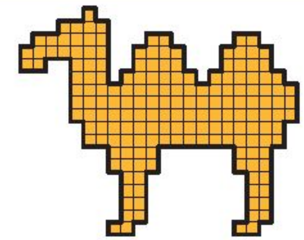
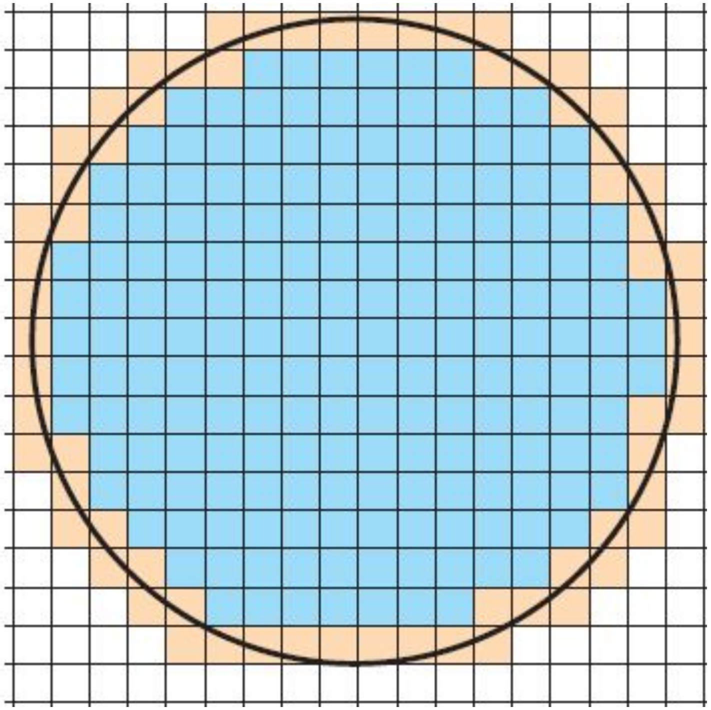
Площади фигур

Итак, давайте сначала дадим практическое определение площади:

Площадь фигуры — это количество квадратов со стороной, принятой за единицу длины (или частей таких квадратов), на которые можно разбить данную фигуру.

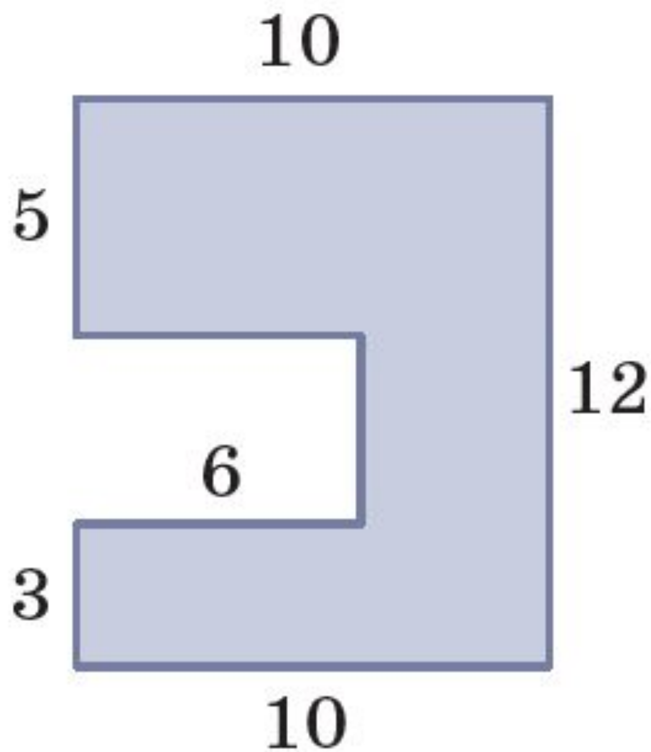


Очевидно, что большинство фигур на плоскости в принципе невозможно разбить на целое число равных квадратов. Сделать это не получится ни с треугольником, ни с кругом... Поэтому данным методом их площадь вычислить можно лишь приближённо. Правда, чем меньше брать квадраты разбиения фигуры, тем точнее будет вычислена её площадь и тем меньше ошибка. Обычно разбиение фигуры на маленькие квадраты делают с помощью *палетки*. Палеткой называют прозрачную пластину, на которую нанесена сетка из мелких квадратов. Палетку накладывают на плоскую фигуру и приближённо считают количество попавших в неё квадратов этой сетки.



Практический способ измерения площади палеткой не очень удобен для фигур большого размера, но главное — в большинстве случаев он не может дать точного значения площади. Кроме того, непонятно, изменится ли площадь самой фигуры, если такую палетку сдвинуть или повернуть: ведь при этом количество попавших в неё квадратов может измениться.

Определите площадь прямоугольной фигуры на рис. 5.



АКСИОМЫ ПЛОЩАДИ

1. Площадь любой фигуры неотрицательна.
2. Равные фигуры имеют равные площади.
3. При разбиении фигуры на части сумма площадей её частей равна площади всей фигуры.
4. Площадь квадрата со стороной, равной единице длины, равна 1.

1 $S(F) > 0$ для любой F

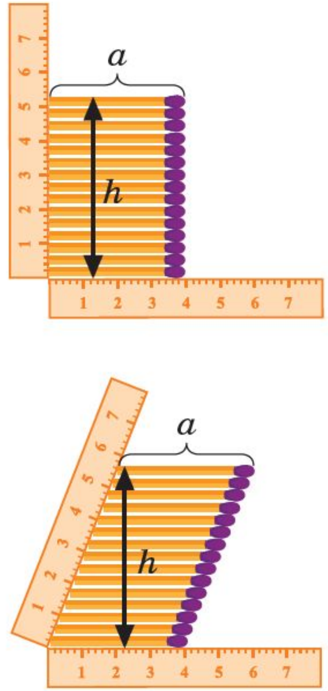
2 $S(F_1) = S(F_2)$ для $F_1 = F_2$

3 $S(F_1 + F_2) = S(F_1) + S(F_2)$

4 $S_{\blacksquare} = 1$

Площадь параллелограмма

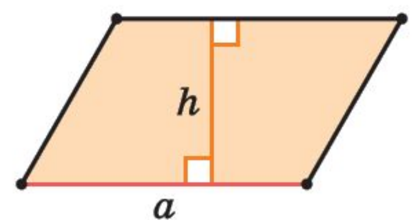
Положите на стол ряд спичек длины a и поставьте их перпендикулярно краю одной линейки. Другую линейку положите вдоль этого ряда. Тогда все спички будут образовывать прямоугольник со стороной a и высотой h.

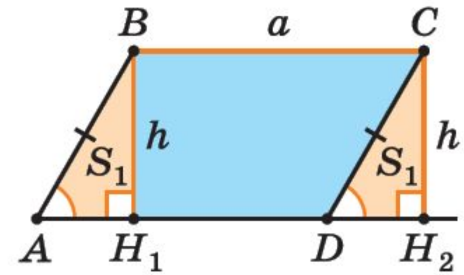


А теперь аккуратно наклоните первую линейку. Она сдвинет спички, причём высота h их ряда при этом не изменится (рис. 19). Сам же ряд спичек примет форму, близкую к параллелограмму. Почему близкую? А потому, что боковая сторона этого «параллелограмма» будет состоять из маленьких зубчиков или ступенек.

ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

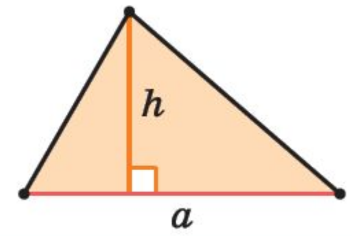
Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на проведённую к ней высоту.

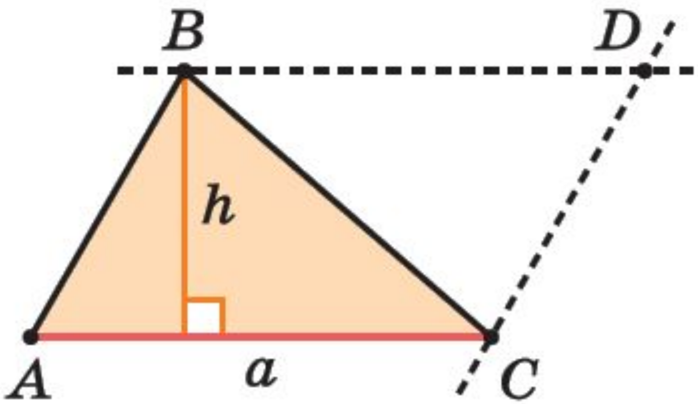




ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА

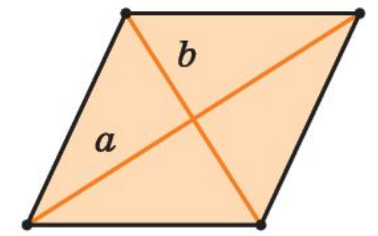
Площадь треугольника равна половине произведения любой его стороны на проведённую к ней высоту.

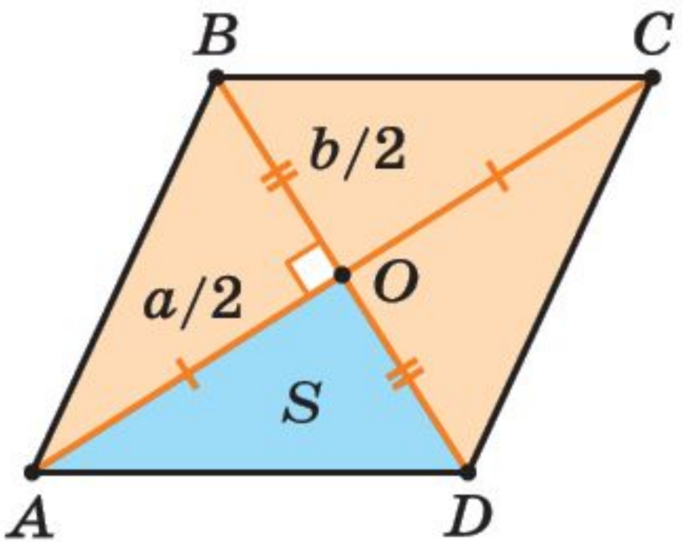




ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ РОМБА

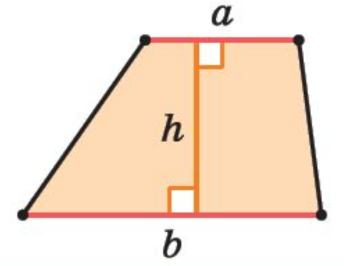
Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

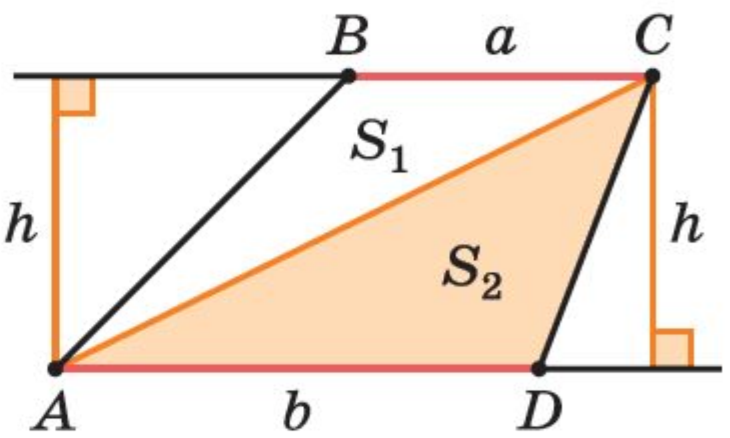




ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ТРАПЕЦИИ

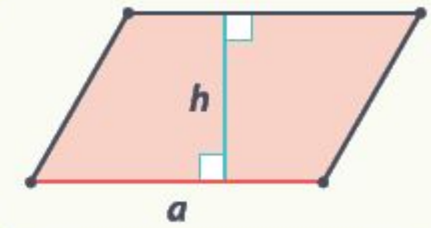
Площадь трапеции равна половине произведения её высоты на сумму оснований.





ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

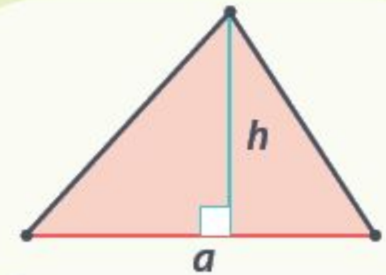
Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на проведённую к ней высоту.



$$S = ah$$

ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА

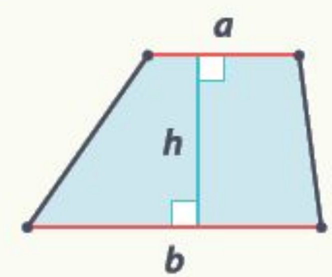
Площадь треугольника равна половине произведения любой его стороны на проведённую к ней высоту.



$$S = \frac{1}{2}ah$$

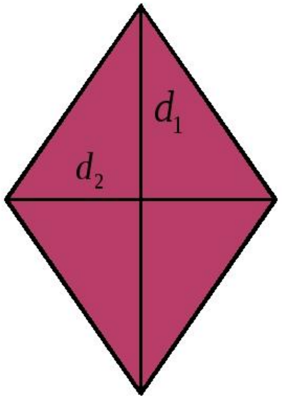
ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ТРАПЕЦИИ

Площадь трапеции равна половине произведения её высоты на сумму оснований.



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

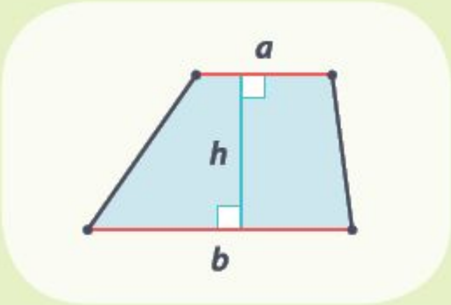
Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ТРАПЕЦИИ

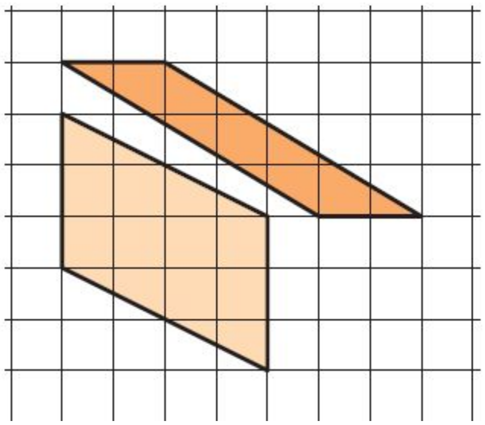
Площадь трапеции равна половине произведения её высоты на сумму оснований.

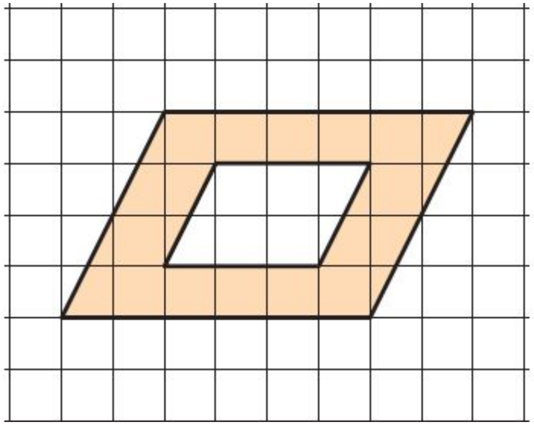


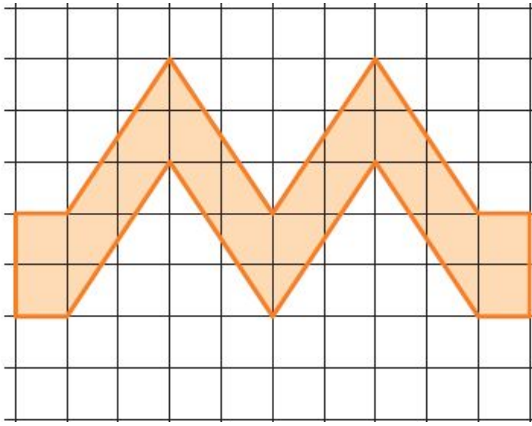
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Замечание: Поскольку средняя линия трапеции равна среднему арифметическому её оснований, из доказанной формулы сразу следует, что площадь любой трапеции равна произведению её высоты на среднюю линию.

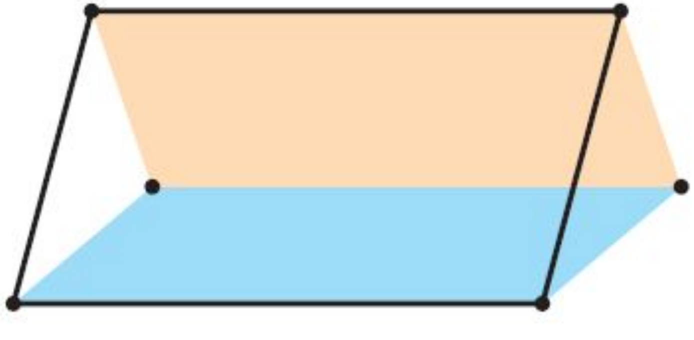
Найдите площади фигур

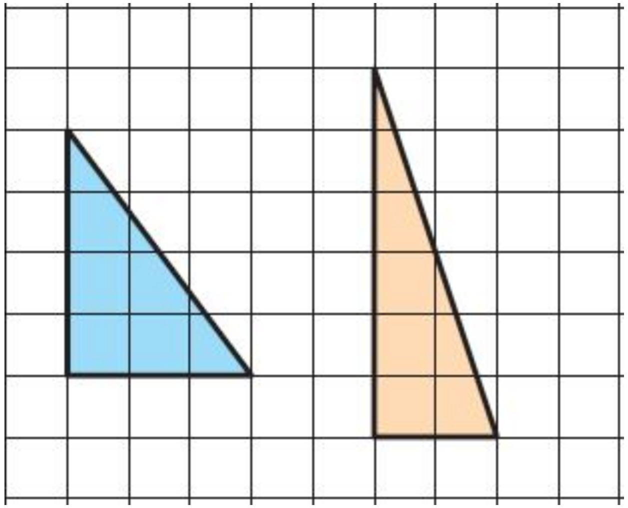


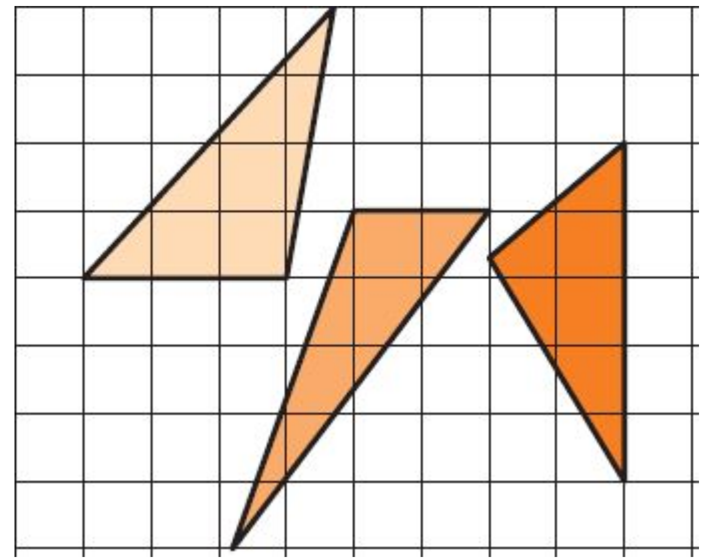


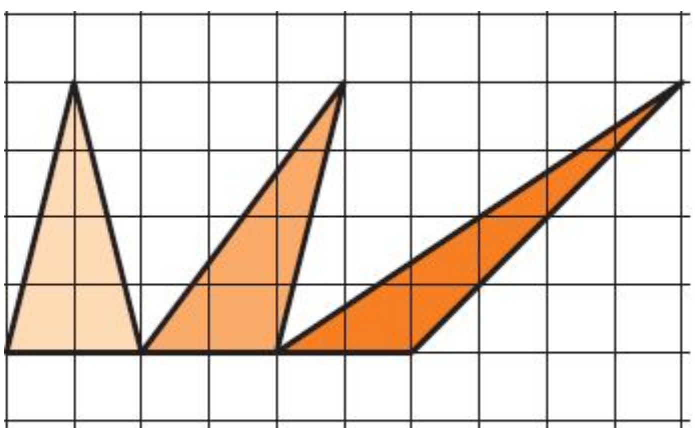


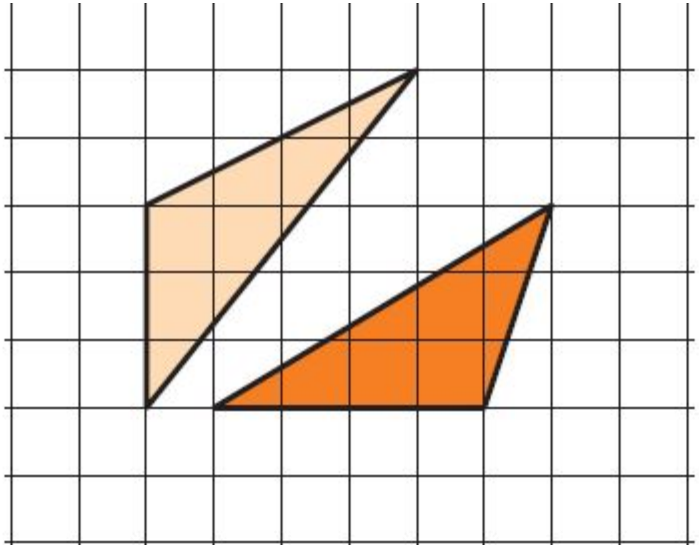
15. На рис. 28 изображено три параллелограмма. Верно ли, что площадь одного из них равна сумме площадей двух других?

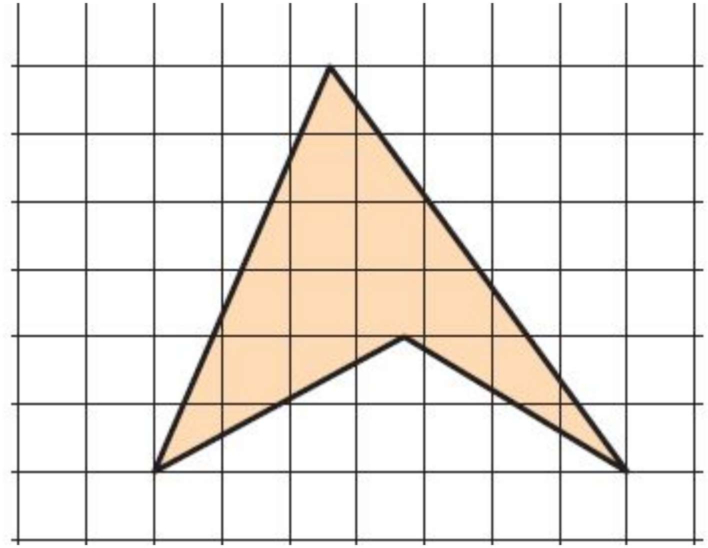


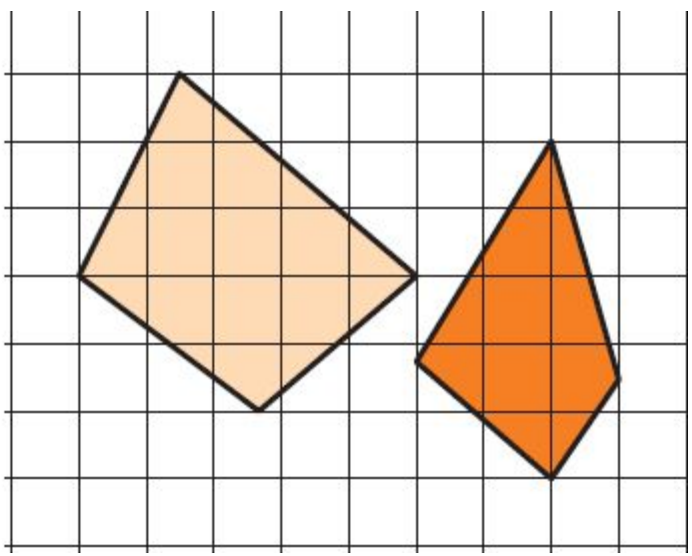






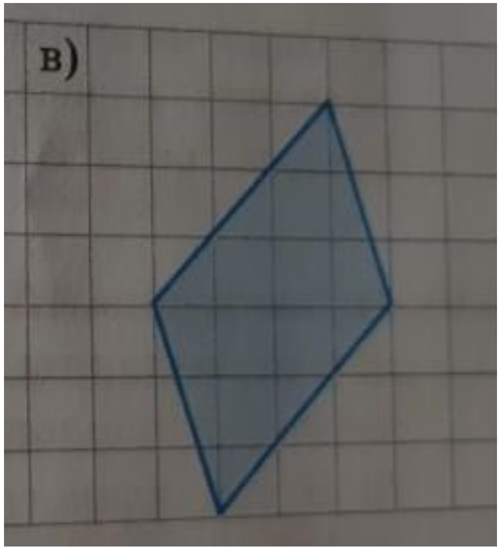


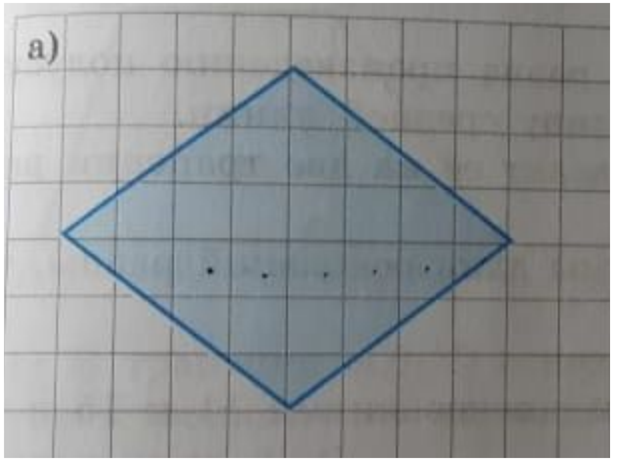




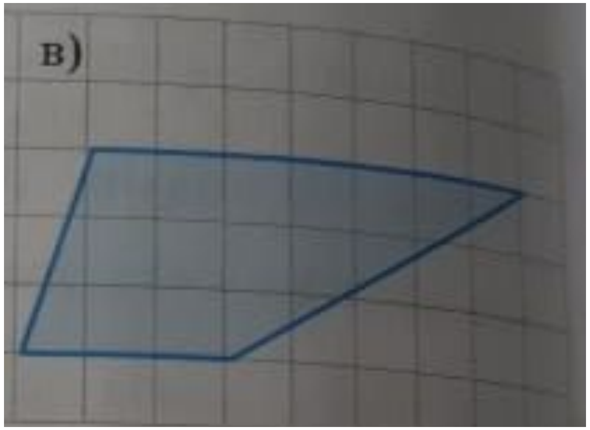
Сборник

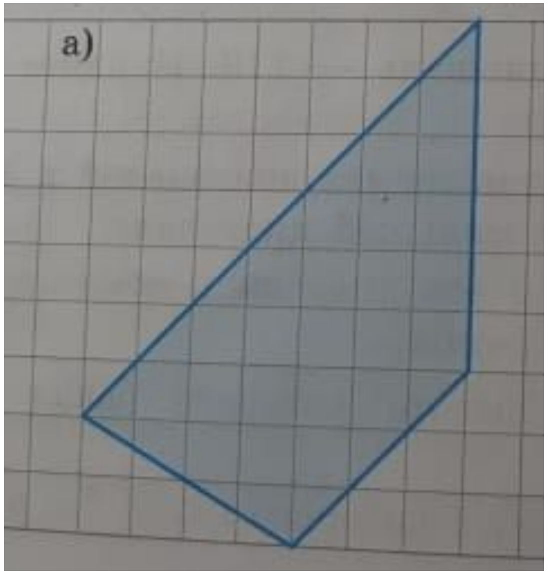
- Стр 175 А13(в)   стр 177 № 21(а)



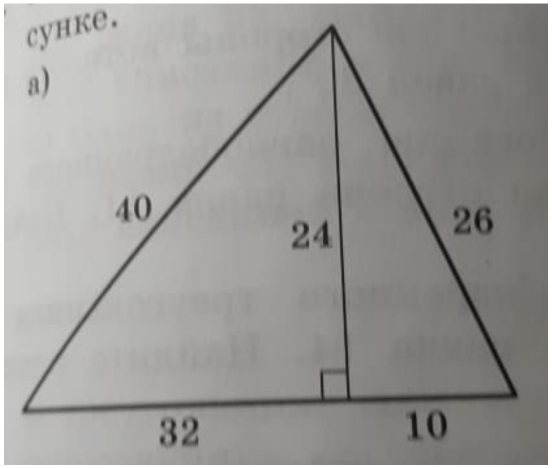


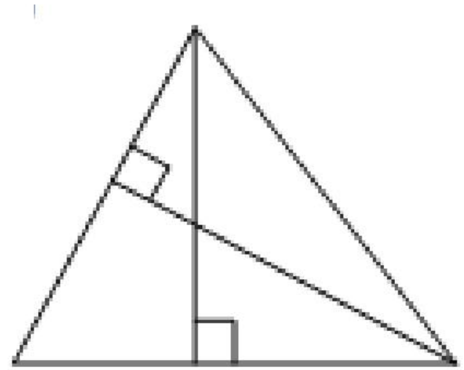
- Стр 178 А30(в)   стр 178 № 31(а)

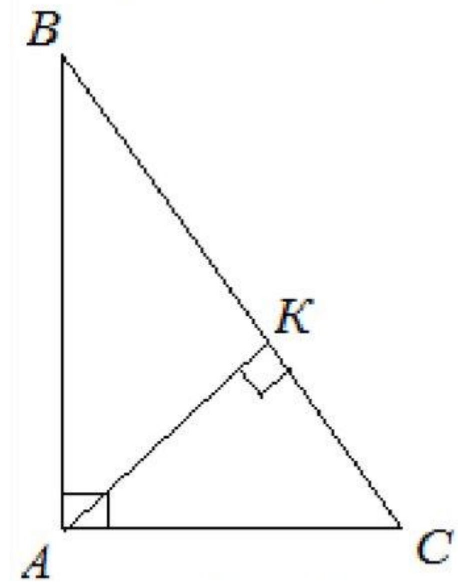




- Стр 165 № А6(а), А7(а), А8(б)





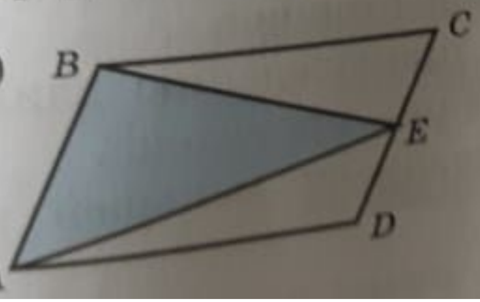


- Стр 175 № А15(а,б)

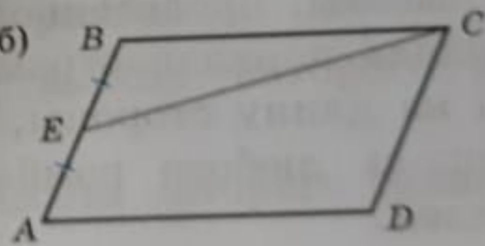
А15. а) На стороне CD параллелограмма $ABCD$ выбрана точка E. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника AEB равна 15.

б) Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 136. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.

а)



б)



- Стр 179 № А32(а), А33(а)