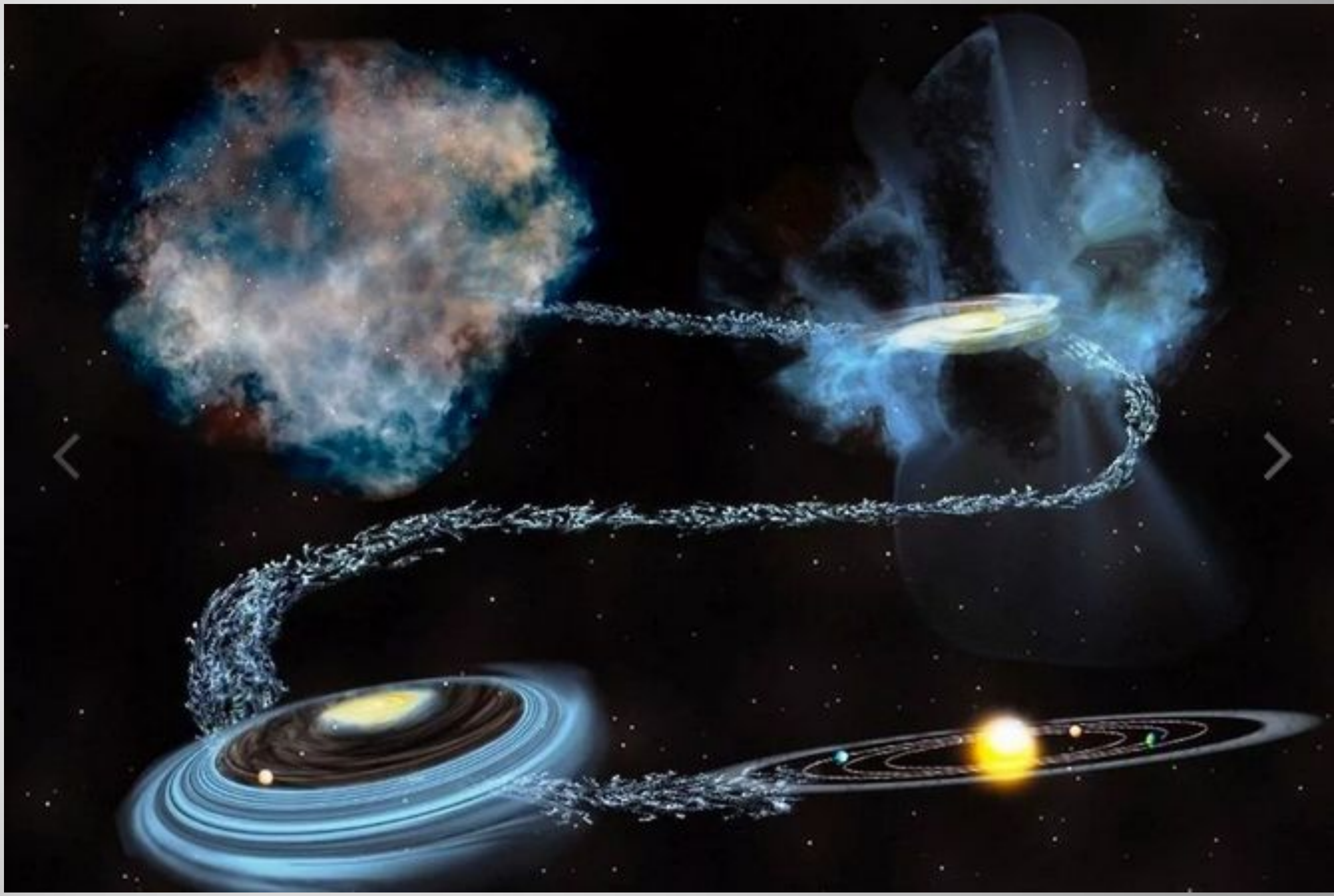
Третий закон Ньютона – воздействие тел друг на друга всегда носит характер взаимодействия, при этом $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, где $\vec{F}_{12}$- сила, действующая со стороны первого тела на второе, $\vec{F}_{21}$- сила, действующая со стороны второго тела на первое (силы действуют. вдоль одной прямой в противоположные стороны).

Рис.9

- В природе существуют **четыре фундаментальных взаимодействия**: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное.
- **Сильное взаимодействие** удерживает нуклоны в ядре, имеет радиус действия 10^{-15} м и характеризуется временем протекания вызванных им процессов 10^{-23}с.
- **Электромагнитное взаимодействие**, лежащее в основе образования атомов и молекул и химических реакций, имеет неограниченный (бесконечный) радиус действия, константу взаимодействия порядка 10^{-2} и характерное время протекания процессов 10^{-16}с. Оно Оно вызывает появление кулоновских сил, силы Ампера и Лоренца при взаимодействии заряженных частиц, атомов и молекул.

I.Механика. Динамика

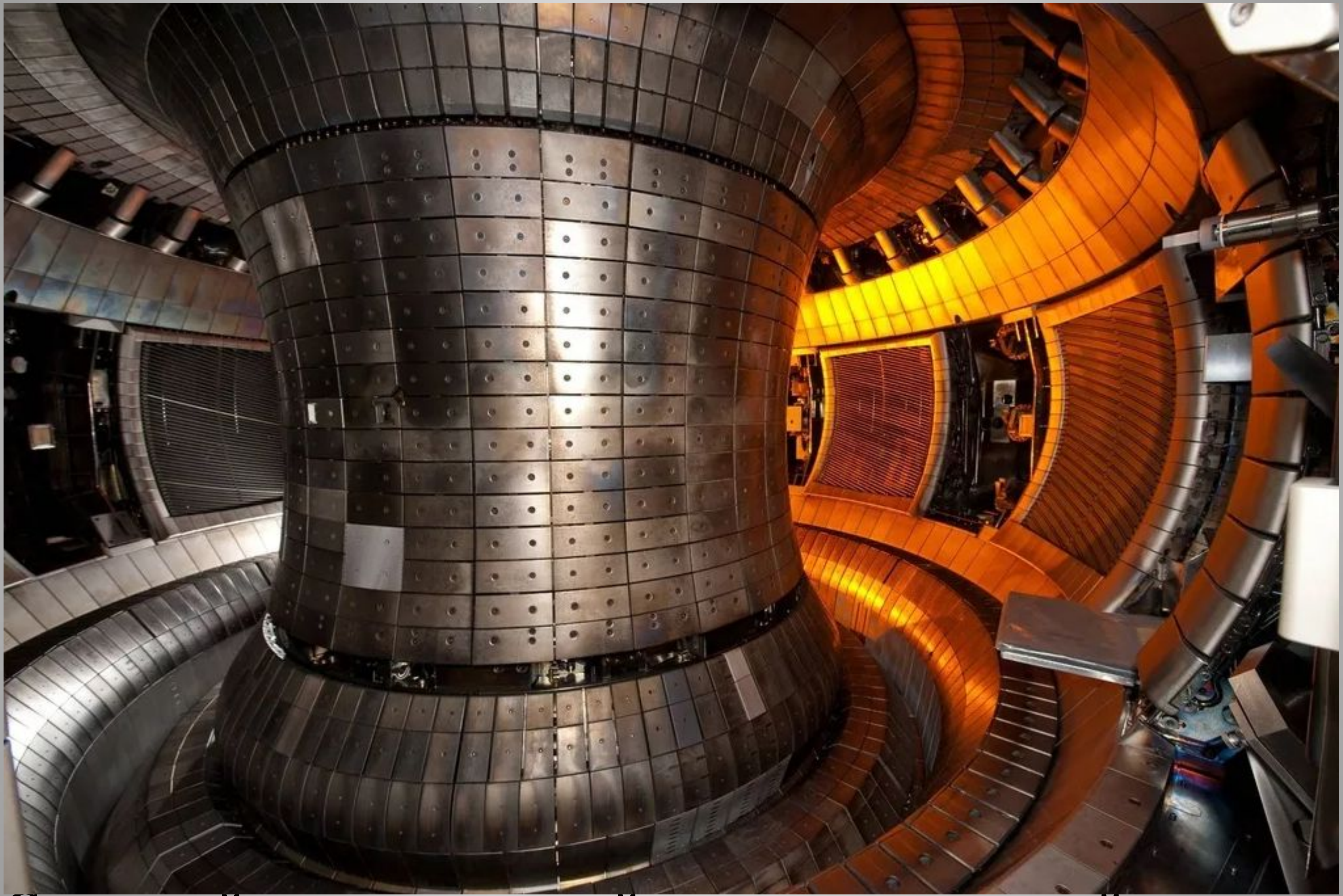




Реакция синтеза

Возникновение Солнца

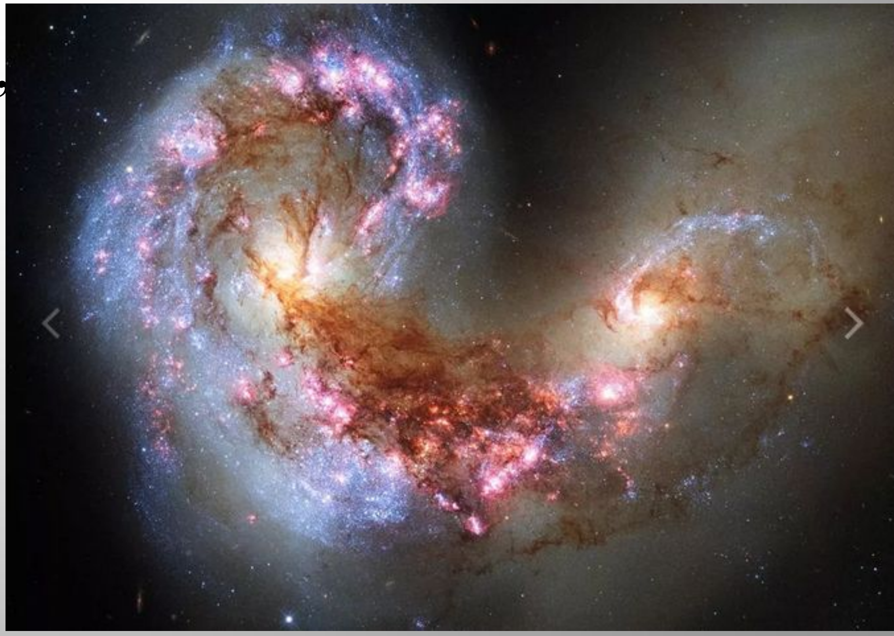
I.Механика. Динамика



Строящийся термоядерный экспериментальный реактор

I.Механика. Динамика

- **Слабое взаимодействие** проявляется в β - распадах и реакциях синтеза, протекающих на Солнце и в звездах. Оно имеет радиус действия 10^{-18} м, константу взаимодействия порядка 10^{-6} и характерное время протекания процессов 10^{-10}с. Несмотря на малую величину слабое взаимодействие лежит в основе энергетики Солнца и звезд (если его «выключить, то они погаснут).
- **Гравитационное взаимодействие** играет существенную роль в макромире, определяющую образование и движение планет, звезд, галактик. Константа его взаимодействия порядка 10^{-39}, радиус действия, как и у электромагнитного взаимодействия, неограничен.

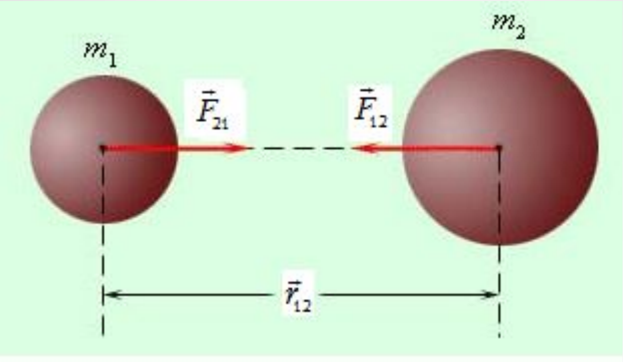


Сталкивающиеся галактики

I.Механика. Динамика

- Силы, рассматриваемые в механике имеют в своей основе гравитационное и электромагнитное взаимодействие.

Гравитационная сила. В соответствии с законом всемирного тяготения сила гравитационного притяжения между



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = -G\,\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = -G\,\frac{m_1 m_2 \vec{r}_{12}}{r_{12}^3},$$

где $\vec{F}_{12}$ -сила, с которой масса m_1 действует на массу m_2, $\vec{F}_{21}$ - сила, с которой масса m_2 действует на массу m_1. $\vec{r}_{12}$ - радиус-вектор, проведенный из точки 1 в точку 2. G- гравитационная постоянная

- **Сила тяжести (вес тела)** - сила, с которой тело действует на основание, подставку, растягивает пружину, нить.

I.Механика. Динамика

Под действием силы тяжести (гравитационной силы) тело приобретает ускорение свободного падения

$$g = G\frac{M}{R^2},$$

где M – масса Земли, R – ее радиус.

Сила трения возникает при трении поверхностей тел и движении тела в жидкой среде. В первом случае возникают силы сухого, а во втором – силы вязкого трения.

Различают силу трения покоя и силу трения скольжения. Если несмотря на действие внешней силы тело находится на некоторой поверхности в состоянии покоя, то это является результатом возникновения силы трения покоя. Эта сила компенсирует действие внешней силы в следующих пределах:

$$0 \le F_{тр.покоя} \le F_{тр.пок.\max} = F_{тр.скольжения},$$

где максимальная сила трения покоя– сила при которой начинается скольжение тела $F_{тр.скольжения} = \mu N$, а N - сила нормального давления.

Силы вязкого трения обусловлены трением слоев среды при движении тела в жидкости или газе и образованием дополнительного давления, на различные элементы поверхности тела. Суммарная сила давления имеет составляющую, направленную в сторону, противоположную движению, и является силой сопротивления.

I.Механика. Динамика

Результирующая сила вязкого трения и сопротивления называется силой трения. При небольших скоростях она может быть представлена в виде: $\vec{F}_{тр.} = -k_1\vec{v}$,
а при больших скоростях $\vec{F}_{тр.} = -k_2 v^2\vec{\tau}$, где k_1 и k_2 - коэффициенты пропорциональности, $\vec{\tau}$ - единичный вектор, определяющий направление скорости.

Второй закон Ньютона для материальной точки

Второй закон Ньютона для материальной точки имеет вид $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$,
где $\vec{F}$ – равнодействующая всех сил, действующих на точку.

Проинтегрировав это уравнение, получим приращение импульса $\Delta\vec{p}$ за конечный промежуток времени $\Delta t = t - t_0$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \int_{t_0}^{t} \vec{F}(t)\,dt.$$

Если $\vec{F} = const$, то $\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$.

Выражения $\int_{t_0}^{t} \vec{F}dt$ и $\vec{F}\Delta t$ называются импульсом силы за промежуток времени Δt. Эти уравнения означают, что приращение импульса тела за некоторый промежуток времени равно импульсу равнодействующей всех сил, действующих на это тело.

I.Механика. Динамика

Система N материальных точек.

Рассмотрим систему *N* материальных точек и запишем для *i* –ой точки второй закон Ньютона:

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \ldots + \vec{F}_{iN} + \vec{F}_i,$$

где $\vec{F}_{ij}$ - сила взаимодействия *i* –ой и *j* –ой точки, а $\vec{F}_i$ - внешняя сила, действующая на *i* –ую точку. Запишем систему уравнений для *N* материальных точек:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_1$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \ldots + \vec{F}_{2N} + \vec{F}_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{d\vec{p}_N}{dt} = \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \ldots + \vec{F}_{N(N-1)} + \vec{F}_N$$

I.Механика. Динамика

Просуммируем эти уравнения. Учитывая, что $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ результирующая всех внутренних сил будет равна нулю, тогда получим: $\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \ldots + \frac{d\vec{p}_N}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i,$

где $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$ – полный импульс системы.

Для системы тел результат записывается в виде: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$

I.Механика. Динамика

Примеры решения задач

Задача 11. Найдите модуль силы, действующей на частицу массой 1,22 кг при ее движении по закону: $x = 0{,}15 \sin 2\pi t$ (м); $y = 0{,}8 \cos \pi t$ (м) в момент времени $t = 0{,}25$ с.

Решение. Модуль силы найдем с помощью второго закона Ньютона:

$$\left|\vec{F}\right| = m\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2} = m\sqrt{\left(0{,}6\pi^2 \sin 2\pi t\right)^2 + \left(0{,}8\pi^2 \cos \pi t\right)^2}.$$

В момент времени $t = 0{,}25$ с получим: $\left|\vec{F}\right| = m\pi^2\sqrt{0{,}36 + 0{,}32} = 9{,}92$

Задача 12. Определите во сколько раз время подъема мяча, брошенного вертикально вверх будет меньше времени его падения, если величина силы сопротивления воздуха постоянна и составляет 60% силы тяжести.

- **Решение.** Запишем второй закон Ньютона для движения мяча:

I.Механика. Динамика

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{сопр}.$$

При движении вверх $ma_1 = mg + F_{сопр} = mg + 0,6mg = 1,6mg,$

а при движении вниз $ma_2 = mg - F_{сопр} = mg - 0,6mg = 0,4mg$.

Ускорение мяча при движении вверх направлено вниз и равно $a_1 = 1,6g$, а при движении вниз $a_2 = 0,4g$. При движении вверх и вниз мяч пройдет одинаковое расстояние, равное высоте:

$$h = \frac{a_1 t_{подъема}^2}{2} = \frac{a_2 t_{спуска}^2}{2},$$

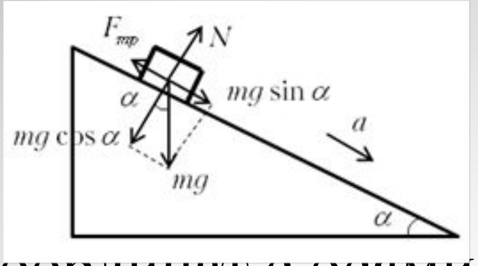
Откуда $\dfrac{t_{спуска}}{t_{подъема}} = \sqrt{\dfrac{a_1}{a_2}} = \sqrt{\dfrac{1,6g}{0,4g}} = 2.$

Задача 13. Тело равномерно движется по неподвижной наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 15°. Найдите коэффициент трения между телом и плоскостью.

Решение. При равномерном движении второй закон Ньютона имеет вид:

I.Механика. Динамика

$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = 0,$ где N– сила нормального давления.



Введем систему координат с осями вдоль наклонной плоскости (x) и перпендикулярно ей (y). Разложим силу тяжести на две составляющих – вдоль наклонной плоскости $mg\sin\alpha$ и перпендикулярно ей $mg\cos\alpha$. Соотношение сил по осям координат примет вид:

$0x$: $mg\sin\alpha = F_{тр} = \mu N$

$0y$: $mg\cos\alpha = N,$

откуда коэффициент трения $\mu = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha = 0,27$

Задача 14. От основания неподвижной наклонной плоскости вверх с некоторой начальной скоростью движется тело. Время движения тела вверх оказалось в 2 раза меньше времени спуска. Найдите угол наклона плоскости к горизонту, если коэффициент трения тела о плоскость равен 0,346.

I.Механика. Динамика

Решение. Запишем второй закон Ньютона для движения тела вверх по наклонной плоскости в системе координат, введенной в задаче 8: $ma_1 = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$. При движении вниз по наклонной плоскости $ma_2 = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$.

Тело при движении вверх с ускорением $a_1 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ и вниз по наклонной плоскости с ускорением $a_2 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$,

проходит одинаковое расстояние, равное $S = \dfrac{a_1 t^2_{\text{подъема}}}{2} = \dfrac{a_2 t^2_{\text{спуска}}}{2}$,

Откуда $\dfrac{t_{\text{спуска}}}{t_{\text{подъема}}} = \sqrt{\dfrac{a_1}{a_2}} = \sqrt{\dfrac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} = 2$ и $\alpha = 30^\circ$