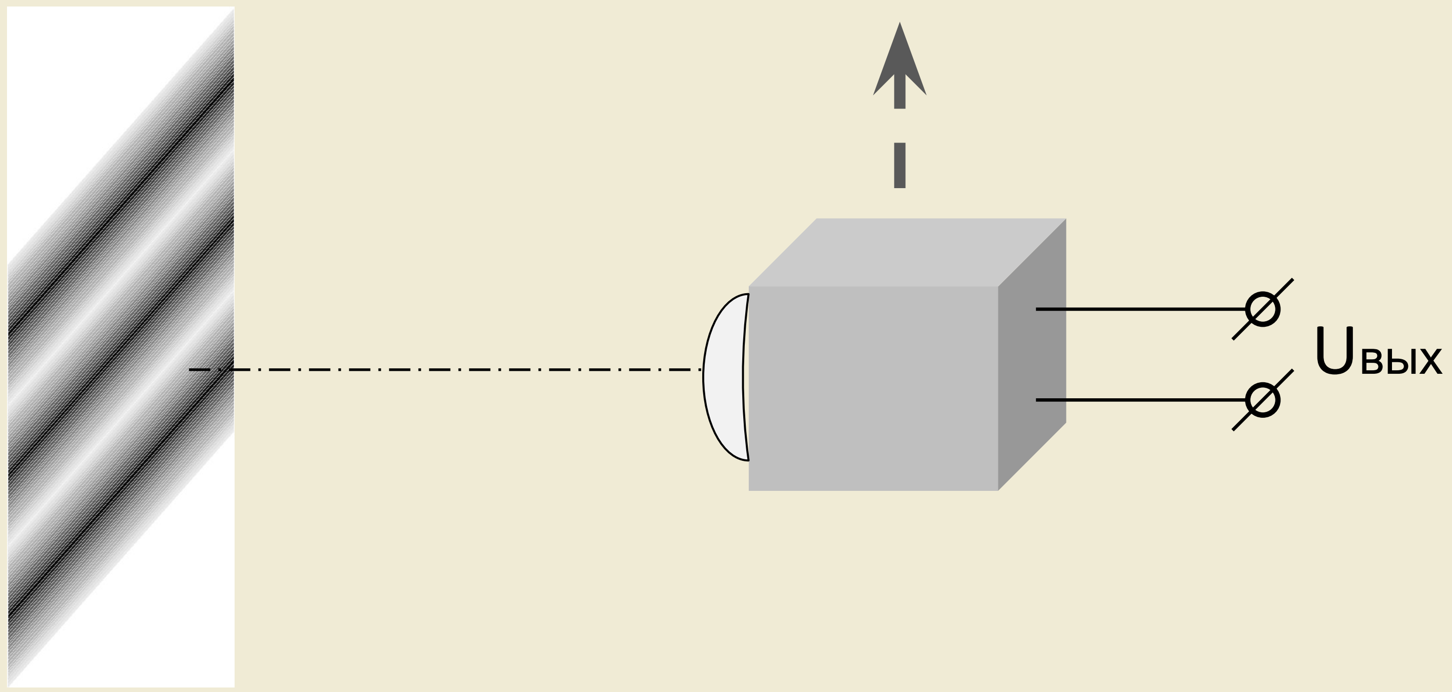
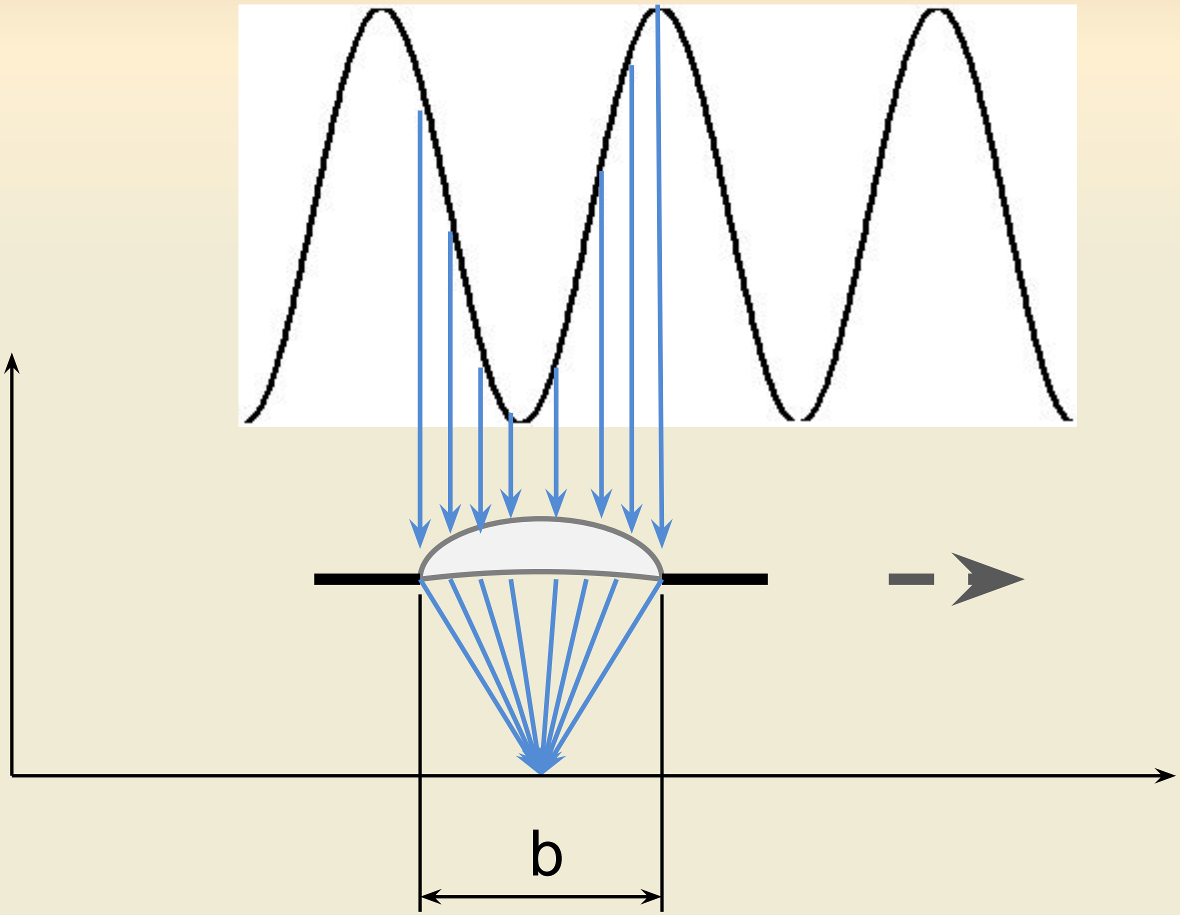
Моделирование процесса сканирования фотоприемника по световому потоку, имеющему гармонический закон

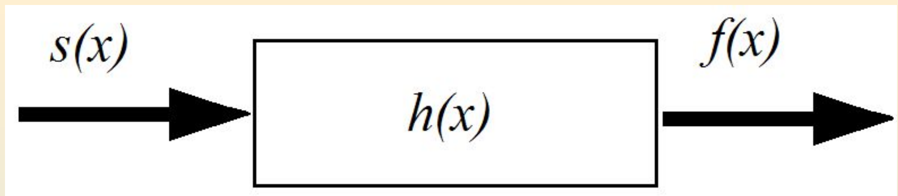


Представление процесса в упрощенном виде



Процесс сканирования представляет свертку двух функций

Представление процесса в формализованном (математическом) виде



Входной сигнал $$s(x) = \cos(x) \qquad (23)$$

Импульсная характеристика

$$h(x) = \begin{cases} 1 \ \text{при} \ x \in |b/2| \\ 0 \ \text{при} \ x \notin |b/2| \end{cases} \qquad (24)$$

процесс сканирования и интегрирования можно записать в виде свертки

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(x) \cdot \mathrm{h}(x - \mathrm{X})\mathrm{dX} = \int_{-\infty}^{+\infty} cos(X) \cdot \mathrm{h}(x - X)\mathrm{dX}.$$

Результат свертки не измениться, если мы запишем интеграл в виде

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} cos(x - X) \cdot \mathrm{h}(X)\mathrm{dX} \qquad (25)$$

Поскольку импульсная характеристика в формуле (9) принимает значение «1» в пределах ±b/2 и «0» в остальных случаях, то бесконечные пределы в (9) можно заменить на конечные:

$$f(x) = \int_{-b/2}^{+b/2} cos(x - X) \cdot 1\,\mathrm{dX} \qquad (26)$$

Сделаем замену переменной:

$$y = x - X; \qquad (27)$$

$$dy = -dX.$$

Определим новые пределы интегрирования:

$$y_{min} = x + b/2; \qquad (28)$$

$$y_{max} = x - b/2.$$

$$f(x) = -\int_{x+\frac{b}{2}}^{x-\frac{b}{2}} cosy\, dy = \int_{x-\frac{b}{2}}^{x+\frac{b}{2}} cosy\, dy = siny\Big|_{x-b/2}^{x+b/2} =$$

$$= \sin\left(x + \frac{b}{2}\right) - \sin\left(x - \frac{b}{2}\right) = sinx \cdot cos\frac{b}{2} + \sin\frac{b}{2} \cdot cosx$$

$$- \left[sinx \cdot cos\frac{b}{2} - \sin\frac{b}{2} \cdot cosx\right]. \qquad (29)$$

Делая элементарные сокращения, в итоге получим сигнал на выходе системы:

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left({}^{b}/_{2}\right) \cdot \cos(x) = A \cdot \cos\,(x). \qquad (30)$$

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(b/_2\right) \cdot \cos(x) = A \cdot \cos(x).$$

Рассмотр … симости от размера окна фотоприемника.

1. <u>**Размер b = 0.**</u> Выходной сигнал:

$$f(x) = 0$$

Вывод: Закрытое окно фотоприемника не пропускает световой поток.

2. <u>**Размер b = π.**</u> Выходной сигнал:

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\pi/_2\right) \cdot \cos(x) = 2\cos(x).$$

Вывод: если размер окна фотоприемника равен половине периода гармонической функции, то выходной сигнал соответствует входному с удвоенной амплитудой.

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{b}{2}\right) \cdot \cos(x) = A \cdot \cos(x). \quad (14)$$

3. **Размер b = 2π.** Выходной сигнал:

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{2}\right) \cdot \cos(x) = 0.$$

Вывод: при размере окна фотоприемника равном периоду гармоники, эта гармоника подавляется системой.

Получен очень важный результат, используемый в области фильтрации сигнала.

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left({}^{b}/_{2}\right) \cdot \cos(x) = A \cdot \cos\,(x). \qquad (14)$$

4. **<u>Размер b = 3π.</u>** Выходной сигнал:

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left({}^{3\pi}/_{2}\right) \cdot \cos(x) = -2\cos\,(x).$$

Вывод: при размере окна фотоприемника равном 3/2 периода гармоники, выходной сигнал сдвигается по фазе на π относительно входного.

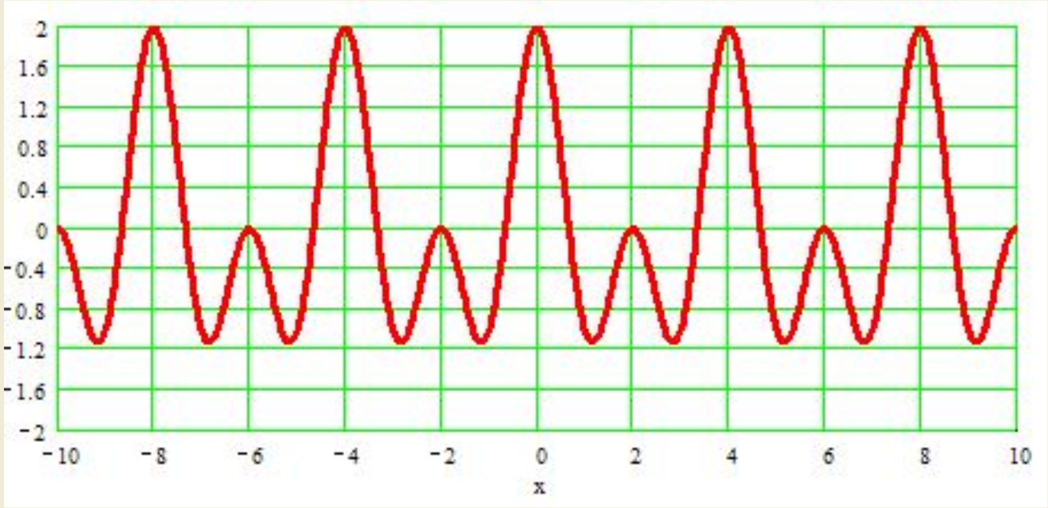
Пример На вход системы подана аддитивная смесь сигнала и помехи:

сигнал $s(x) = \cos(2\pi \frac{x}{4})$ помеха $n(x) = \cos(2\pi \frac{x}{2})$

Аддитивная смесь сигнала и

$$f(x) = s(x) + n(x) = \cos(2\pi \frac{x}{4}) + \cos(2\pi \frac{x}{2})$$

График аддитивной смеси



Какого размера окном можно просканировать, чтобы выделить полезный сигнал?

Размер окна = 2 отн. ед. подавляет помеху и выделяет сигнал