

# Теоретическая механика

## Задачи

# Динамика

# Динамика материальной точки

## § 26. Определение сил по заданному движению

**26.1(26.1).** В шахте опускается равноускоренно лифт массы 280 кг. В первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.

*Ответ:* 2548 Н.

N 26.1.

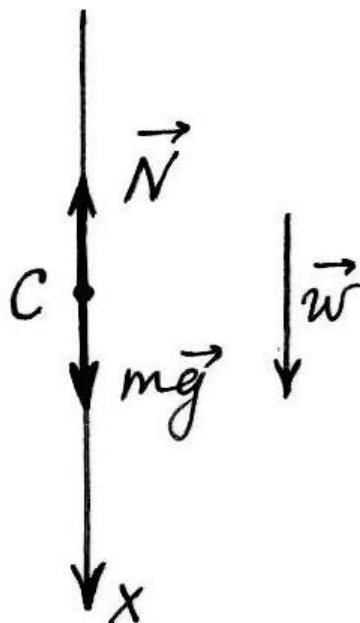
$$m = 280 \text{ кг}$$

$$t_1 = 10 \text{ с}$$

$$z(10) = 35 \text{ м}$$

$$w = \text{const} = w_0$$

$\vec{F}_{\text{нас}} - ?$



Т. С. — центр масс лифта.

Считаем, что все силы приложены к Т. С.

Лифт движется поступательно и прямолинейно, поэтому вместе лифта можно рассмотреть движение Т. С.

1) Найдем ур-е движения Т. С.:

$$\ddot{x} = w_0 \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2} w_0 t^2$$

$(v_0 = 0, x_0 = 0)$

$$x(t_1) = z(10) = 35 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35 = \frac{1}{2} w_0 \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w_0 = 0,7 \text{ (м/с}^2\text{)}$$



$$x(t_1) = v(10) = 35 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35 = \frac{1}{2} \omega_0 \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\omega_0 = 0,7 \text{ (м/с}^2\text{)}}$$

2) На март (т.с) действуют силы  $\vec{P} = m\vec{g}$  (сила тяжести) и  $\vec{N}$  (сила напора).

II закон Ньютона:  $m\vec{w} = \vec{P} + \vec{N}$ .

$$\begin{aligned} O_x: m\ddot{x} &= mg + N_x \Rightarrow N_x = m\omega_x - mg = \\ &= 280(0,7 - 9,8) = -280 \cdot 9,1 \approx -2548; \end{aligned}$$

$$\underline{|N| \approx 2548 \text{ Н.}}$$

Задача. Лифт массы  $m = 800 \text{ кг}$

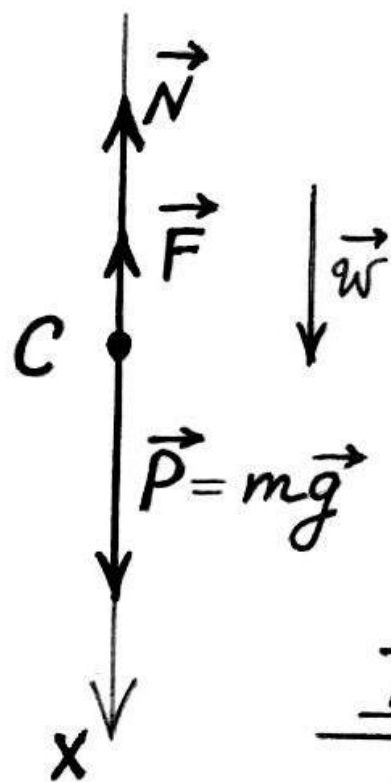
опускается вниз с ускорением

$\vec{a} = 0,4 \vec{g}$ , где  $\vec{g}$  — ускорение силы

тяжести. Определить натяжение

каната, если сопротивление движению  $\vec{F}$  по модулю равно  $0,2$  веса лифта.

Решение.



$T. C$  - центр масс шфта.

К шфту приложены силы

$$\vec{P} = m\vec{g} - \text{вес,}$$

$\vec{F}$  - сила сопротивления,

$\vec{N}$  - сила каната, удерживающая шфт от падения.

II закон Ньютона:

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = m\vec{w}.$$

$$Ox: mg - 0,2 \cdot mg + N_x = m \cdot 0,4g \Rightarrow$$

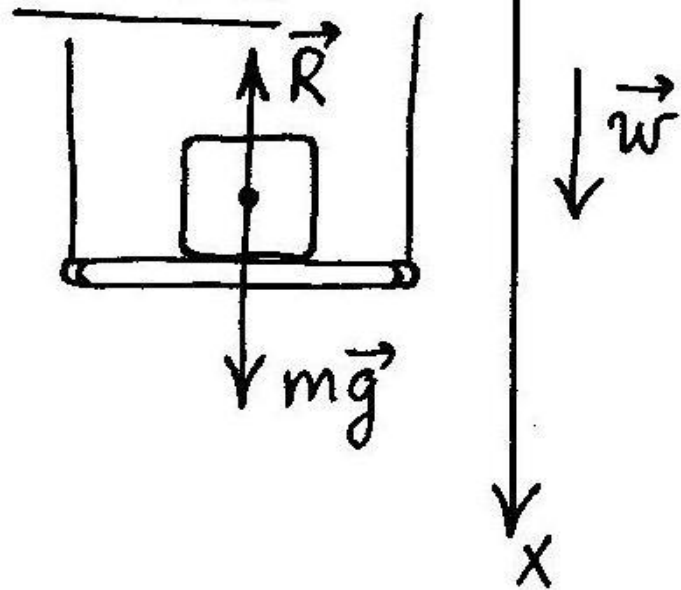
$$\Rightarrow N_x = -0,4mg \Rightarrow \underline{|N| = 320 \cdot 9,8 \text{ (Н)}}.$$



**Дом. задание :**

**26.2, 26.3, 26.4**

N26.2.



На груз действует

сила тяжести  $m\vec{g}$

и реакция опоры  $\vec{R}$ .

II закон Ньютона:

$$m\vec{w} = m\vec{g} + \vec{R}.$$

$$Ox: m w_x = mg + R_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_x = m(w_x - g) = 1,02(4 - 9,8) \approx$$

$$\approx \underline{\underline{-5,92 \text{ (H)}}}$$

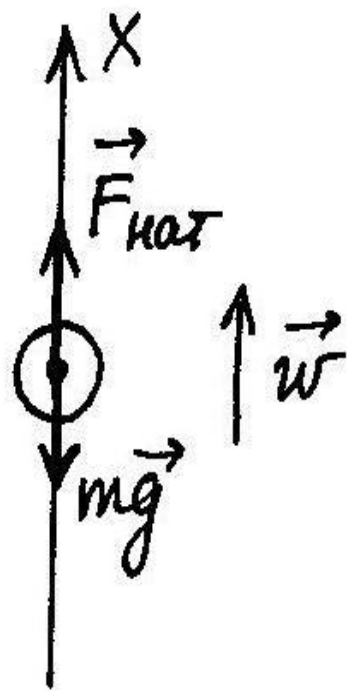
Сила давления:  $|N| = |R| = 5,92 \text{ Н.}$

N 26.3.

$$m = 3 \text{ кг}$$

$$T = 42 \text{ Н}$$

$w = ?$



На тело действуют-ют  
 $\vec{F}_{\text{нат}}$  и  $m\vec{g}$ .

II закон Н.:

$$m w_x = |F_{\text{нат}}| - mg;$$

$$m w_x = T - mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{w_x} = \frac{T}{m} - g = 14 - 9,8 = \underline{4,2 \text{ (м/с}^2\text{)}}$$

N26.4. Uz N26.3:  $m w_x = T - mg \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \underline{T = m w_x + mg.}$

1)  $t \in (0, 2)$ :  $w_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{2} \Rightarrow T = m(w_x + g) =$   
 $= 480(2,5 + 9,8) = \underline{5904(H)}$

2)  $t \in (2, 8)$ :  $w_x = 0 \Rightarrow T = mg = \underline{4704(H)}$

3)  $t \in (8, 10)$ :  $w_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{5}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T = m(w_x + g) = \underline{3504(H)}$

# § 27. Дифференциальные уравнения движения

Прямолинейное движение

**27.2(27.2).** Тяжелое тело спускается по гладкой плоскости, наклоненной под углом  $30^\circ$  к горизонту. Найти, за какое время тело пройдет путь 9,6 м, если в начальный момент его скорость равнялась 2 м/с.

*Ответ:* 1,61 с.

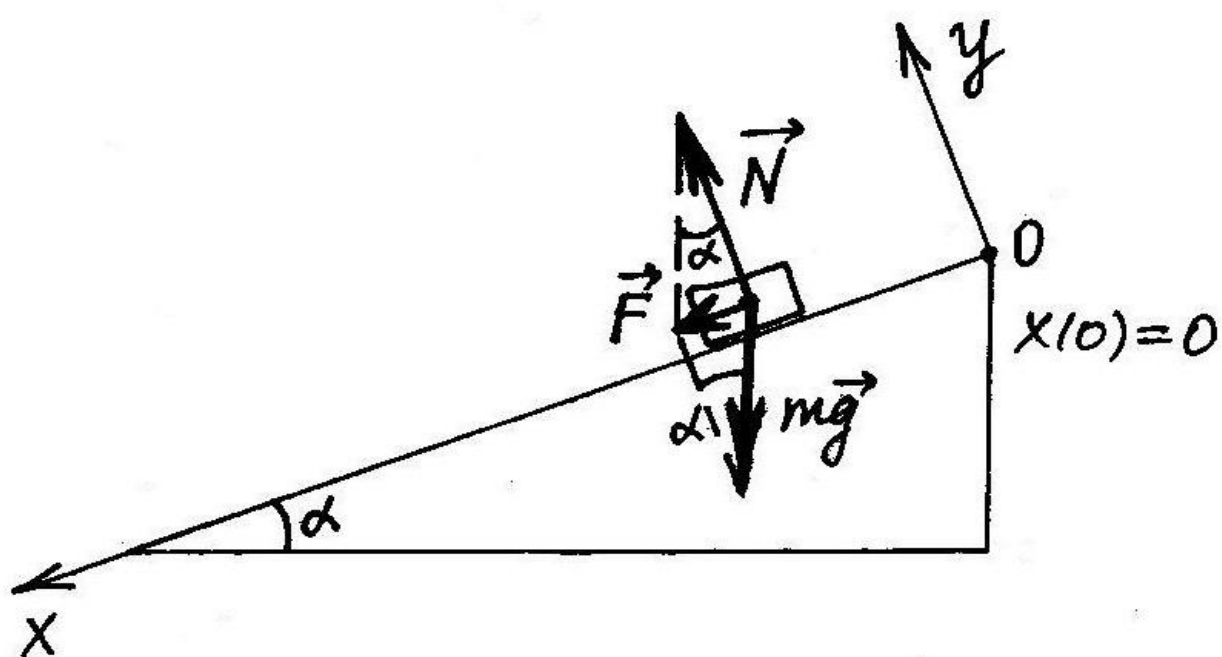
N 27.2.

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_0 = 2 \text{ м/с}$$

$$S = 9,6 \text{ м}$$

T - ?



На тело действуют 2 силы:  $m\vec{g}$  и реакция опоры  $\vec{N}$ .

II закон Ньютона:  $\vec{F} = m\vec{w} = m\vec{g} + \vec{N}$ .

$$Ox: \underline{F_x = |F| = mg \cdot \sin \alpha};$$

$$Oy: F_y = 0 = |N| - mg \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{|N| = mg \cdot \cos \alpha}$$

$$Ox: \underline{F_x = |F| = mg \cdot \sin \alpha};$$

$$Oy: F_y = 0 = |N| - mg \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{|N| = mg \cdot \cos \alpha}$$

Тв. тело движется прямолинейно, вдоль оси  $Ox$ , поэтому рассматриваем только

$$1-е \text{ ур-е: } m\ddot{x} = F_x = mg \cdot \sin \alpha;$$

$$\underline{\ddot{x} = g \cdot \sin \alpha} \Rightarrow \dot{x} = g \cdot \sin \alpha \cdot t + v_0 \Rightarrow$$

(Ду движущегося тела)

$$\Rightarrow \underline{x(t) = g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 t} \quad - \text{ закон движения тела.}$$

$(x_0 = 0)$



Имеем:  $S = g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{T^2}{2} + v_0 T$ , т.е.

$$9,6 = 9,8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot T^2 + 2T.$$

Решая это ур-е, получаем:

$$\underline{T \approx 1,61 \text{ (с)}}.$$

**27.4(27.4).** Тело массы  $m$  вследствие полученного толчка прошло по негладкой горизонтальной плоскости за 5 с расстояние  $s = 24,5$  м и остановилось. Определить коэффициент трения  $f$ .

*Ответ:*  $f = 0,2$ .

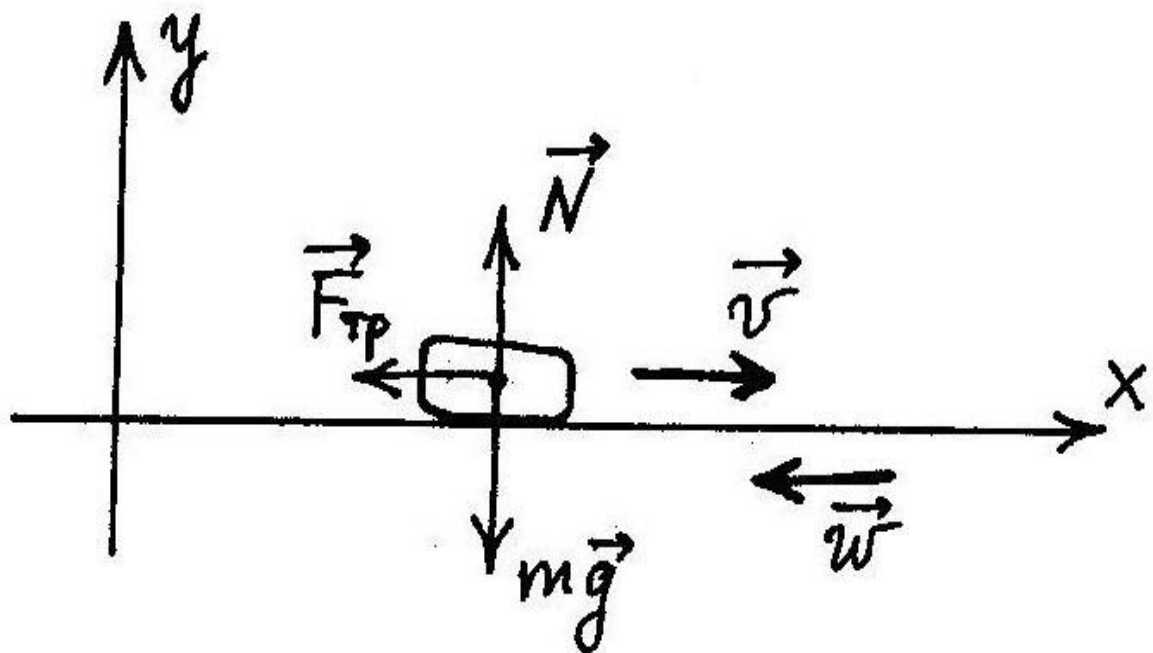
N 27.4.

$T = 5 \text{ c}$

$S = 24,5 \text{ м}$

$v_k = 0$

$f - ?$



3 силы:  $\vec{F}_{\text{тр}}$  - сила трения,  
 $m\vec{g}$  - сила тяжести,  $\vec{N}$  - реакция опоры.

II закон Ньютона:  $\vec{F} = m\vec{w} = \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N}$ .

$\vec{w} \uparrow \uparrow 0x \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow 0x. \Rightarrow F_y = 0.$

$$Ox: F_x = -|F_{\text{тр}}|;$$

$$Oy: F_y = |N| - mg = 0 \Rightarrow \underline{|N| = mg.}$$

Итак,  $\vec{F} = \vec{F}_{\text{тр}}$ ;  $\underline{|F_{\text{тр}}| = f \cdot |N| = fmg.}$

$$Ox: m\ddot{x} = F_x = -|F_{\text{тр}}| = -fmg, \text{ т.е.}$$

$$\underline{\ddot{x} = -fg} - \underline{\text{ДУ движущиеся тела.}}$$

$$\underline{\dot{x} = -fg \cdot t + v_0 = v_x(t)}$$

$$\underline{x(t) = -fg \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 t} \quad (x_0 = 0)$$

(законы движущиеся тела)

Имеем: 
$$\begin{cases} 0 = v_k = -fg \cdot T + v_0, \\ s = -fg \cdot \frac{T^2}{2} + v_0 T. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем:

$$\underline{f = \frac{1}{5} = 0,2.}$$

**Дом. задание :**

**27.5, 27.7, 27.31**