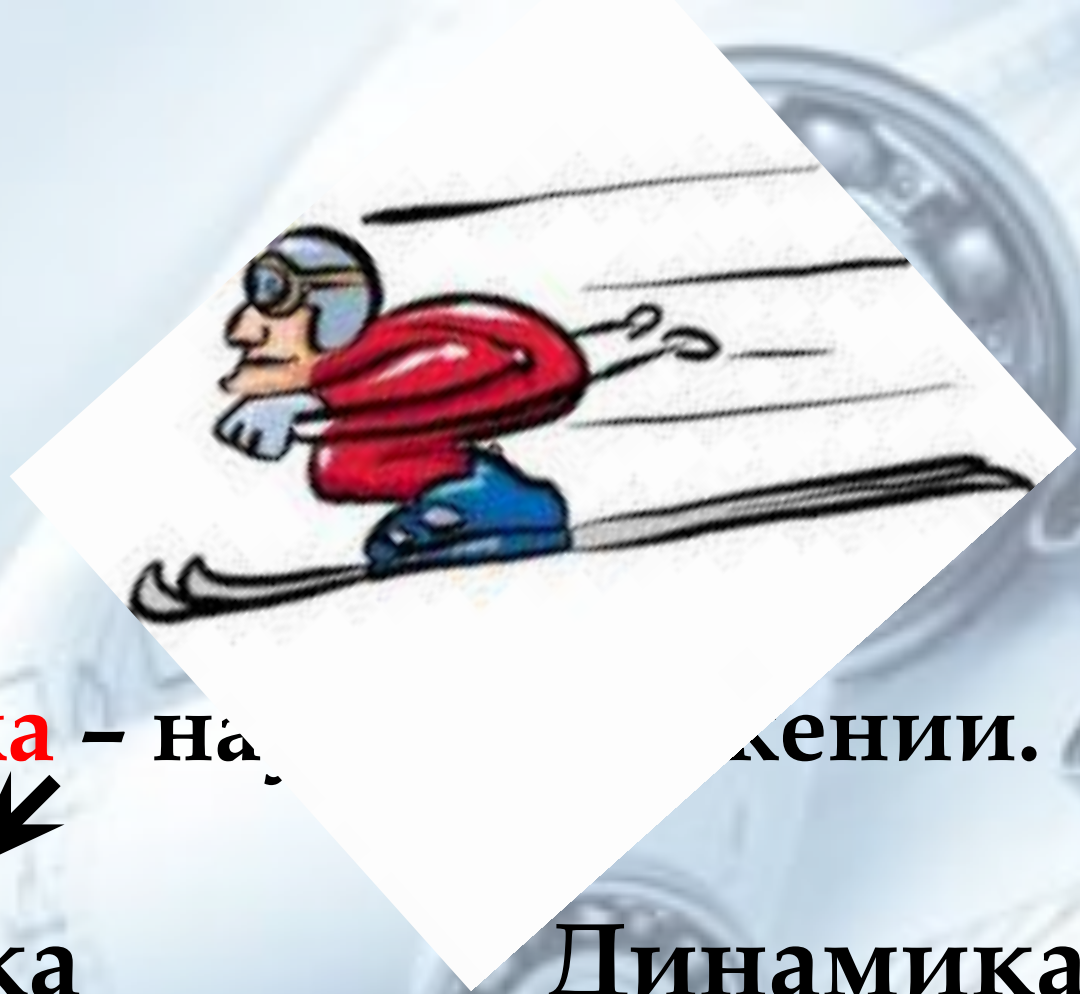
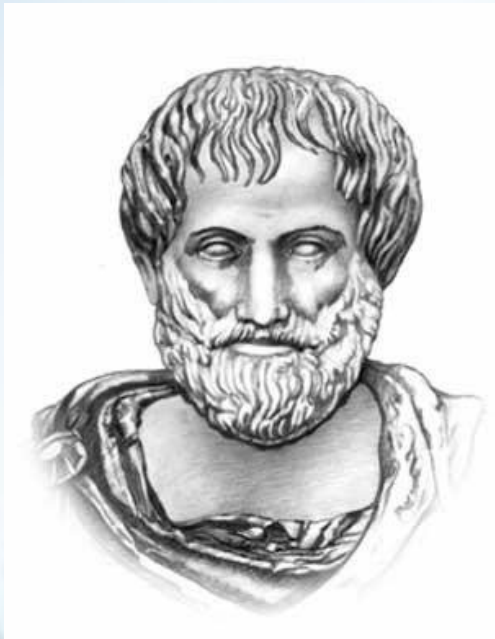


24 сентября 2020 г.

***ТЕМА:
МЕХАНИКА***



Механика – Наука о движении.



Кинематика

Динамика

Кинематика – раздел механики, изучающий движение тел без рассмотрения причины (с точки зрения математики).

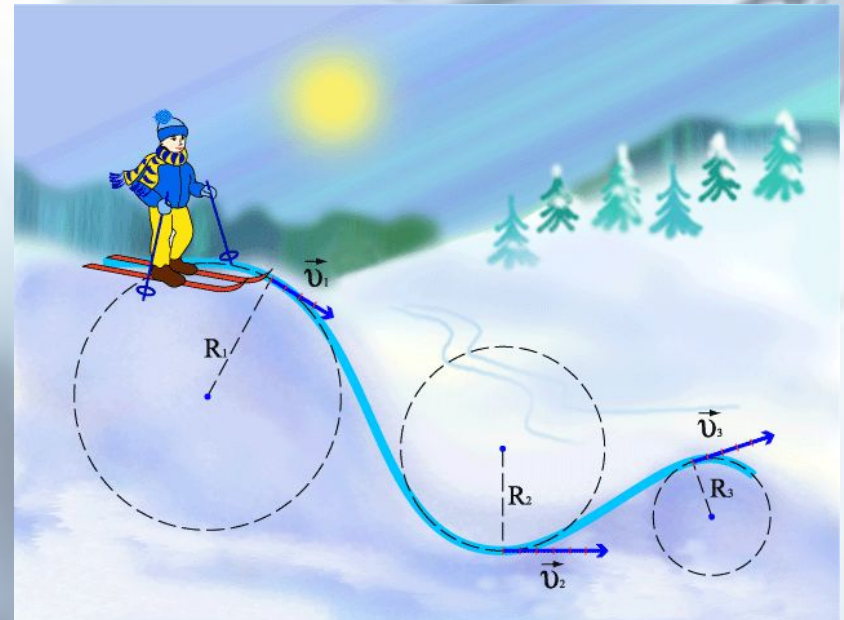
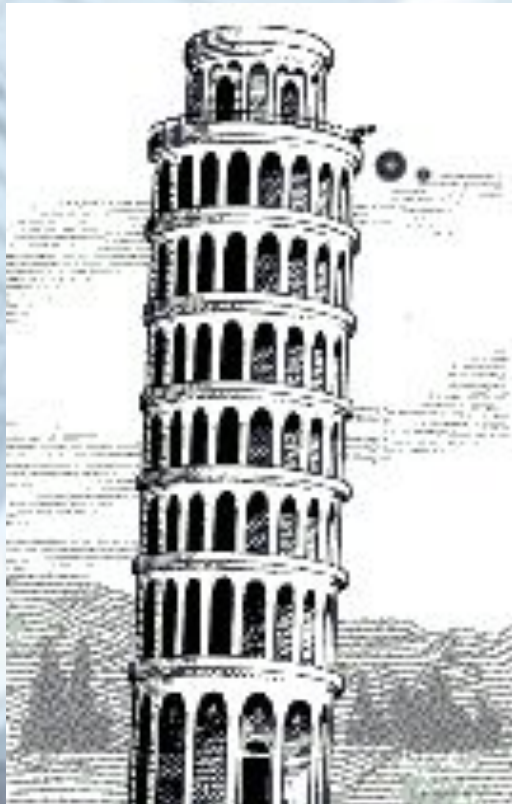


Механическое движение – явление, при котором тело меняет свое положение в пространстве относительно других тел с течением времени.

Виды движения (по траектории)

Прямолинейное

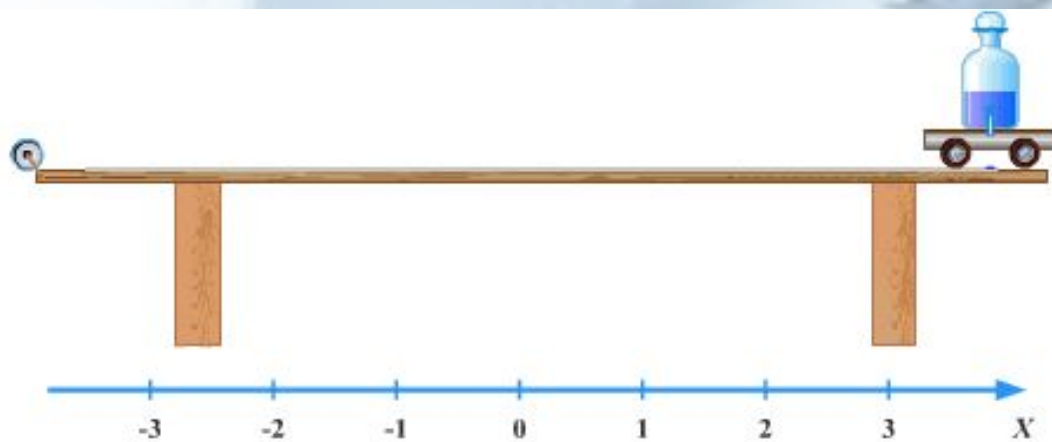
Криволинейное



Виды движения (по скорости)

Равномерное

Неравномерное
(равноускоренное)



$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} - \text{скорость перемещения}$$

Скорость измеряется в системе СИ в [м/с]!

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t - \text{уравнение прямолинейного равномерного движения (векторная форма)}$$

$$x = x_0 + vt - \text{уравнение прямолинейного равномерного движения (координатная форма)}$$

Перевод в систему СИ

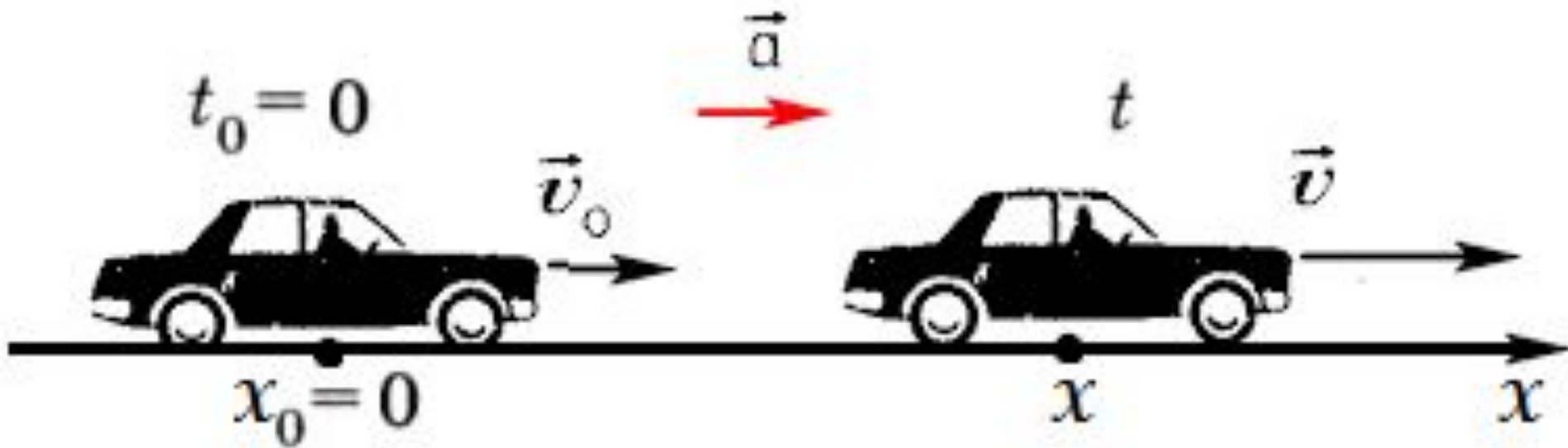
$$36 \text{ км/ч} = 36000 \text{ м}/3600 \text{ с} = 10 \text{ м/с}$$

$$72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с} \quad 108 \text{ км/ч} = 30 \text{ м/с}$$

$$54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с} \quad 90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$$

$$18 \text{ км/ч} = 5 \text{ м/с}$$

$$100 \text{ км/ч} = 100 \cdot 10/36 \approx 28 \text{ м/с}$$



Ускорение – это величина, которая характеризует быстроту изменения скорости.

$$\mathbf{a} = \frac{v - v_0}{t} \text{ - ускорение}$$

$$[a] = [(m/c) / c] = [m/c^2]$$

$a > 0$ – тело разгоняется

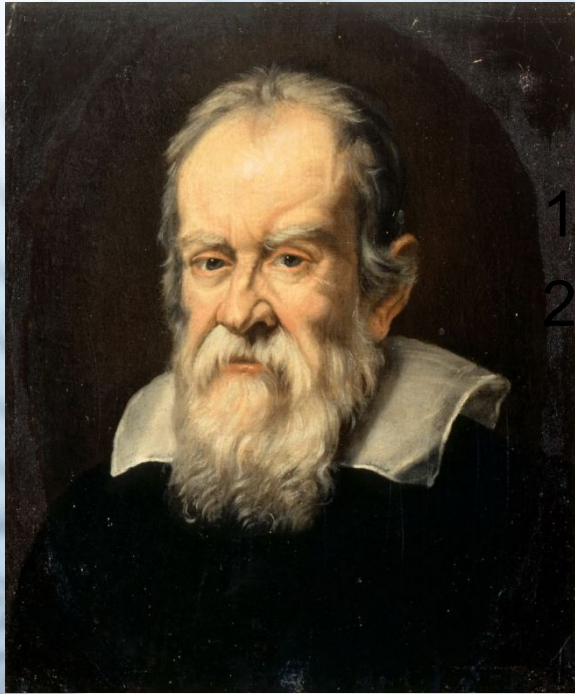
$a < 0$ – тело тормозит

$a = 0$ – тело движется равномерно

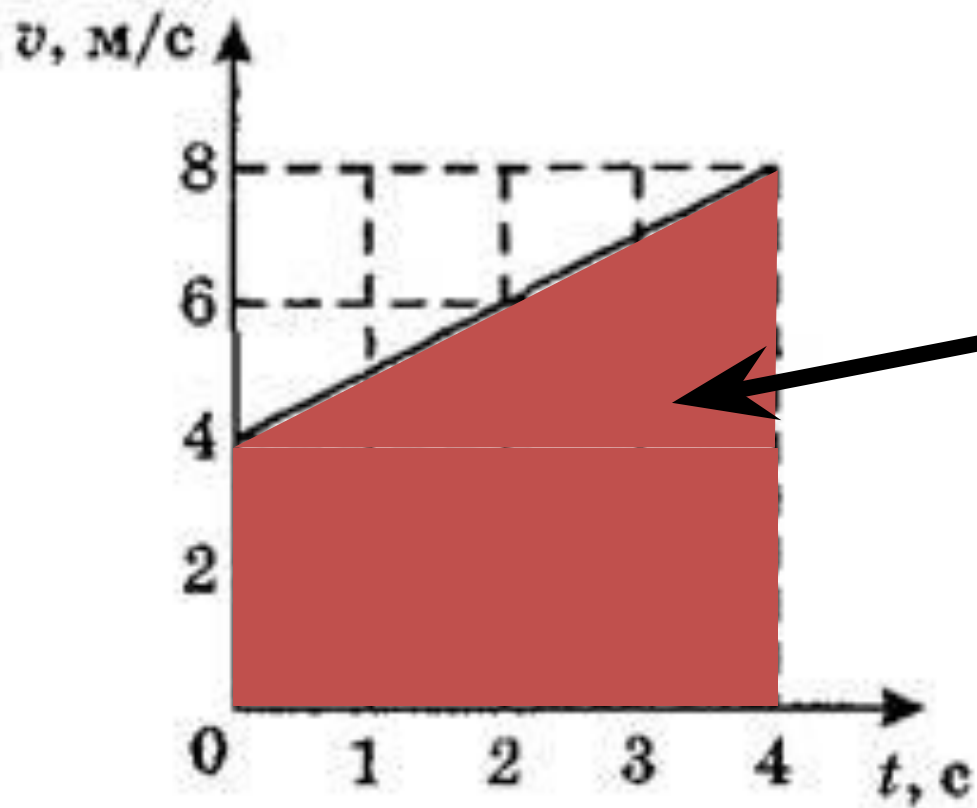
Свободное падение – это движение, происходящее под действием силы тяжести (силы притяжения к Земле) без учета сопротивления воздуха.

Принцип Галилея: вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением.

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2 \approx 10 \text{ м/с}^2$$



- 1) Направлено всегда вниз
- 2) Величина ускорения зависит:
 - а) от географической широты ($9,78 \div 9,83$) м/с^2
 - б) от высоты над поверхностью Земли



$S_{\text{трап}}$ - путь

Правило определения пути по графику:
Путь тела – это площадь треугольника (или трапеции) под графиком скорости.

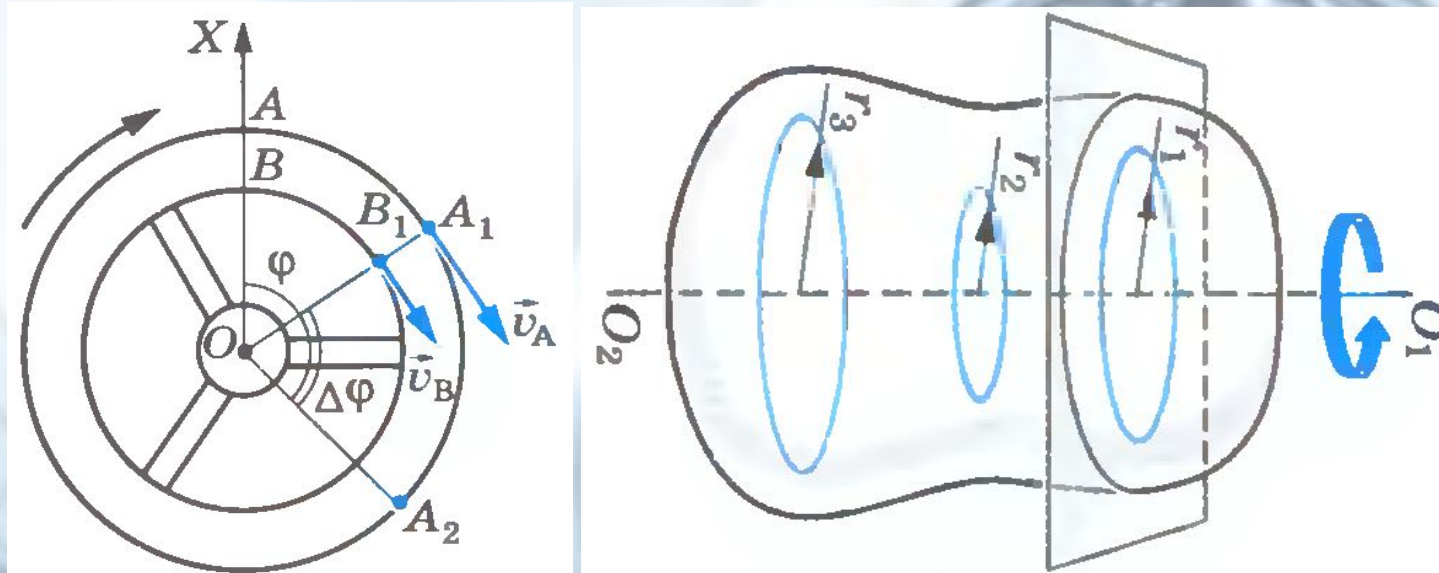
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

- уравнение прямолинейного
неравномерного движения
(векторная форма)

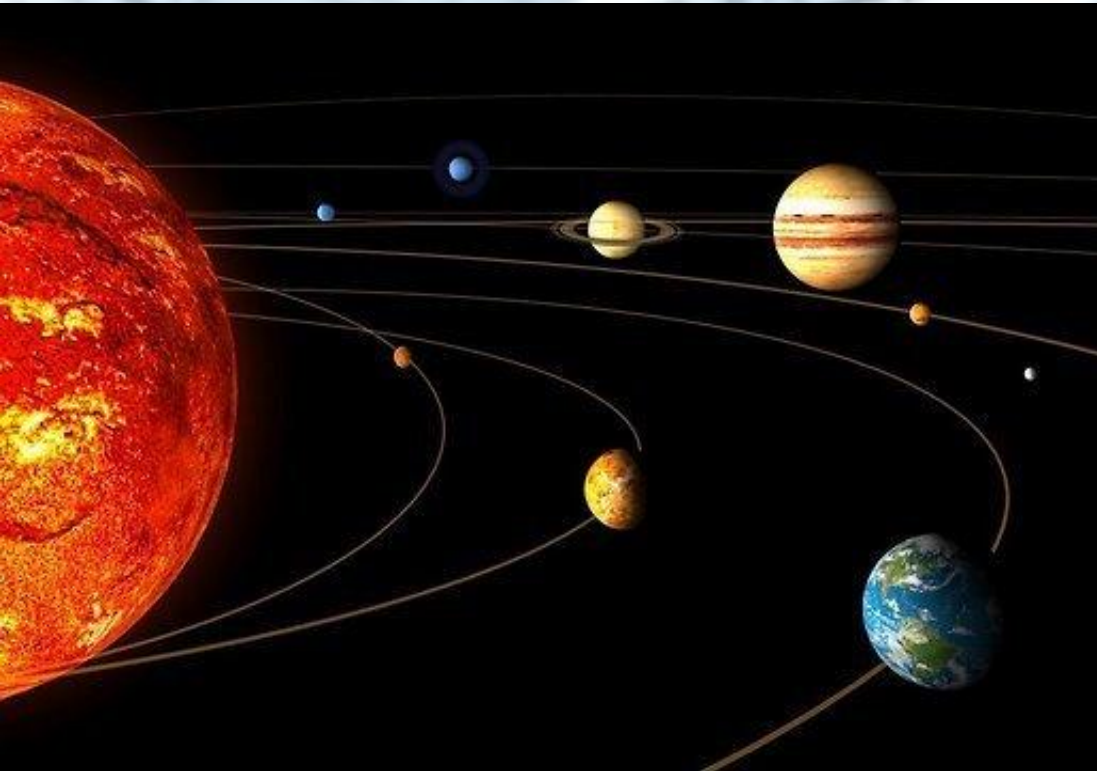
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

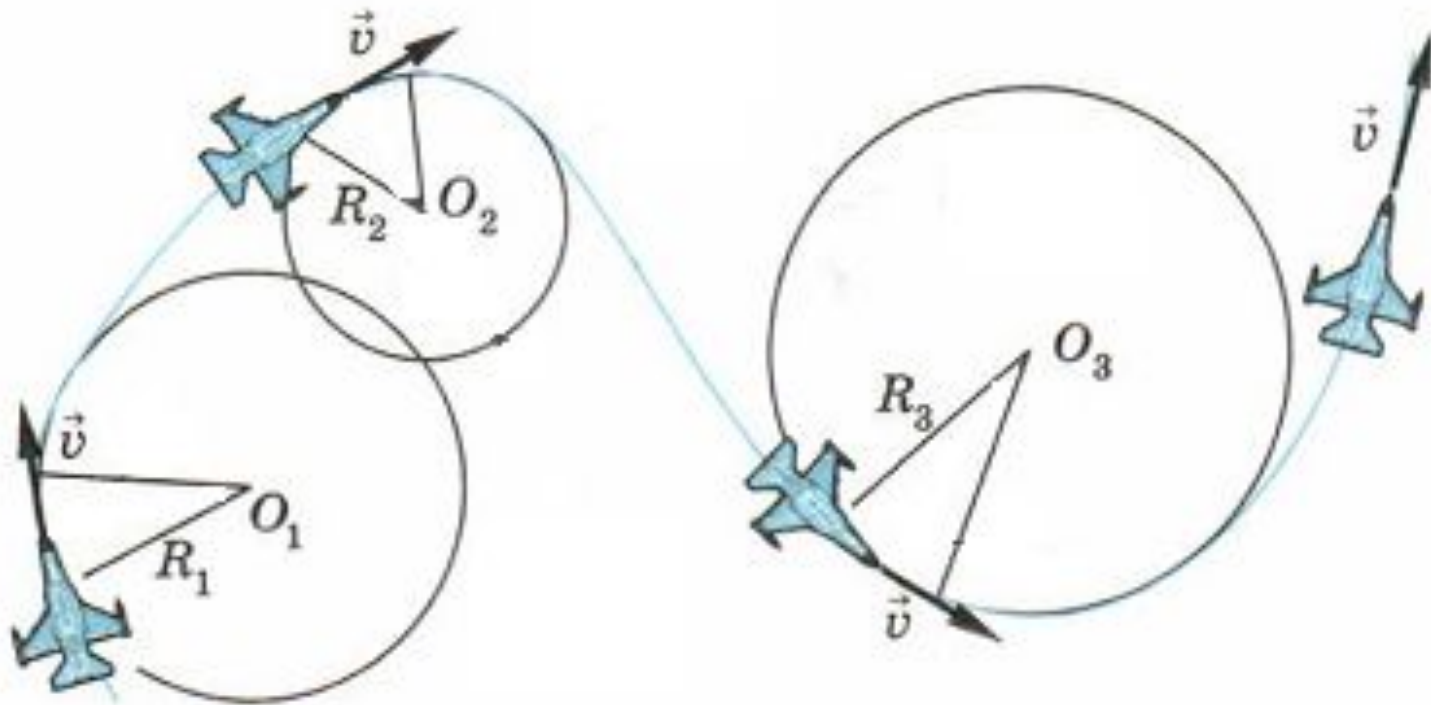
- уравнение прямолинейного
неравномерного движения
(координатная форма)

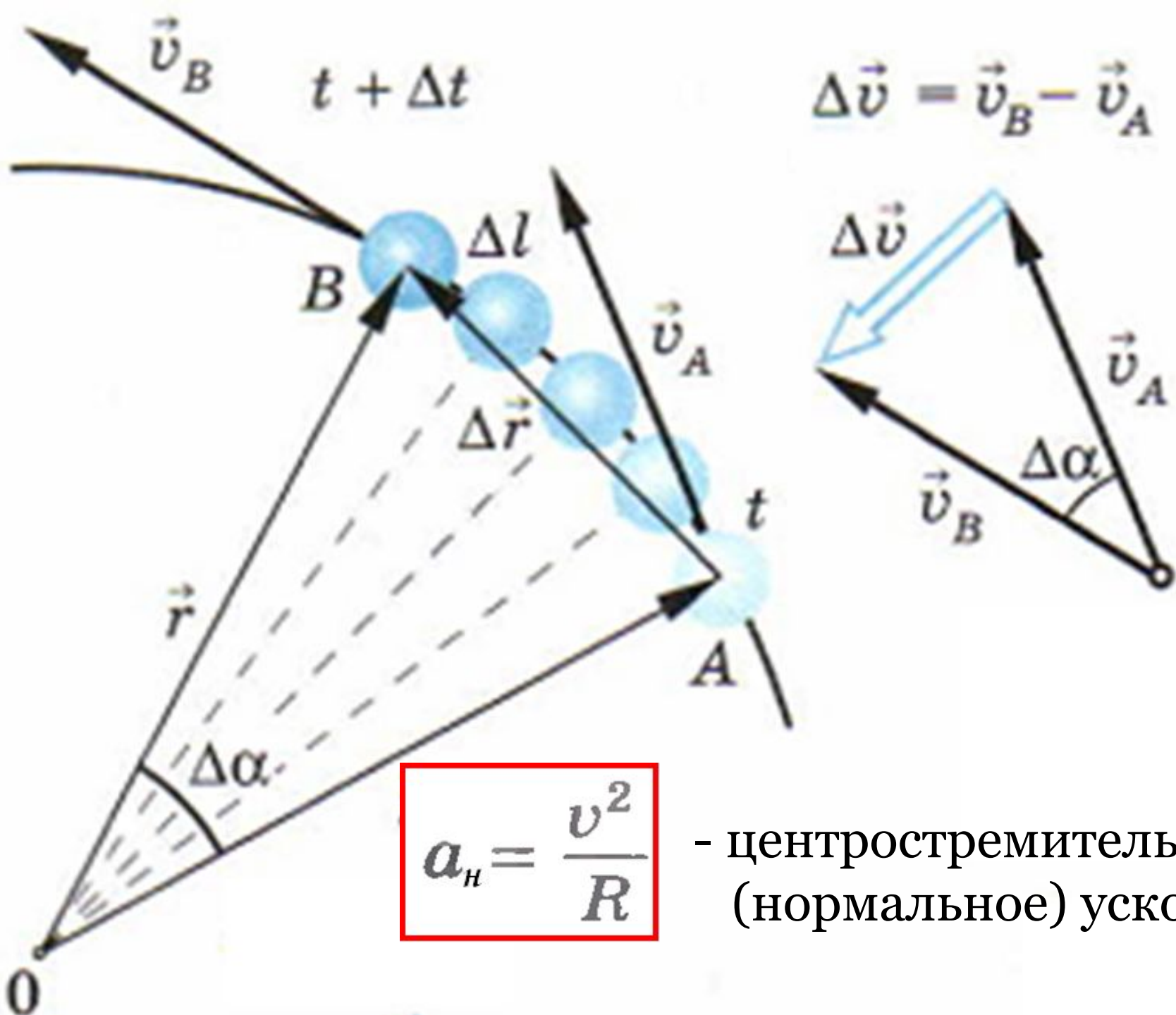
Вращательное движение

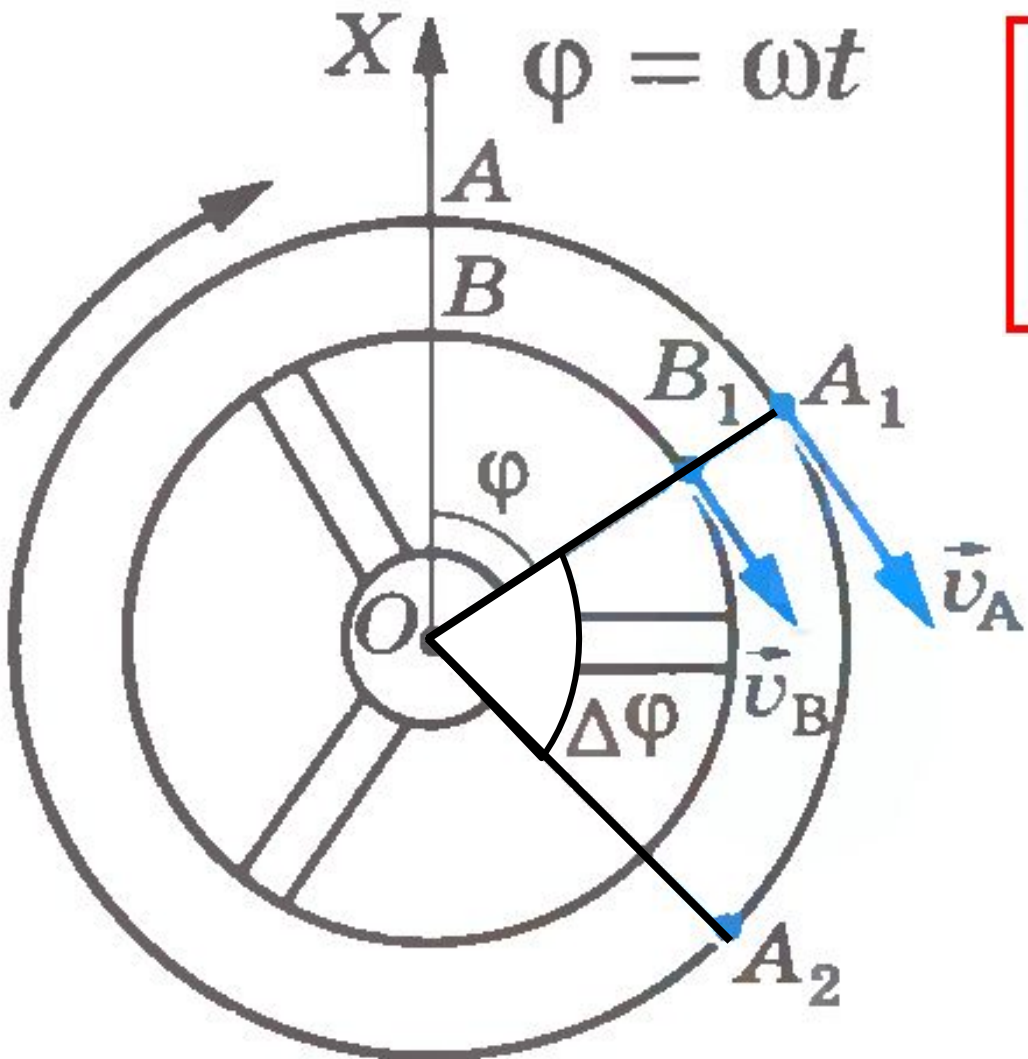


Вращательное движение – это движение, при котором точки тела описывают окружности. При этом центры окружностей лежат на одной прямой называемой осью вращения.



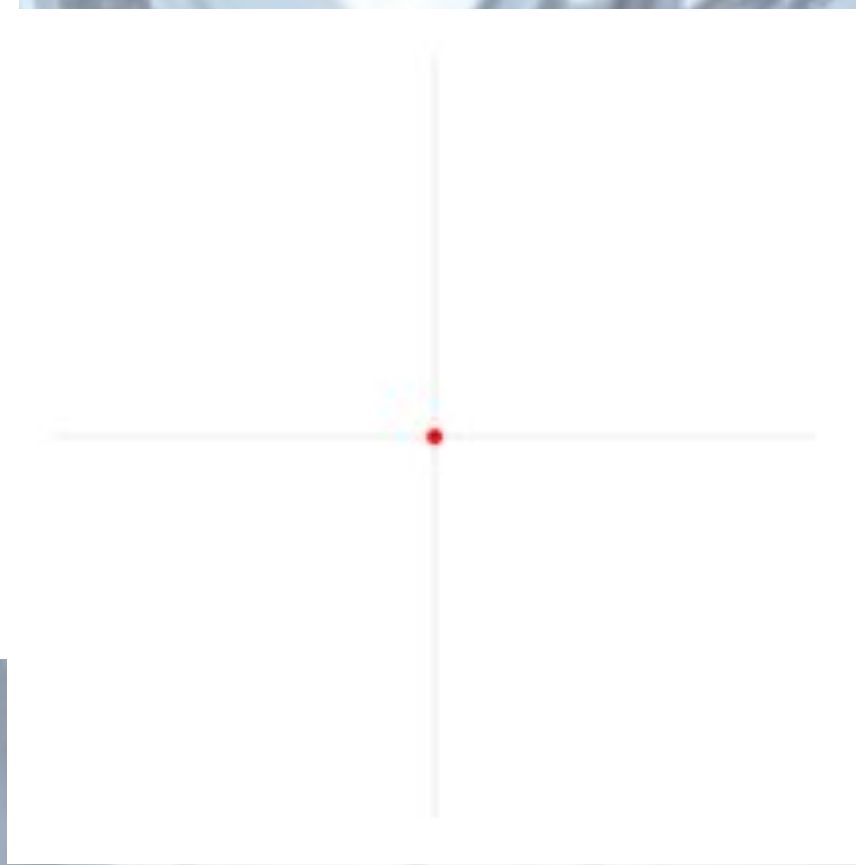






$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

- угловая
скорость



$[\omega] = [\text{рад/с}]$

ω - омега (греч. буква)

φ - фи (греч. буква)

1 рад $\approx 57^\circ$

Период вращения T – время, за которое тело совершает один оборот на 360° (на 2π рад).

Частота вращения ν – число оборотов за 1 секунду.

$$T = \frac{1}{\nu} \text{ - связь периода и частоты вращения}$$

$[\nu] = [\text{Гц}]$, герц

ν - нью (греч. буква)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \text{ - угловая скорость через период и частоту вращения}$$

$$v = \omega R \text{ - связь линейной и угловой скоростей}$$

Пример. Лента конвейера насажена на вал радиусом 40 см, который в свою очередь вращается электродвигателем. Вал совершает 60 оборотов в минуту. С какой скоростью будет двигаться лента конвейера?



Дано:

$$N = 60$$

$$t = 60 \text{ с}$$

$$R = 0,4 \text{ м}$$

Найти:

$$v - ?$$

Решение:

1) Найдем угловую скорость вращения вала:

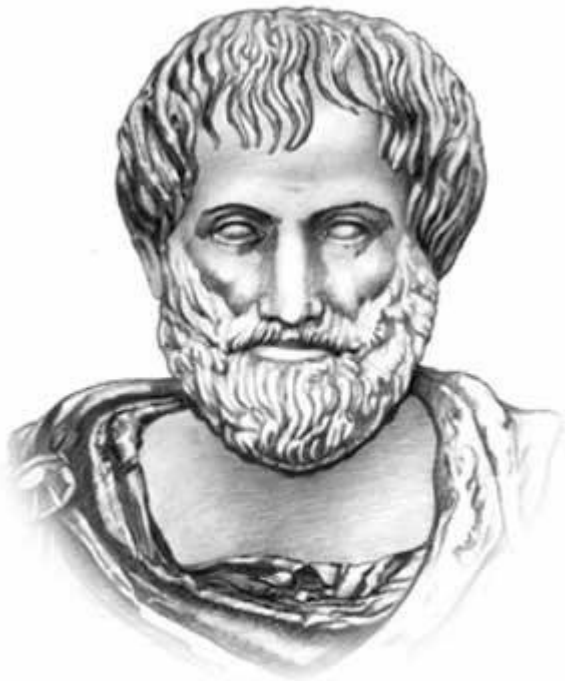
$$\omega = 2\pi \cdot N/t = 2\pi \text{ (рад/с)}$$

2) Вычислим скорость ленты конвейера:

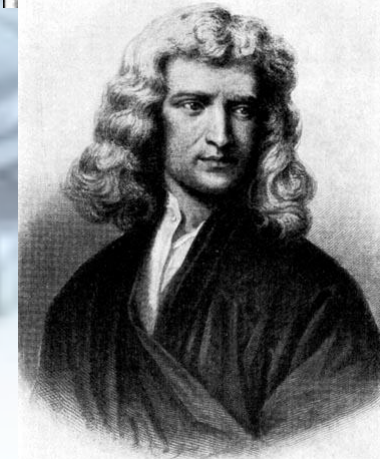
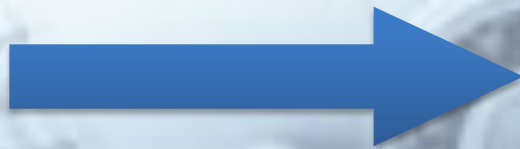
$$v = \omega R = 2\pi \cdot 0,4 = 2,5 \text{ (м/с)}$$

Ответ: $v = 2,5 \text{ м/с}$

Динамика — раздел механики, в основе которого лежит количественное описание взаимодействия тел, определяющего характер их движения.



АРИСТОТЕЛЬ
384-322 до н. э.



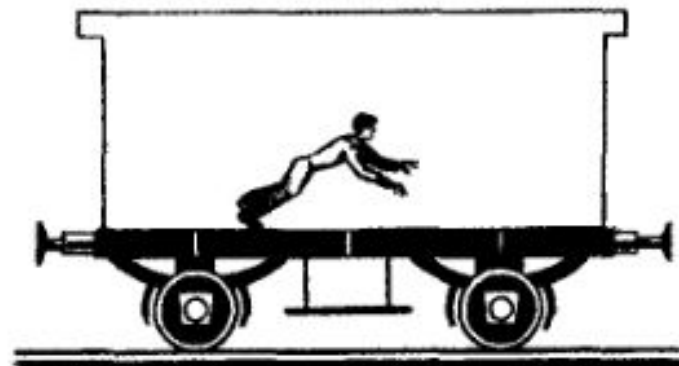
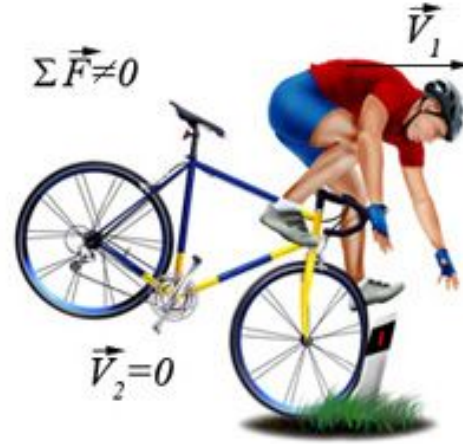
Сила — векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.

Сила характеризуется:

- 1) Точкой приложения
- 2) Направлением
- 3) Численным значением

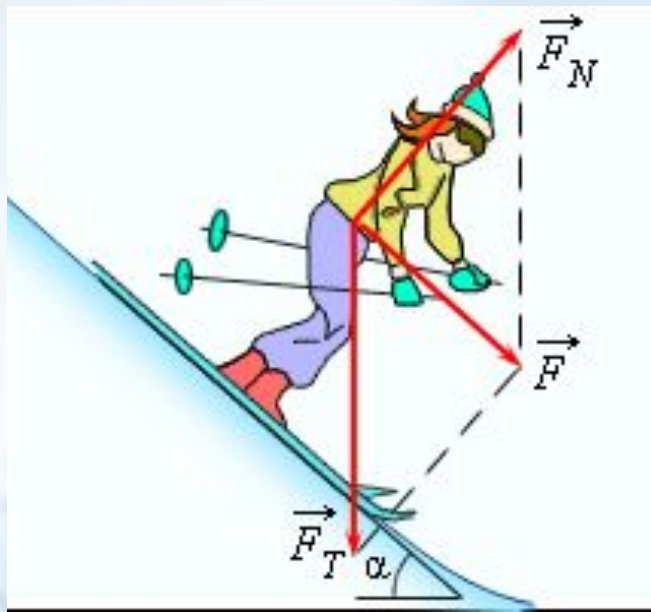
F — обозначение силы
 $[F] = [Н]$, Н - ньютон





Первый закон Ньютона

Материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее (его) изменить это состояние.



Второй закон Ньютона

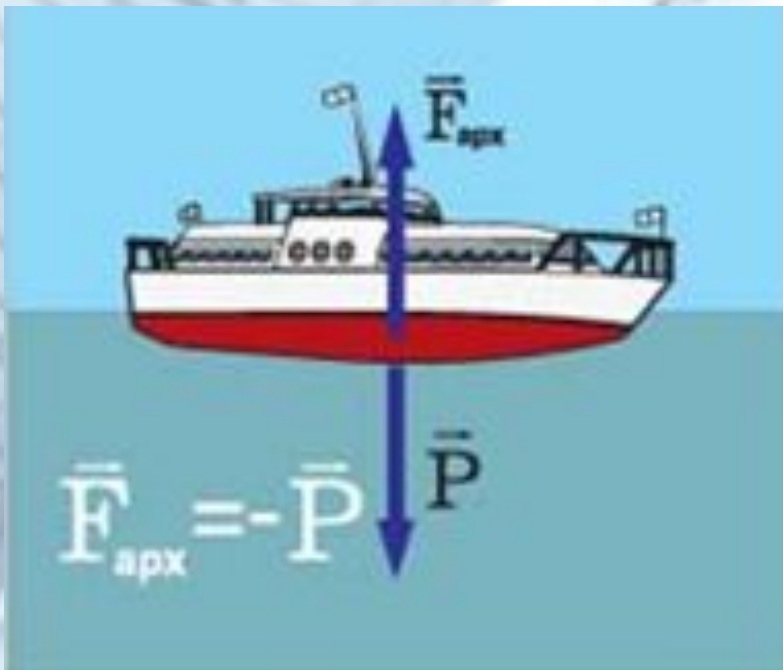
В инерциальной системе отсчета ускорение тела прямо пропорционально векторной сумме всех действующих на тело сил и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Третий закон Ньютона

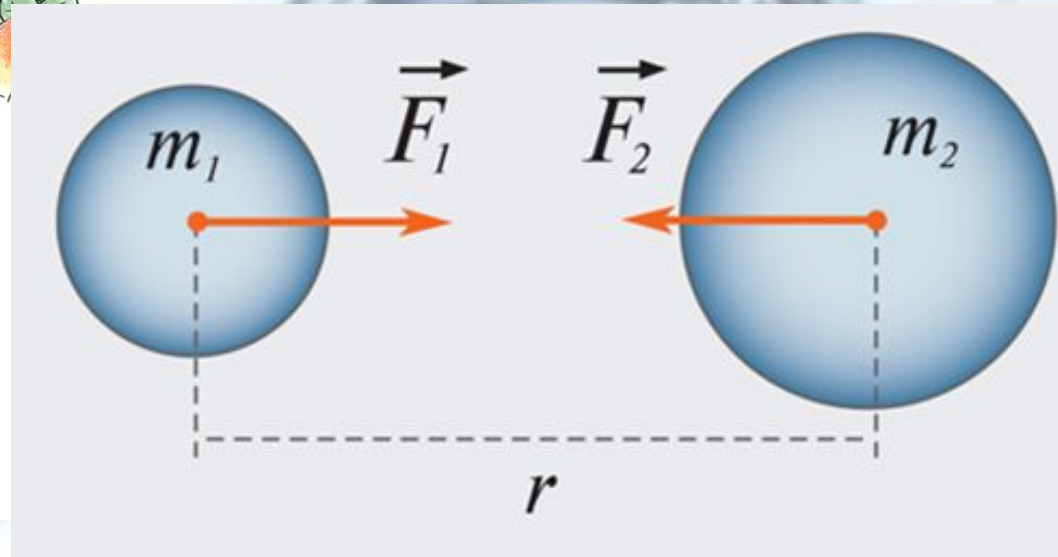
Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Классификация сил (по природе)





$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- закон Всемирного тяготения

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} - \text{гравитационная постоянная}$$

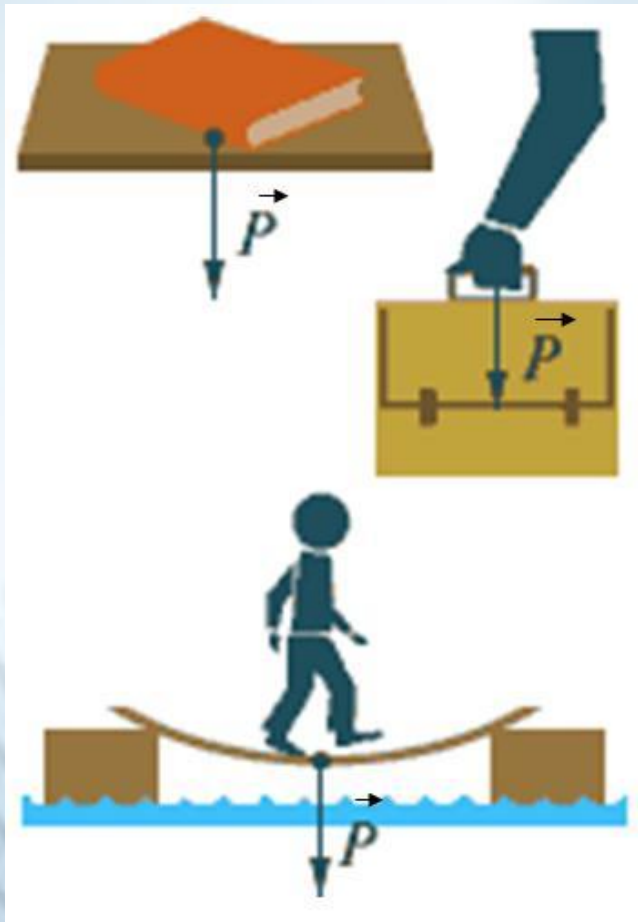
Сила тяжести

Сила тяжести — гравитационная сила, действующая на тело.

$$F_{\text{тяж}} = mg$$
 - сила тяжести



Вес тела



$$P = mg$$

- вес тела

Вес тела — суммарная сила упругости тела, действующая при наличии силы тяжести на все связи (опоры, подвесы).

Невесомость — состояние, при котором тело движется только под действием силы тяжести.



Виды деформаций

Начальный образец



Сжатие



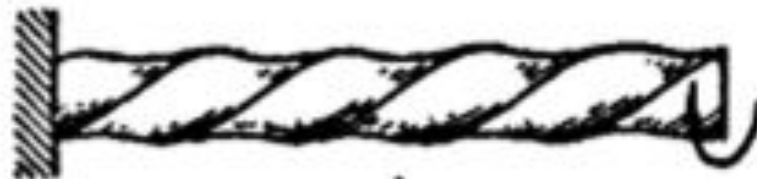
Начальный образец



Растяжение



Кручение



Срез

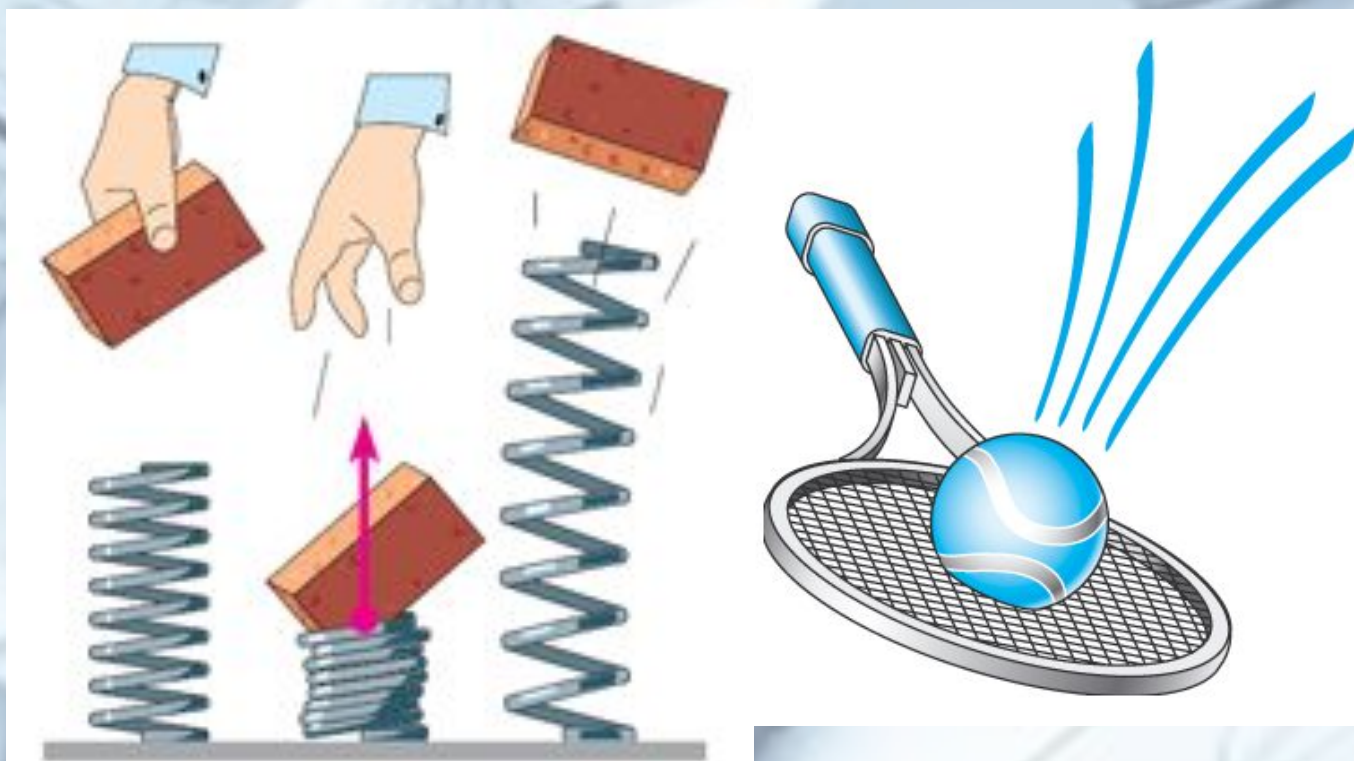


Изгиб



Закон Гука

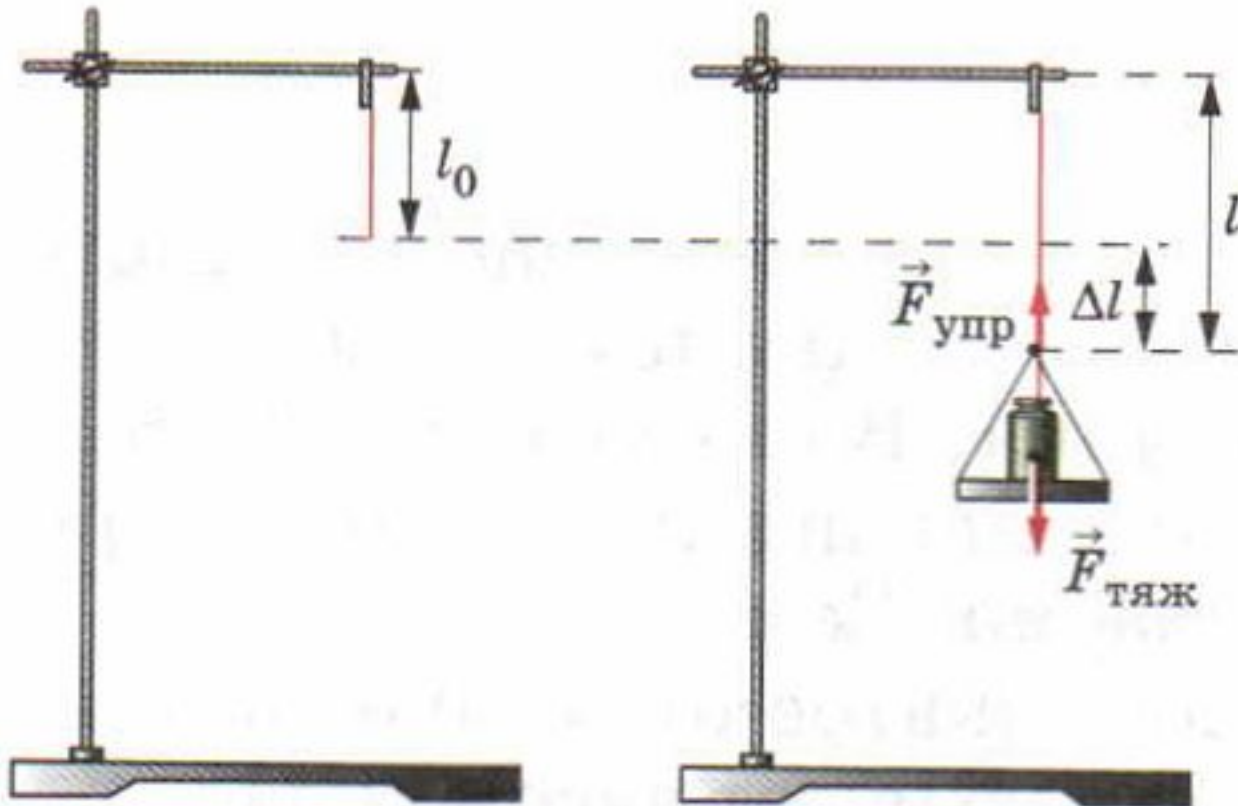
Сила упругости — сила, возникающая при деформации тела и направленная противоположно направлению смещения частиц при деформации.



Закон Гука

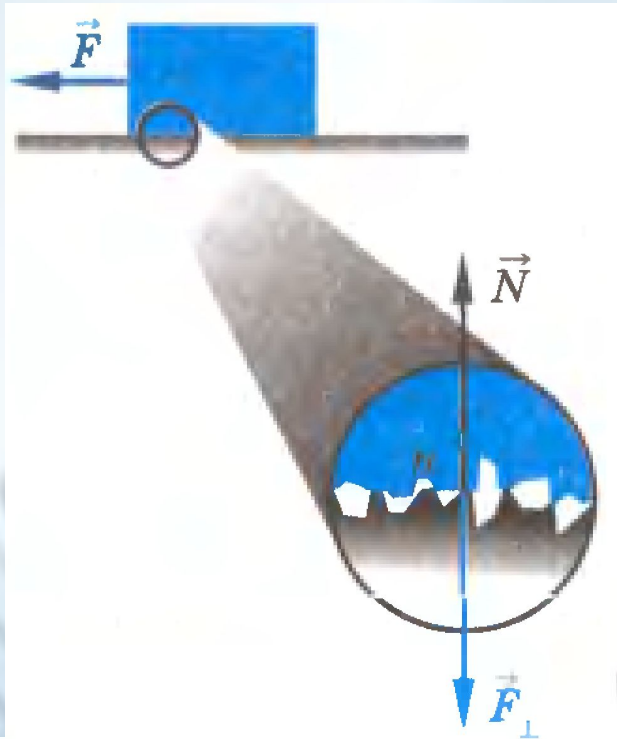
Модуль силы упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей при деформации тела, пропорционален его удлинению Δl :

$$F_{\text{упр}} = k \Delta l.$$



k - жесткость
 Δl - удлинение

Сила трения



Сила трения — сила, возникающая при соприкосновении поверхностей тел, препятствующая их относительному перемещению, направленная вдоль поверхности соприкосновения.

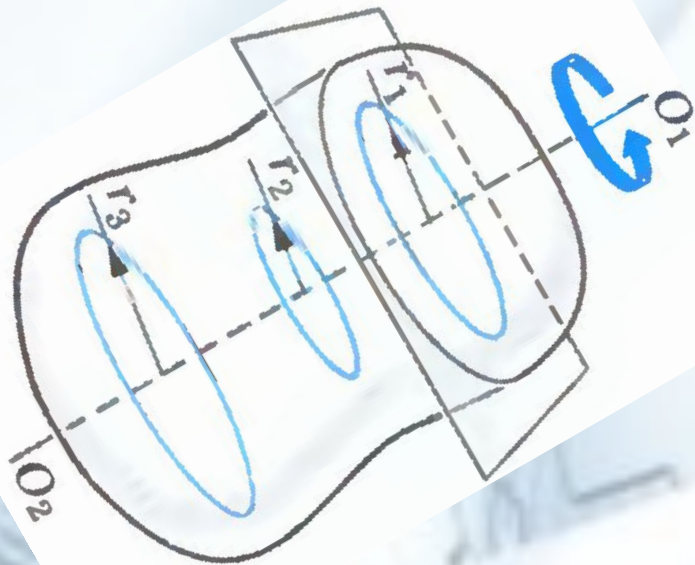
$$F = \mu mg$$
 - сила трения

μ - коэффициент трения

m - масса тела

<i>Материал</i>	μ
Лед — лед	0,02
Кожаная обувь — лед	0,05
Сталь — лед	0,05
Автошина — лед	0,02
Кожаная обувь — дерево	0,2
Дерево — дерево	0,5
Резина — асфальт	0,4

Вращательное движение



Вращательное движение – это движение, при котором точки тела описывают окружности. При этом центры окружностей лежат на одной прямой называемой осью вращения.

Период вращения T – время, за которое тело совершает один оборот на 360° (на 2π рад).

Частота вращения ν – число оборотов за 1 секунду.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

- угловая скорость через период и частоту вращения

$$v = \omega R$$

- связь линейной и угловой скоростей

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

- угловая скорость

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}$$

- угловая ускорение

$$\varepsilon = aR$$

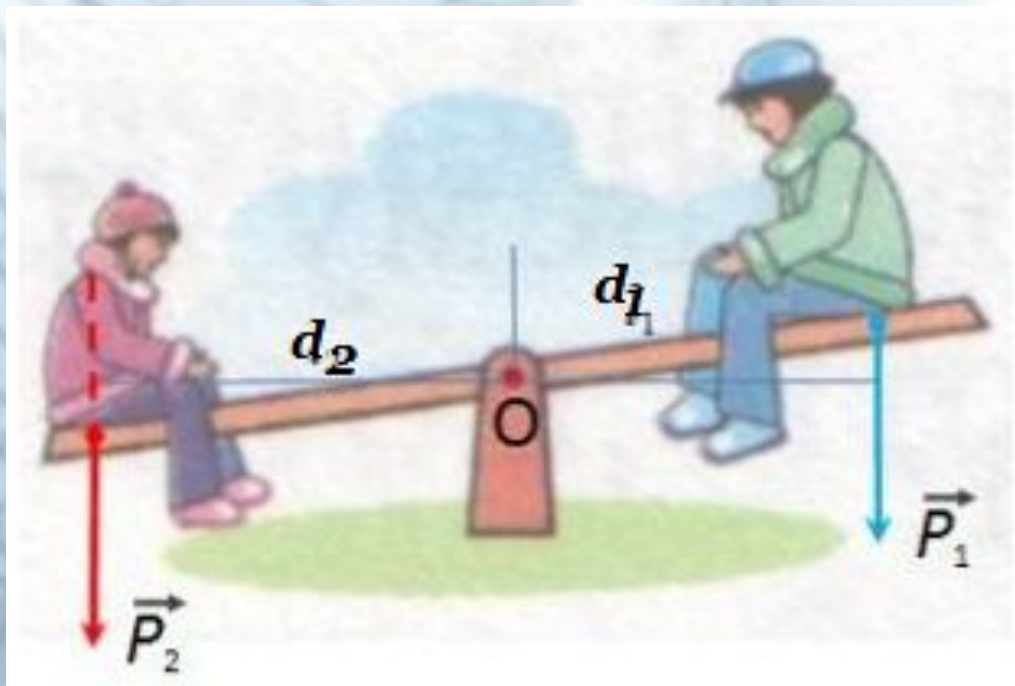
- связь линейного и углового ускорения

Момент силы

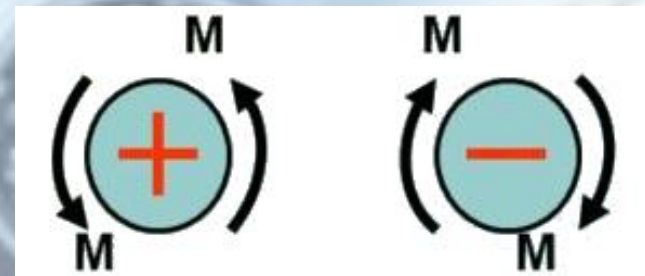
Момент силы M – это физическая величина, равная произведению силы F на плечо этой силы d

$$M = \pm F \cdot d.$$

Плечом силы называется наикратчайшее расстояние от точки приложения силы до оси вращения.



M – обозначение момента
 $[M] = [H \cdot m]$

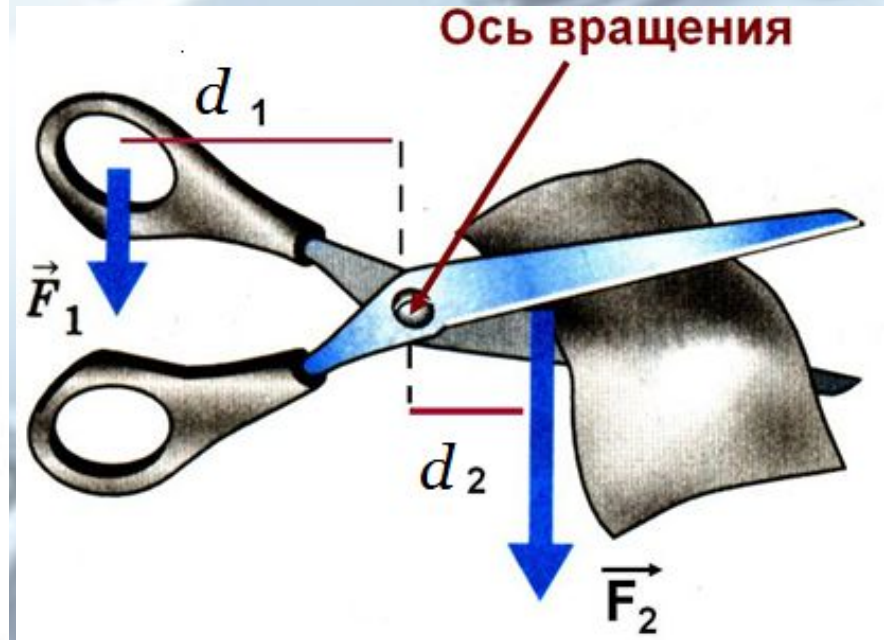
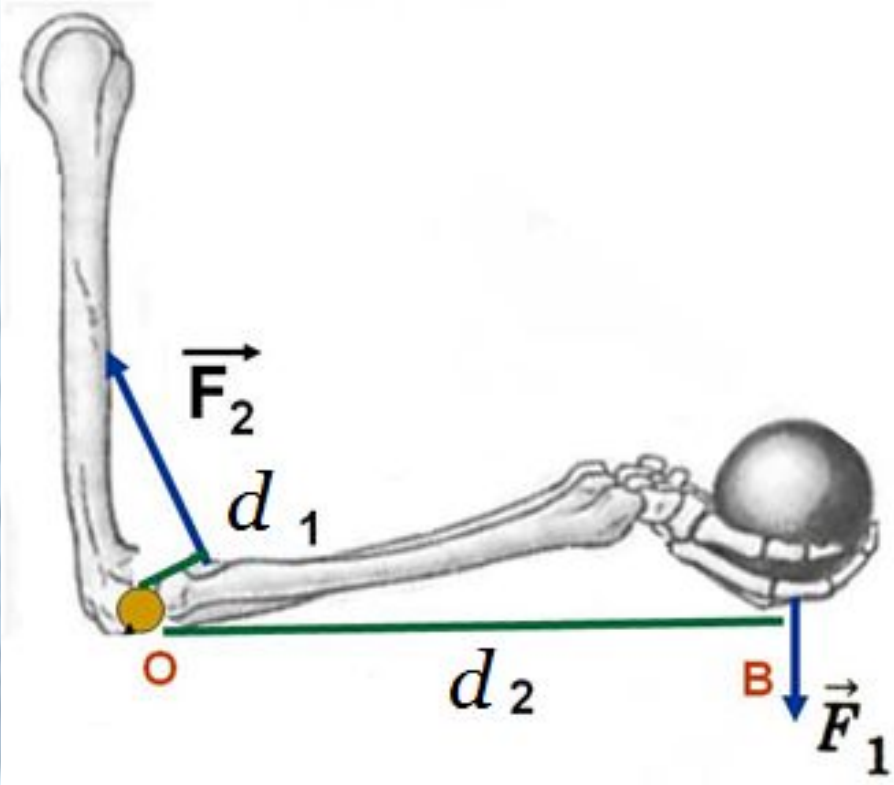


$$M_1 = P_1 \cdot d_1 < 0$$
$$M_2 = P_2 \cdot d_2 > 0$$

Условие равновесия

Тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если сумма моментов всех приложенных к телу сил относительно этой оси равна нулю

$$M_1 + M_2 + \dots = 0.$$



Момент инерции

Момент инерции J - скалярная физическая величина, мера инертности тела во вращательном движении, зависящая от массы тела и ее распределения относительно оси вращения.

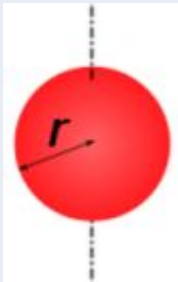

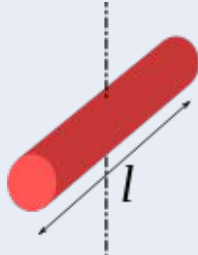
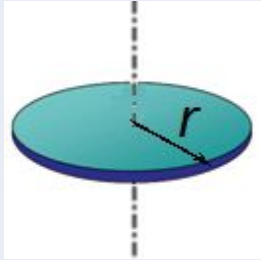
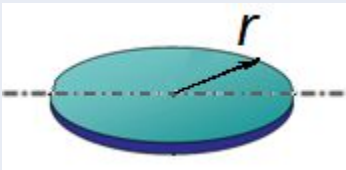
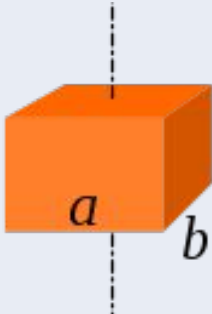
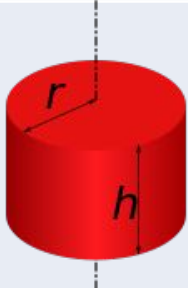
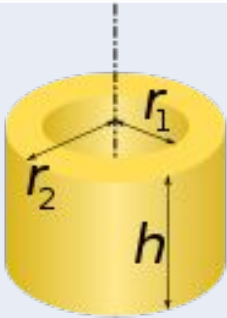
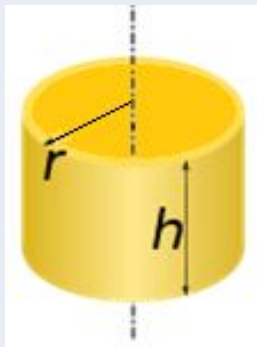
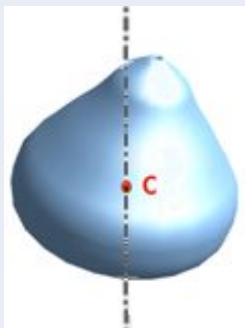
Момент инерции материальной точки численно равен произведению массы этой точки на квадрат ее расстояния до оси вращения.

$$J = mr^2 \text{ - момент инерции МТ}$$

J - обозначение момента инерции

$$[J] = [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

Моменты инерции некоторых тел

<p>Шар</p>	<p>Тонкостенная сфера</p>	<p>Однородный стержень</p>	<p>Диск</p>	<p>Диск</p>
				
$J = \frac{2}{5}mr^2$	$J = \frac{2}{3}mr^2$	$J = \frac{1}{12}ml^2$	$J = \frac{1}{2}mr^2$	$J = \frac{1}{4}mr^2$
<p>Однородная пластинка</p>	<p>Сплошной цилиндр</p>	<p>Толстостенный цилиндр</p>	<p>Тонкостенный цилиндр</p>	<p>Произвольное тело</p>
				
$J = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$	$J = \frac{1}{2}mr^2$	$J = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$	$J = mr^2$	$J = \sum m_i r_i^2$

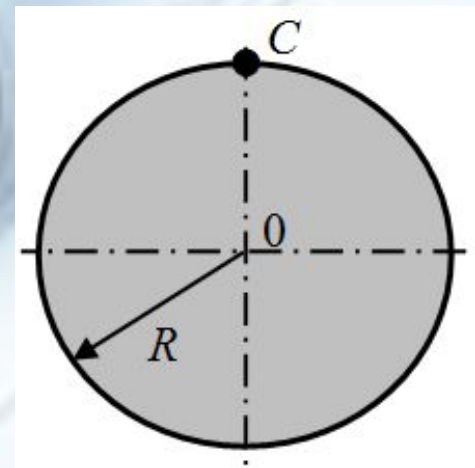
Теорема Штейнера

Момент инерции твёрдого тела относительно произвольной оси J равен сумме момента инерции этого тела J_0 относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями

$$J = J_0 + md^2.$$

Вычислить момент инерции сплошного диска относительно оси, проходящей через точку C перпендикулярно плоскости диска

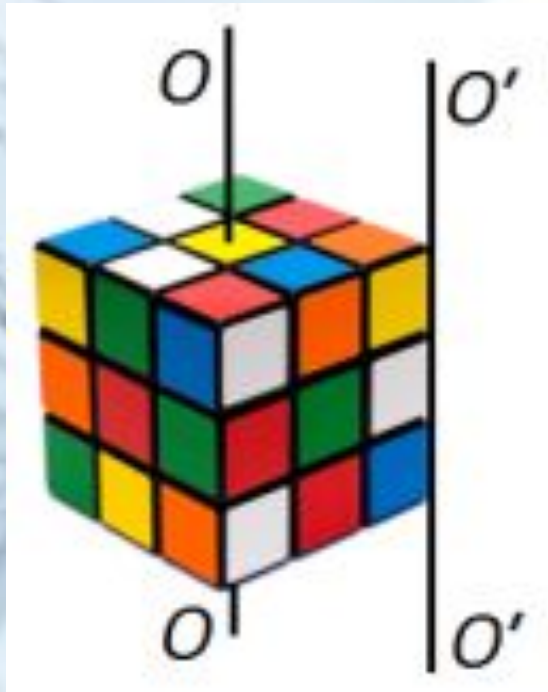
$$\begin{aligned} J &= J_0 + md^2 = J_0 + mR^2 = \\ &= \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2 \end{aligned}$$



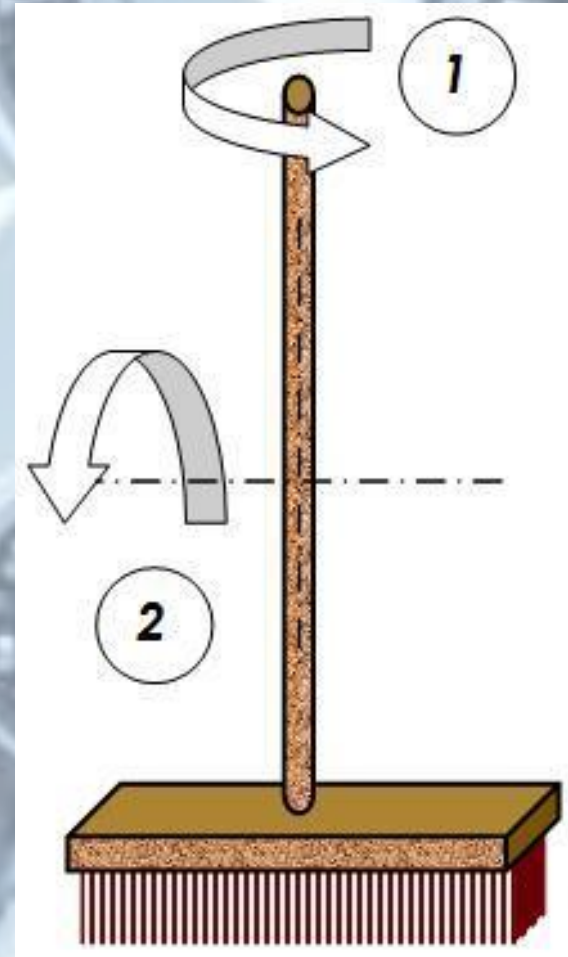
Якоб Штейнер

Вопросы для обсуждения

- Как отличаются моменты инерции кубов относительно осей OO и $O'O'$?



- Какие из этих изменений является более трудными? Почему?



Закон динамики вращательного движения

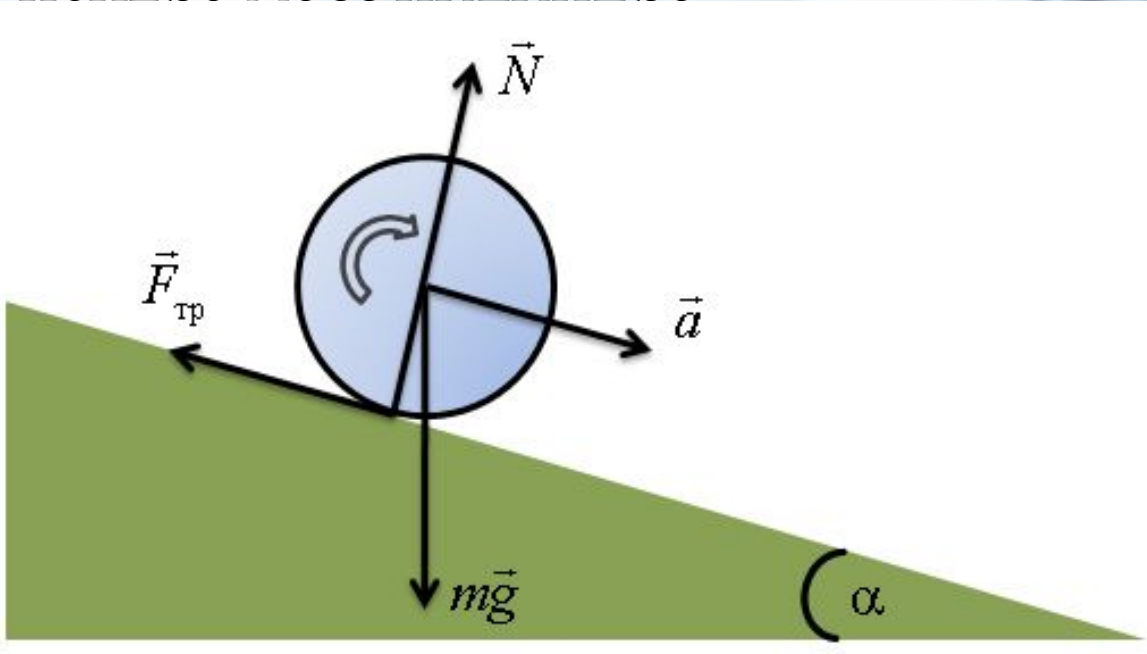
Угловое ускорение тела равно отношению момента всех сил, действующих на тело, к моменту инерции тела относительно оси вращения

$$\varepsilon = \frac{M}{J}.$$

Закон устанавливает связь между моментом сил, действующих на вращающееся тело, и угловым ускорением этого тела.

Пример

Цилиндр скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости с углом при основании α . Найти ускорение



$$M = F_{\text{тр}} R$$

$$I = \frac{mR^2}{2}$$

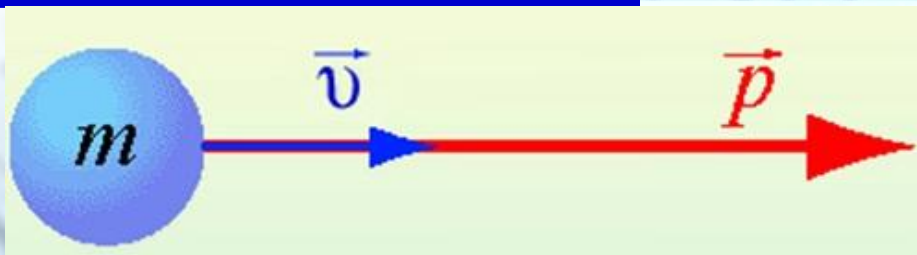
$$\varepsilon = \frac{a}{R}$$

$$\begin{cases} ma = mg \cdot \sin \alpha - F_{\text{тр}} \\ I\varepsilon = M \end{cases}$$

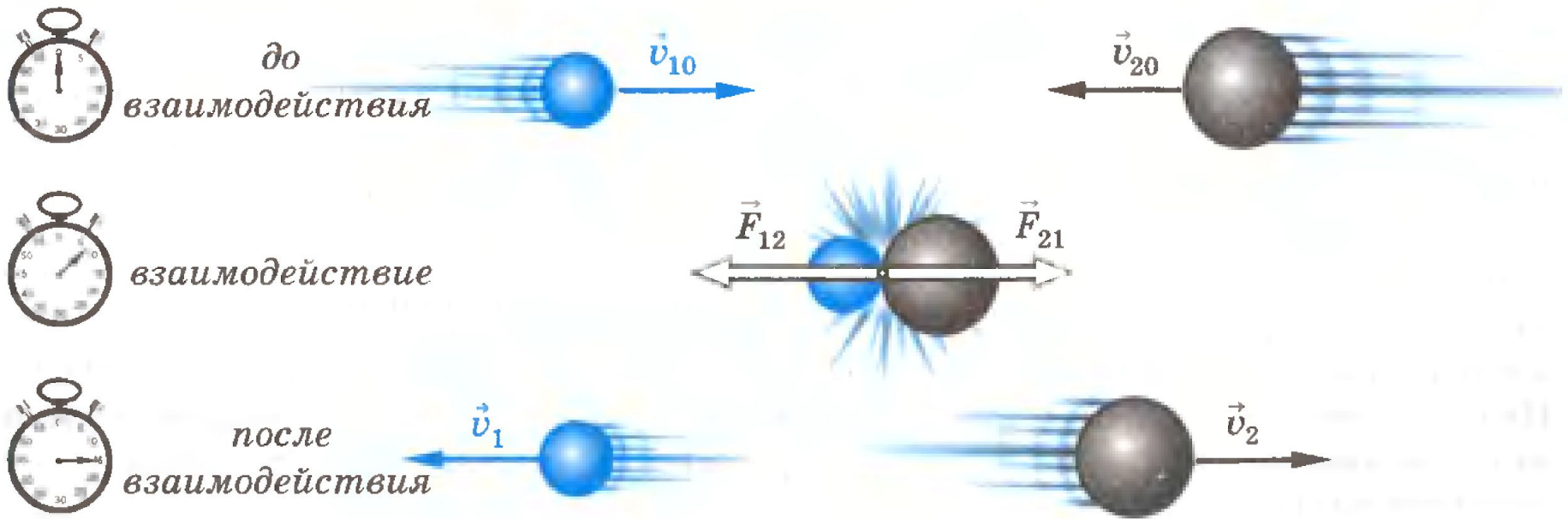
$$a = \frac{2}{3} g \sin \alpha$$

Импульс тела – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость и имеющая направление скорости.

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$



p – обозначение импульса
 $[p] = [\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}]$



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \text{ - 3-ий закон Ньютона}$$

$$\vec{F}_{12} = m_1 \vec{a}_1, \quad \vec{F}_{21} = m_2 \vec{a}_2 \text{ - 2-ий закон Ньютона}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{10}}{\Delta t}, \quad \vec{a}_2 = \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{20}}{\Delta t}$$

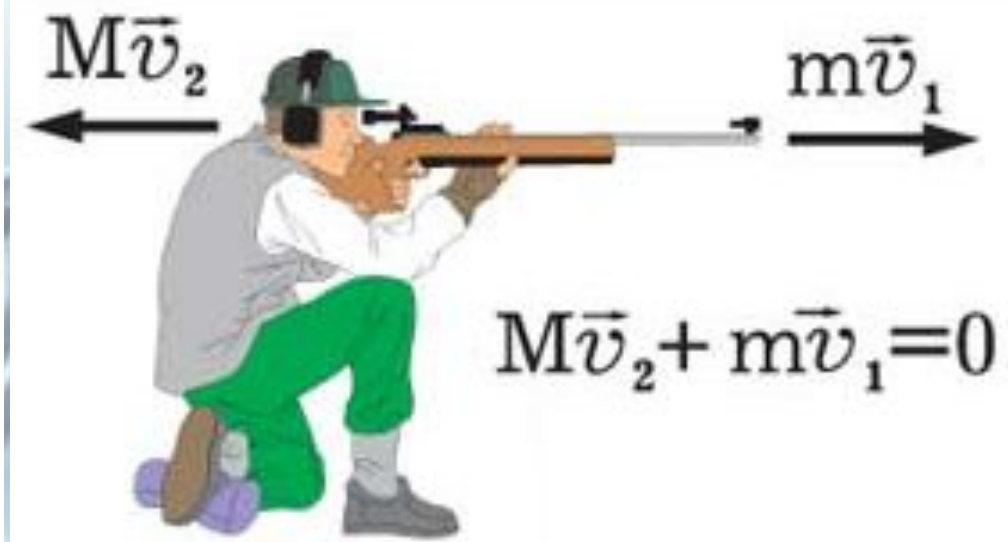
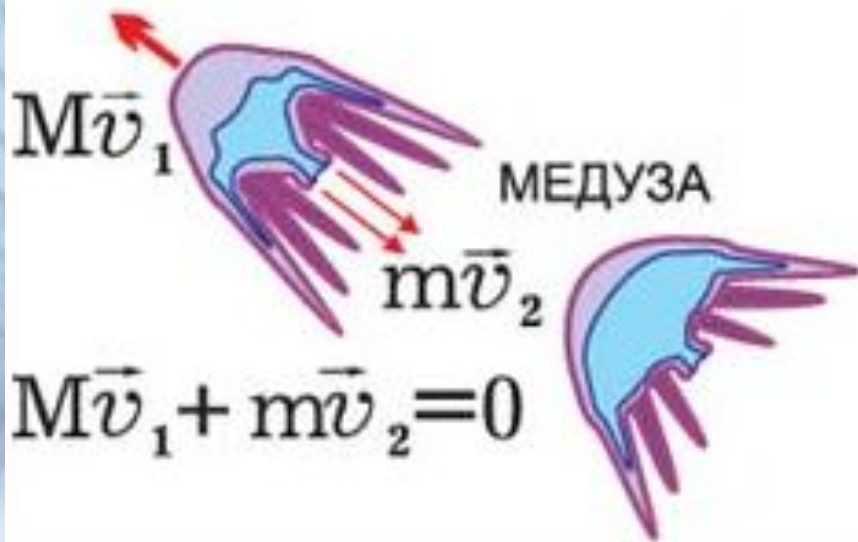
$$m_1 \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{10}}{\Delta t} = -m_2 \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{20}}{\Delta t}$$

Замкнутая система – система тел, для которых равнодействующая внешних сил равна нулю.

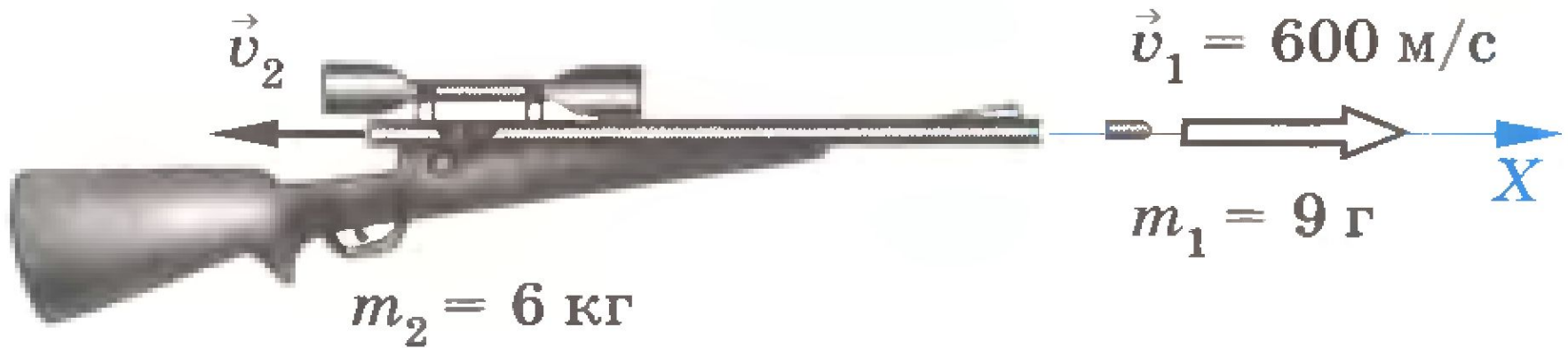
Закон сохранения импульса

Суммарный импульс замкнутой системы тел остается постоянным при любых взаимодействиях тел системы между собой.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_{10} + m_2 \vec{v}_{20}.$$



Пример



Система «винтовка — пуля» замкнутая, так как внешние силы (сила тяжести винтовки и пули, сила реакции опоры винтовки) действуют перпендикулярно оси X . До выстрела суммарный импульс неподвижной системы равен нулю.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

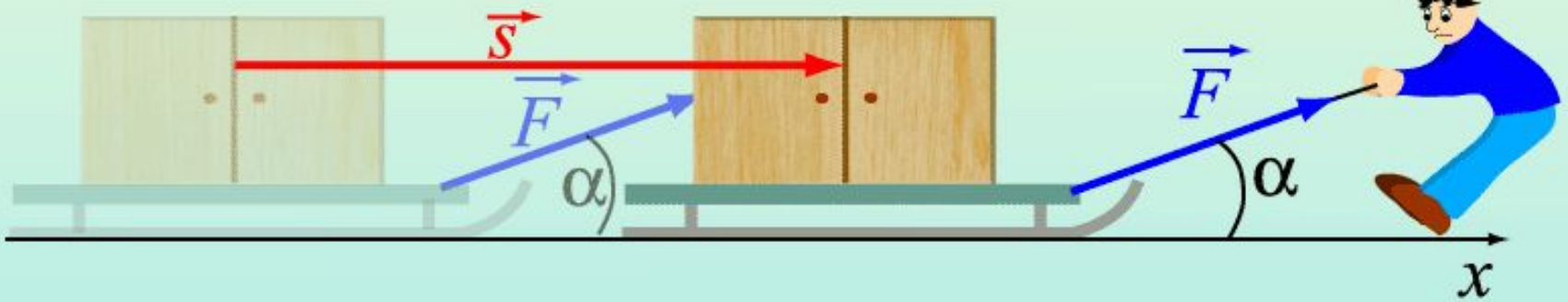
$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1 = -\frac{9 \cdot 10^{-3}}{6} \cdot 600 = -0,9 \text{ м/с}$$

Механическая работа – величина, равная произведению модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между этими векторами.

$$A = FS \cdot \cos \alpha$$
 - работа силы

A – обозначение работы

$[A] = [\text{Дж}]$, Дж - джоуль



$$\alpha > 90$$

$$A < 0$$

$$\alpha = 90$$

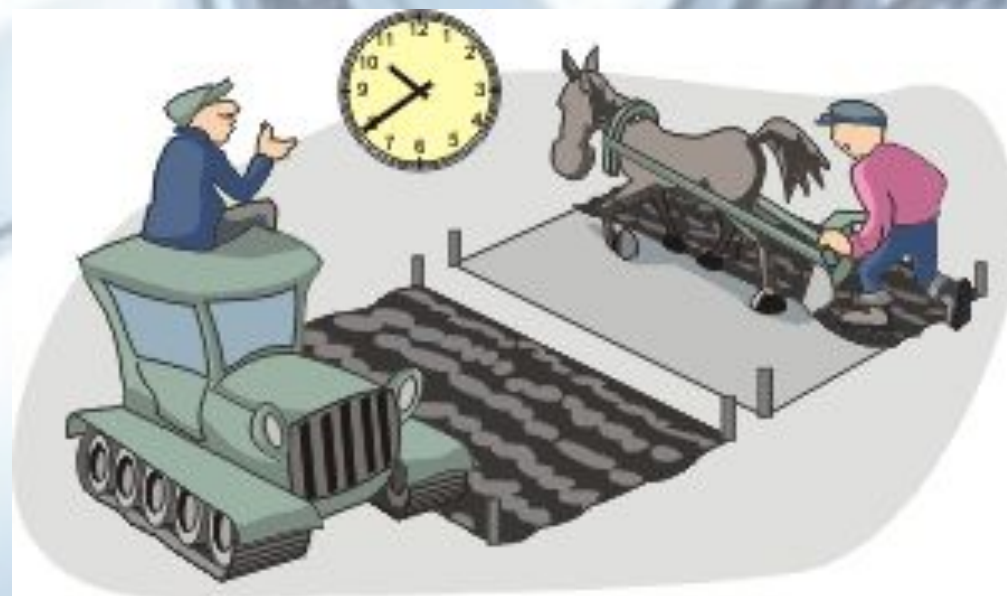
$$A = 0$$

$$\alpha < 90$$

$$A > 0$$

Мощность – величина, равная отношению работы к промежутку времени, за которое она совершена.

$$P_{\text{ср}} = \frac{A}{t}.$$



P – обозначение мощности

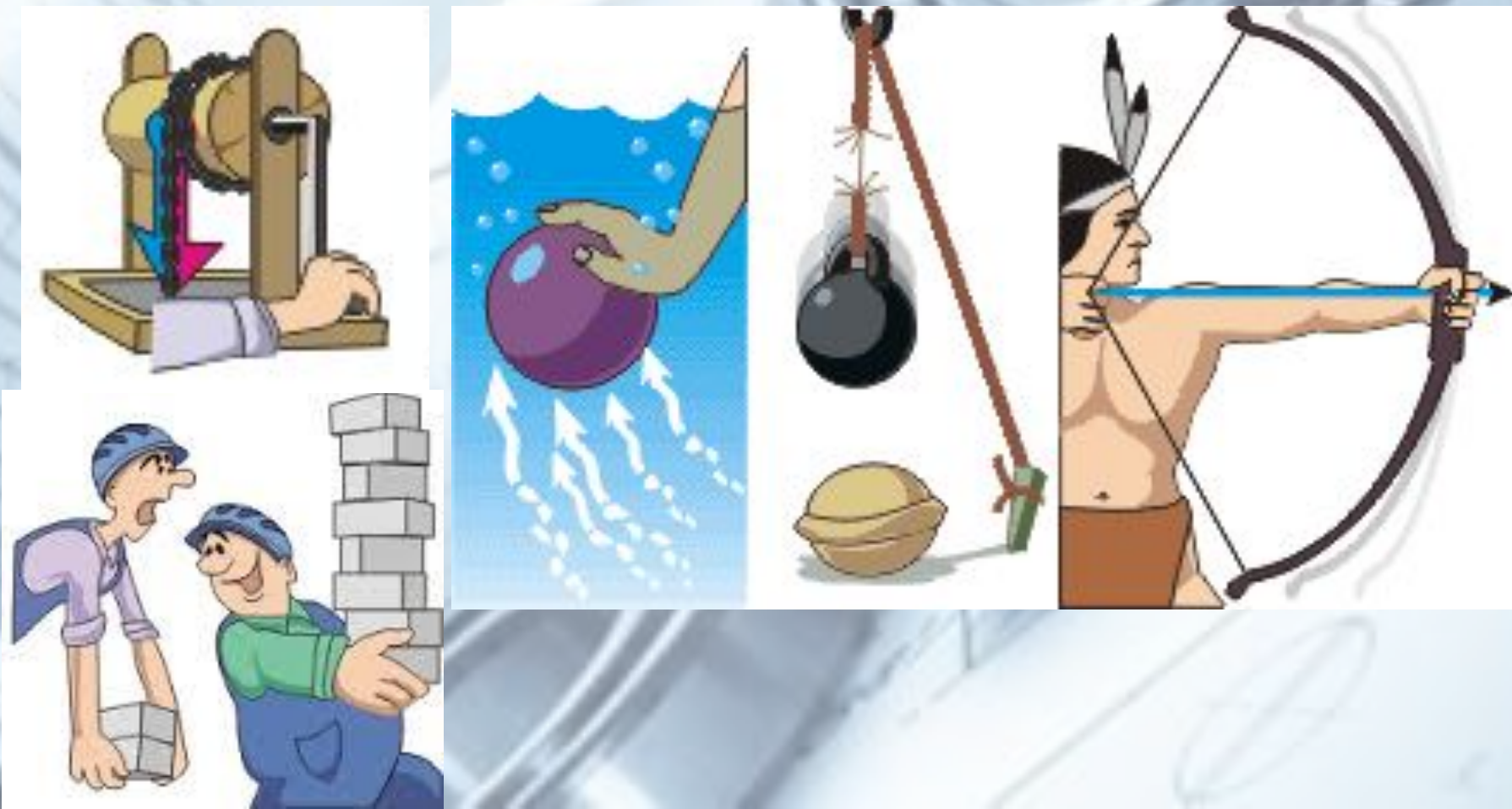
$[P] = [Вт]$, Вт – ватт

Альтернативная единица - 1 л.с. = 740 Вт

Энергия – величина, равная максимальной работе, которую может совершить тело.

E – обозначение энергии

$[E] = [Дж]$, Дж – джоуль

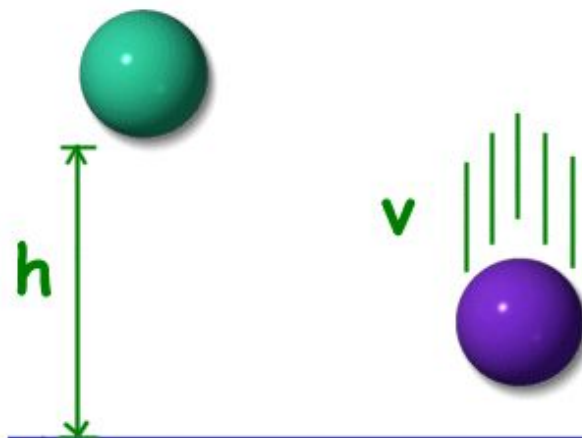


Потенциальная энергия (энергия взаимодействия) – величина, равная работе, совершаемой силой по перемещению тела.

$$E_p = mgH$$

Кинетическая энергия (энергия движения) – величина, равная половине произведения массы тела на квадрат скорости.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$



Закон сохранения механической энергии

Сумма кинетической и потенциальной энергий тела остается постоянной и не изменяется со временем.

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}$$

$$E_k = 0$$
$$E_p = mgH$$

$$v = 0$$

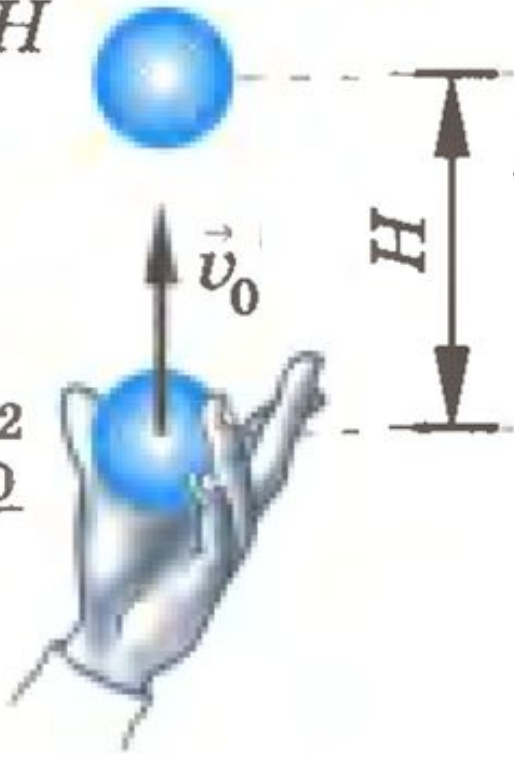
$$mgH = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$H = 3,5 \text{ м}$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} \approx 5,4 \text{ м/с}$$

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$$

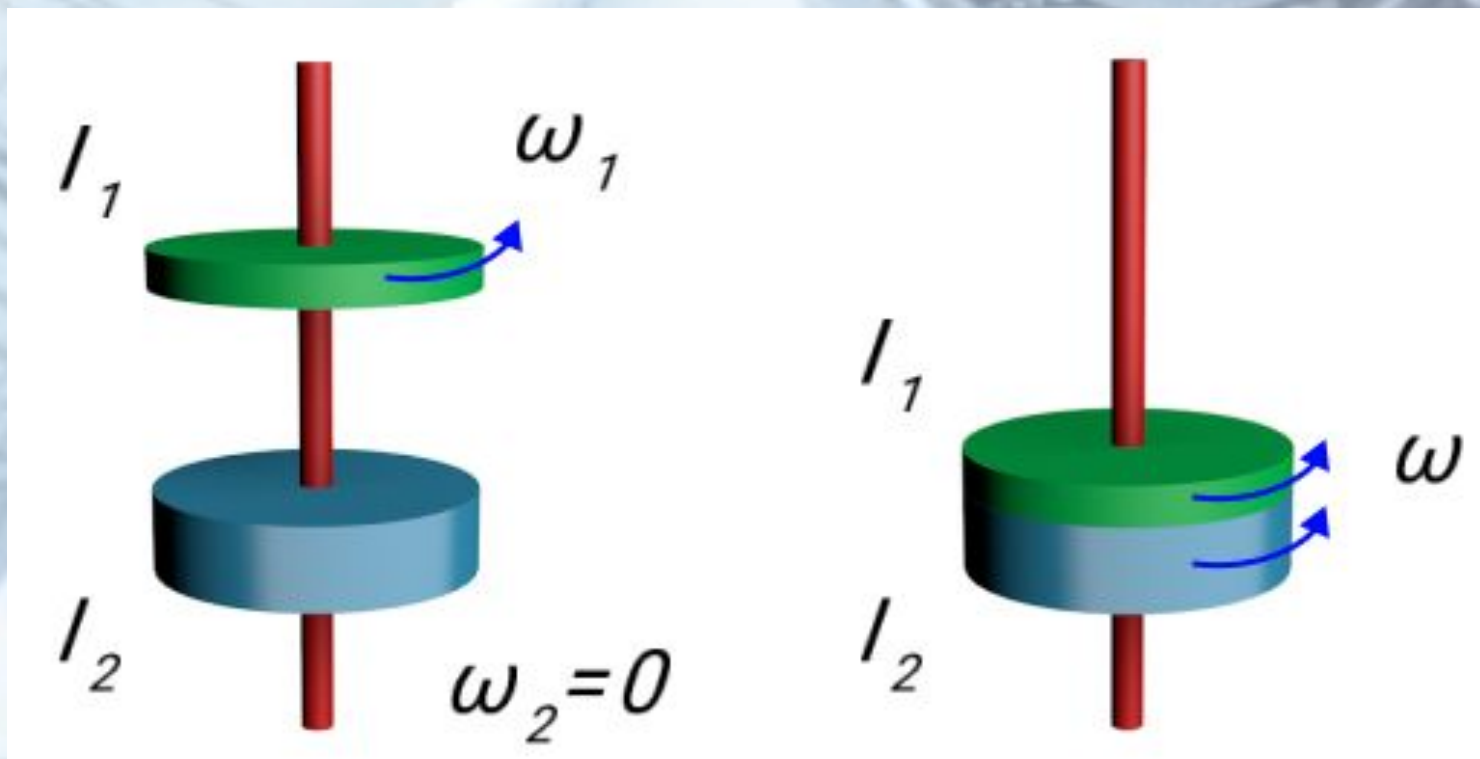
$$E_{p0} = 0$$



Момент импульса твёрдого тела – величина,
равная произведению момента инерции тела на
угловую скорость вращения

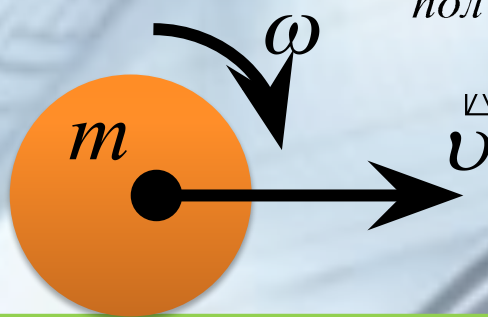
$$L = I\omega.$$

L – обозначения момента импульса ТТ



Кинетическая энергия вращательного движения – величина, равная половине произведения момента инерции твёрдого тела на квадрат угловой скорости

$$E = \frac{I\omega^2}{2} .$$



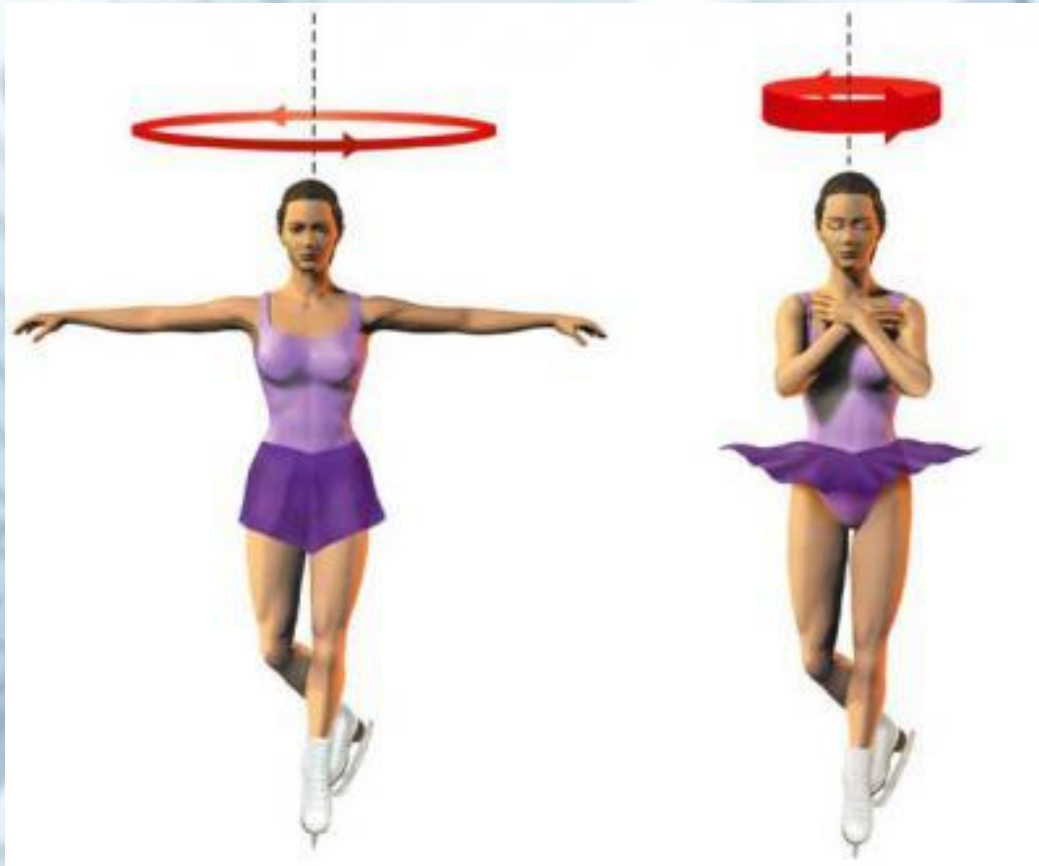
The diagram shows an orange circle representing a mass m . A horizontal arrow labeled v points to the right from the center of the circle. A curved arrow labeled ω indicates clockwise rotation around the center. The background is a faded image of a mechanical assembly with bearings and shafts.


$$E_{\text{пол,кин}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

Закон сохранения момента импульса

В замкнутой системе, имеющей ось вращения, момент импульса остается величиной постоянной

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2.$$



A technical drawing of various bearings and rollers, rendered in a light blue, semi-transparent style. The drawing shows several different types of bearings, including ball bearings and roller bearings, arranged in a circular pattern. The text is overlaid on the center of the drawing.

***Спасибо за
внимание!***