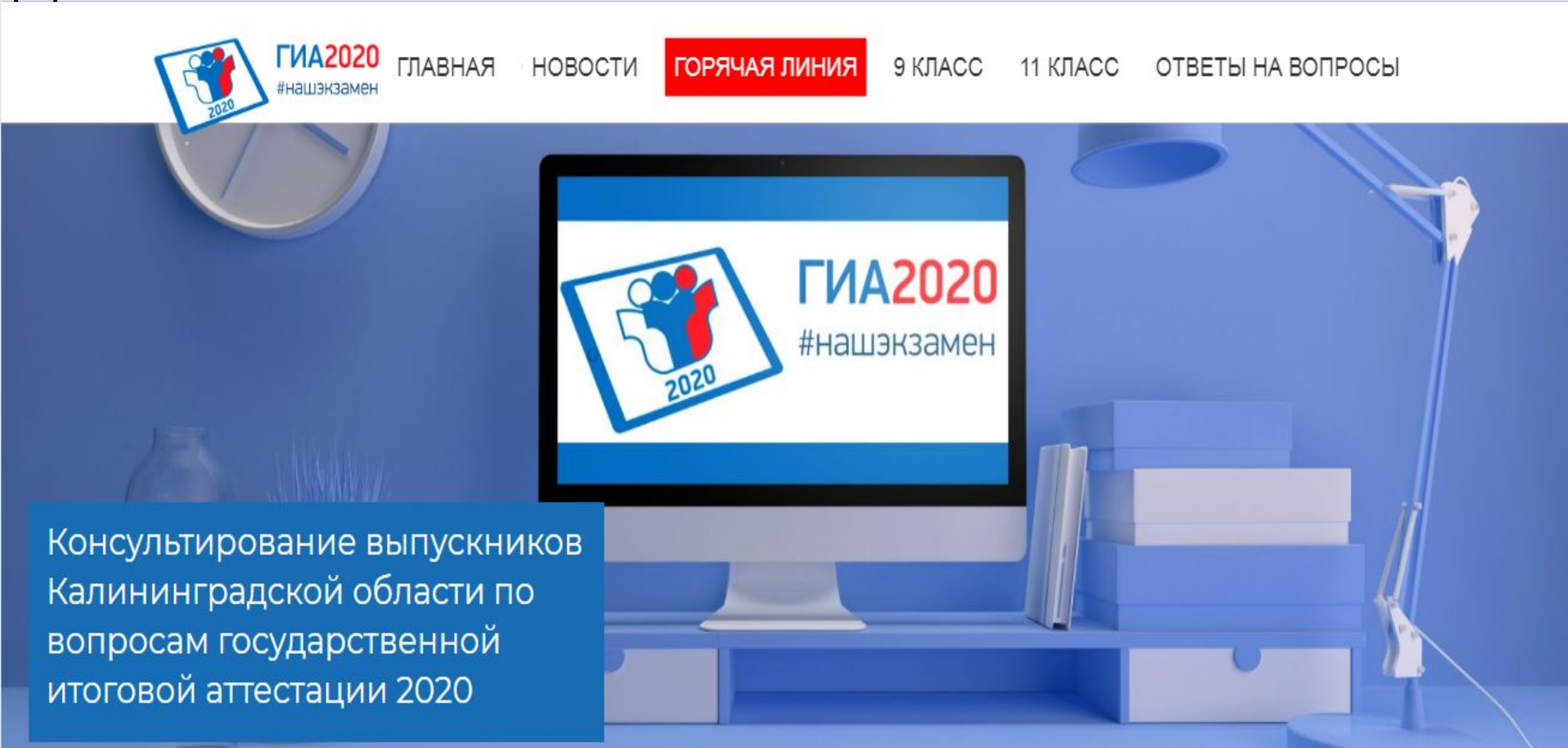
https://нашэкзамен.
рф



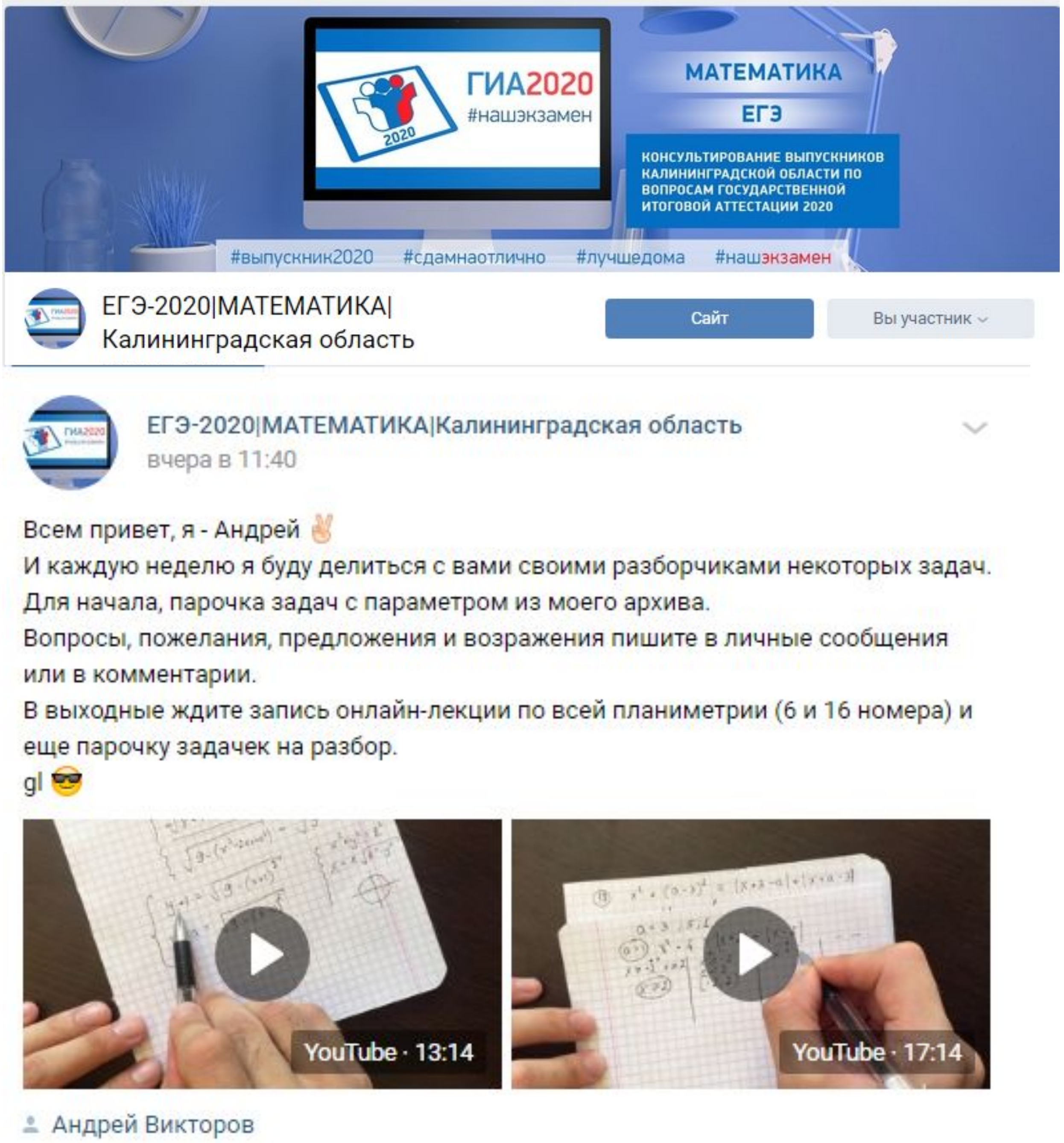
Что такое «Наш экзамен»?

«Наш экзамен» – это региональный проект, цель которого – сопровождение, консультирование выпускников 9-х и 11-х классов Калининградской области по вопросам государственной итоговой аттестации (ОГЭ и ЕГЭ) в 2020 году.

В рамках проекта для выпускников будут подготовлены актуальные материалы, проведены индивидуальные и групповые консультации как по организационным вопросам ГИА, так и по специальным, касающимся конкретных предметных областей.

В проекте участвуют председатели, заместители председателей, ведущие и старшие эксперты предметных комиссий, сотрудники министерства образования, эксперты, учителя и психологи.

На нашем сайте вы можете найти группу Вконтакте по подготовке к каждому предмету (например, на https://vk.com/ege2020_math



Викторов Андрей Александрович – старший преподаватель ИФМНиИТ БФУ им. Канта, эксперт региональной предметной комиссии по проверке развернутых ответов ЕГЭ по математике https://vk.com/video-30558759_456239834

руководитель комиссии по разработке КИМ ГИА по математике
Иван Валериевич Ященко.

Советы по подготовке в последние недели

1. Решать не более 1-2 вариантов в неделю

2. Каждый день хотя-бы по 15 минут (как физкультура)

3. Решать задачи по тем темам, которые вы уже освоили

4. Не решать слишком сложные задачи, сейчас нужно сформировать чувство уверенности

5. Подготовка должна быть тематической

Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

	Калининградская область		
	2017 г.	2018 г.	2019 г.
Не преодолели минимального балла	233	129	71
Средний тестовый балл	49,20	52,41	59,53
Получили от 81 до 99 баллов	46	53	207
Получили 100 баллов	0	0	2

Распределение тестовых баллов по предмету

Год	Кол-во	Получили		Диапазон тестовых баллов									
		Наивысший	наименьший	0-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
2016	2561	99	0	37	158	406	**484**	**442**	191	382	346	100	15
2017	2381	98	5	22	100	310	**480**	433	220	**488**	282	42	4
2018	2533	98	0	9	57	175	497	**599**	239	**572**	332	41	12
2019	2448	100	0	16	27	106	302	410	215	**672**	**491**	**163**	46

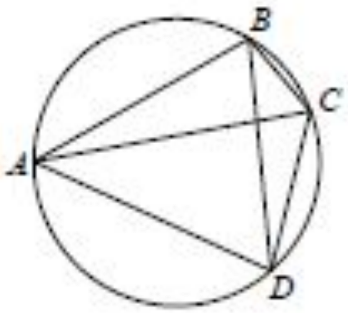
Первичный балл	Вторичный (тестовый) балл
1	5
2	9
3	14
4	18
5	23
6	27
7	33
8	39
9	45
10	50
11	56
12	62
13	68
14	70
15	72

Первичный балл	Вторичный (тестовый) балл
16	74
17	76
18	78
19	80
20	82
21	84
22	86
23	88
24	90
25	92
26	94
27	96
28	98
29	99
30	100
31	100
32	100

№	Содержание заданий с кратким ответом	Не выполнили задание в 2019
1	**B1.** Простая текстовая (арифметическая) задача.	3,3%
2	**B2.** Задача на чтение графиков и диаграмм.	3,4%
3	**B3.** Геометрия на клетчатой бумаге (площадь фигуры).	7,6%
4	**B4.** Теория вероятностей.	7,6%
5	**B5.** Простейшие уравнения.	3.5%
6	**B6.** Геометрия: углы на плоскости и в пространстве.	13 %
7	**B7.** Геометрический смысл производной.	**40,48%**
8	**B8.** Геометрия: объем, площадь поверхности.	**34%**
9	**B9.** Значения выражений (тригонометрических, логарифмических и т.д.).	**23,2%**
10	**B10.** Задача прикладного содержания.	8,5%
11	**B11** Задача на составление уравнений.	**23,2%**
12	**B12** Производная и первообразная. Исследование функций.	**30,3%**

2017 год

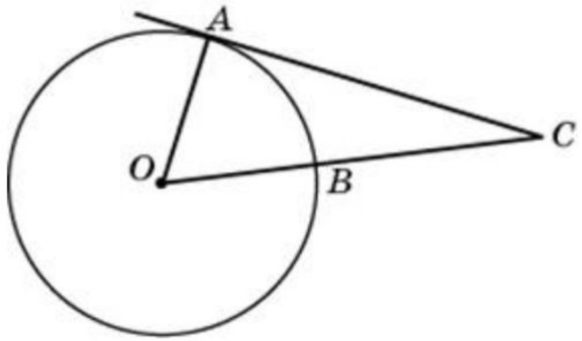
6 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $98°$, угол CAD равен $44°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



Не выполнили задание 952 участника
Всего 2533 участников

2018 год

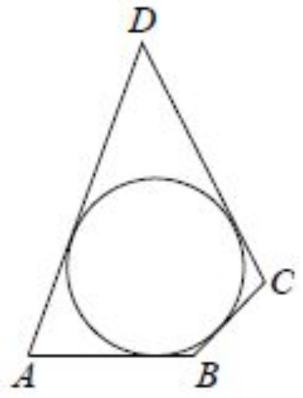
Угол ACO равен $60°$, где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Найдите величину меньшей дуги AB окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Не выполнили задание 546 участников
Всего 2533 участников

2019 год

6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 15$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.

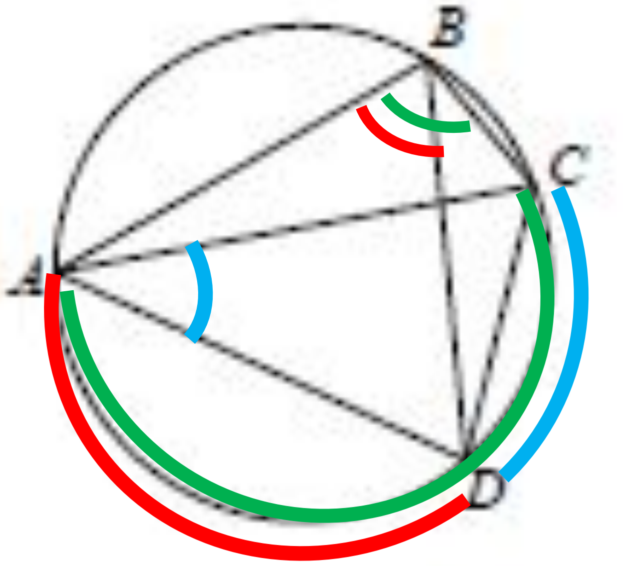


319 участников ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

6

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $98°$, угол CAD равен $44°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



Дуга AC равна 2*98°= 196°.

Дуга CD равна 2*44°=88°.

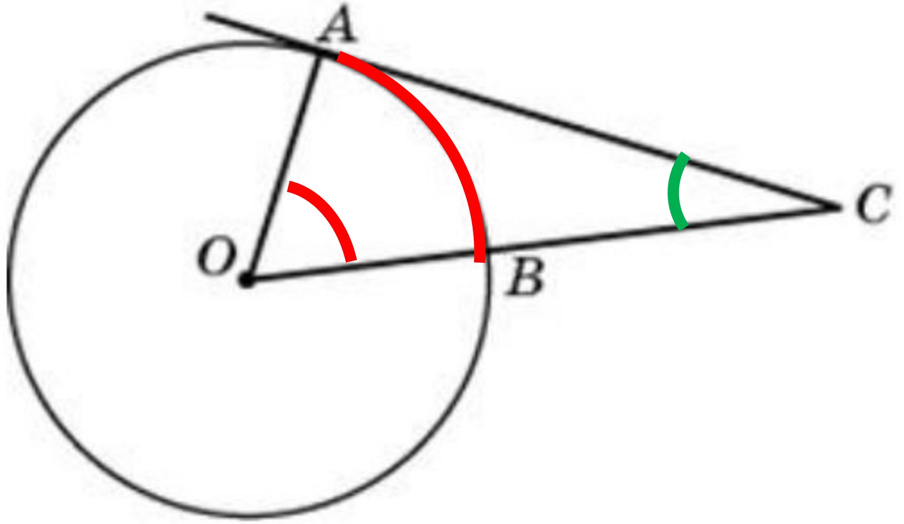
Дуга AD равна 196° - 88°=108°

Угол ABD (вписанный и опирается на дугу AD) равен половине дуги AD, т.е. 54°

Не выполнили задание 952 участника

Всего 2533 участников

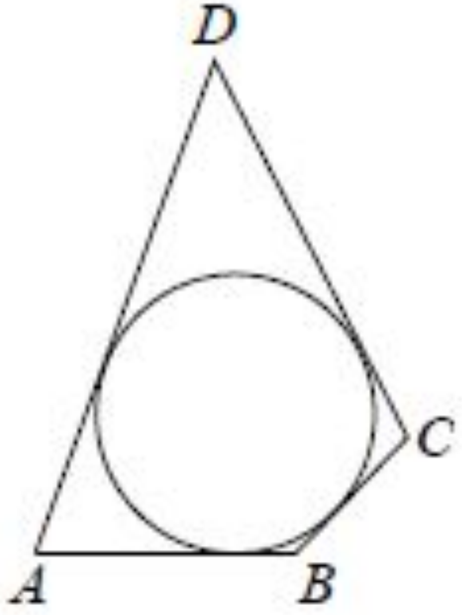
Угол ACO равен $60°$, где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Найдите величину меньшей дуги AB окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



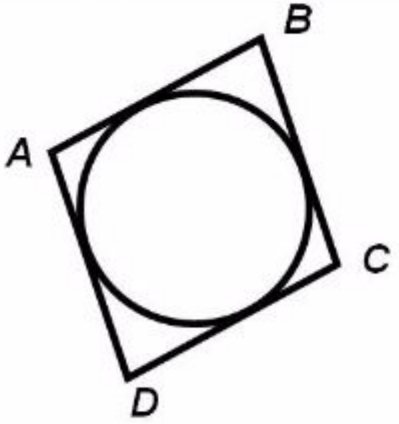
CA перпендикулярна OA (касательная и радиус окружности).
Треугольник OAC прямоугольный. Сумма острых углов равна 90 °.
Угол AOC равен 90° – 60 ° = 30 ° . Угол AOC - центральный угол и равен дуге AB

Не выполнили задание 546 участников
Всего 2533 участников

6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 15$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



- <u>**Свойство**</u>: ***В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны***



AB + CD = AD + BC

10+15= 25

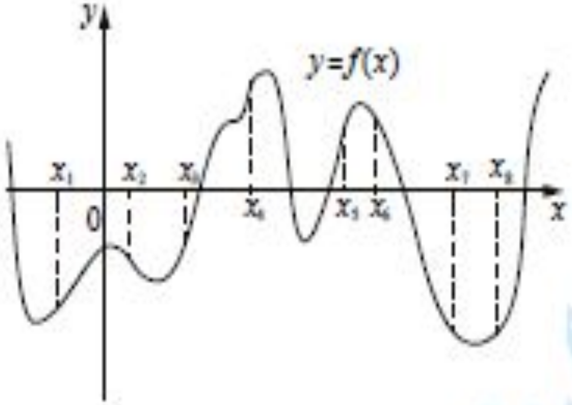
25+25=50

319 участников ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

2017 год

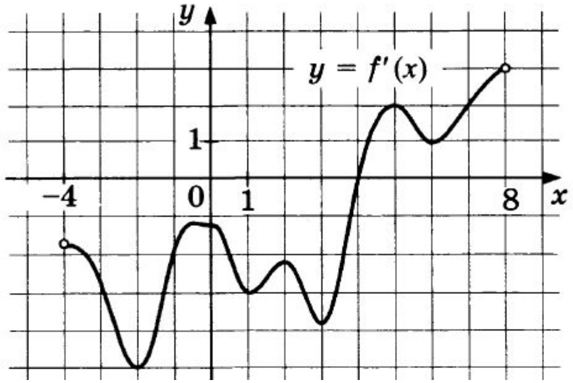
7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Не выполнили задание 948 участников
Всего 2533 участников

2018 год

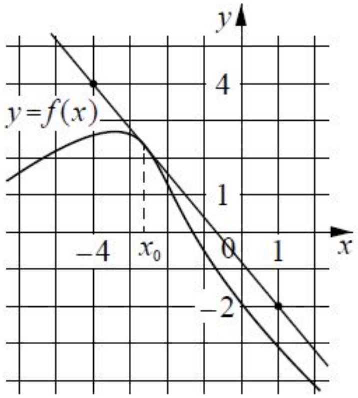
7 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Не выполнили 1448 участников
Всего 2533 участников

2019 год

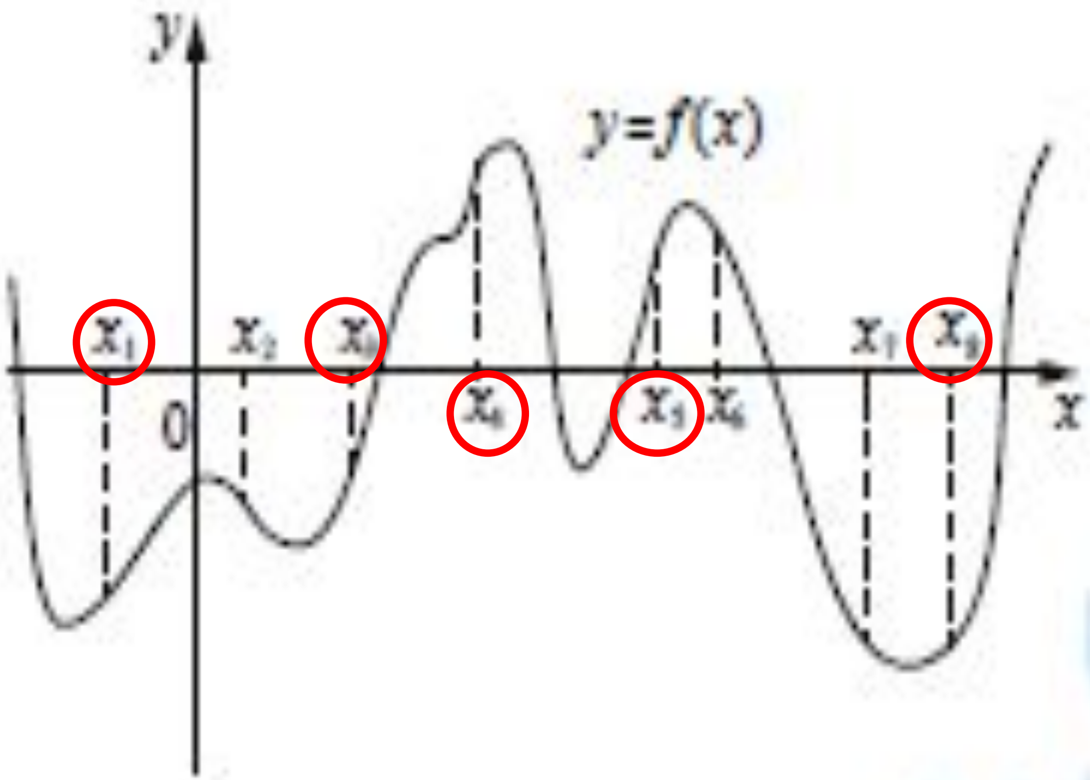
7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



991 участник ЕГЭ не выполнили данное задание

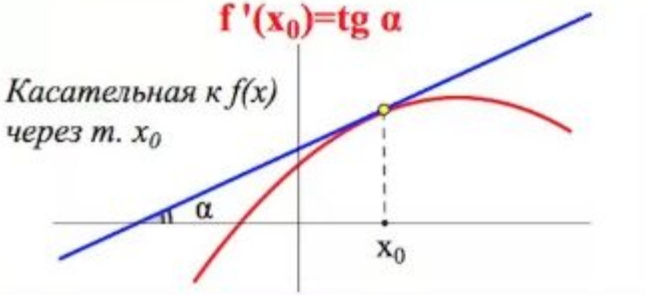
Всего 2448 участников ЕГЭ

7 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Геометрический смысл поизводной

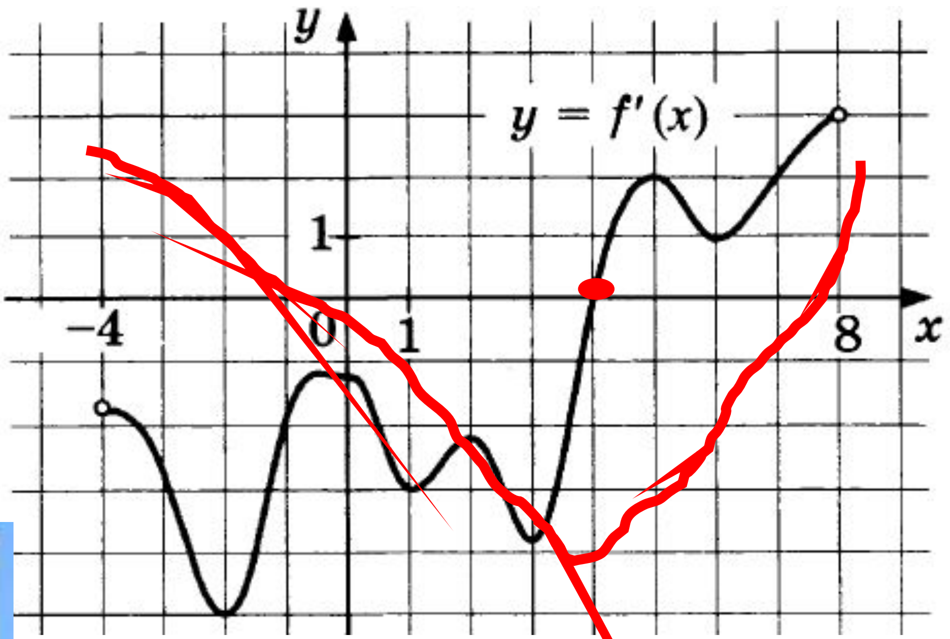
$f'(x_0)=\operatorname{tg}\alpha$



Функция	Производная
f(x) ↗	f '(x)>0
f(x) ↘	f '(x)<0
x_0 – точка экстремума f(x) ⇒	$f'(x_0)=0$ или не сущ.

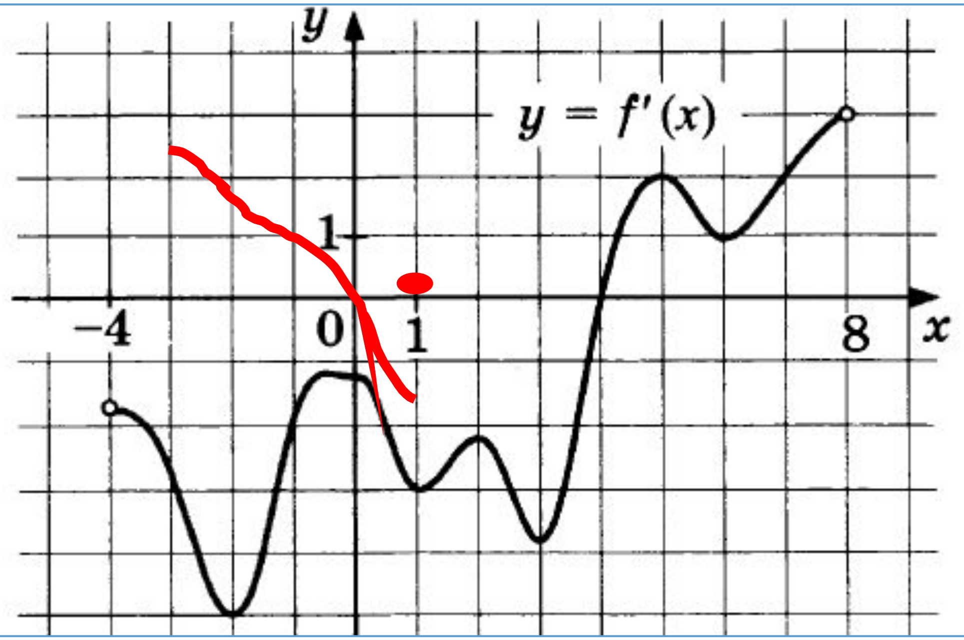
Не выполнили задание 948 участников
Всего 2533 участников

7 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



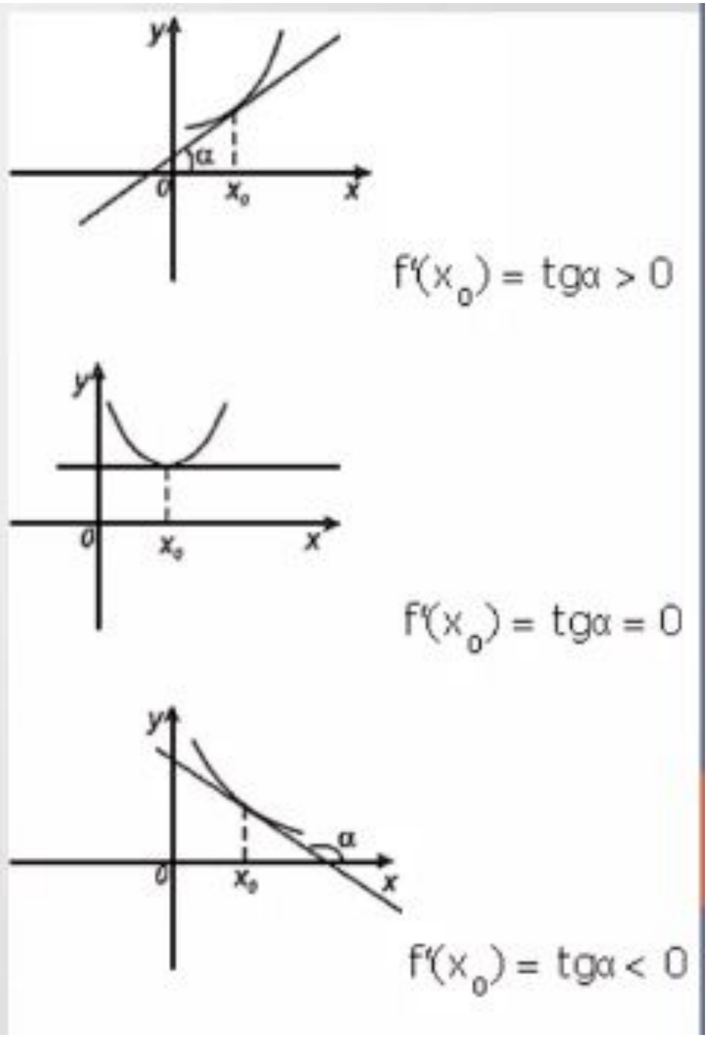
Не выполнили 1448 участников
Всего 2533 участников

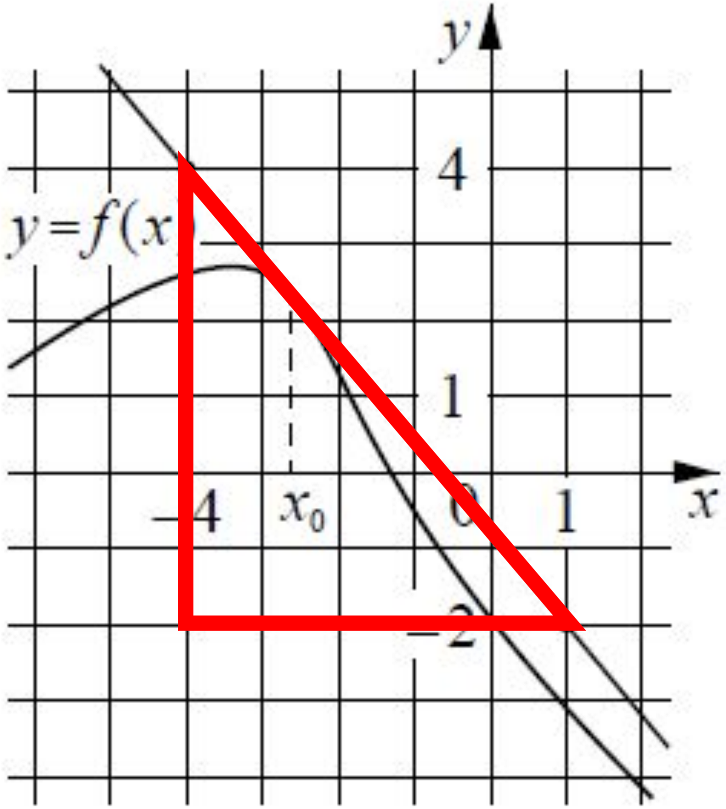
7 На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Не выполнили 1448 участников
Всего 2533 участников

7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.





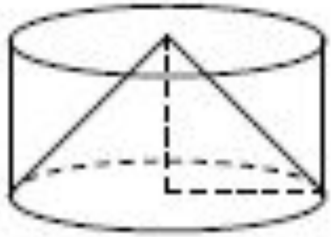
991 участник ЕГЭ не выполнили данное задание.

Всего 2448 участников ЕГЭ

- (6:5) = - 1,2

2017 год

8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

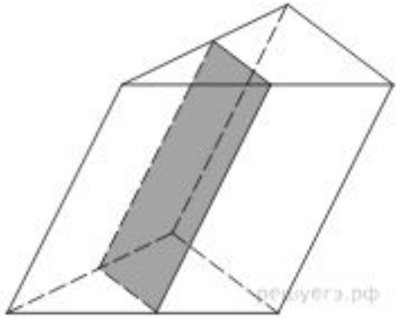


Не выполнили задание 976 участников
Всего 2533 участников

2018 год

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру.

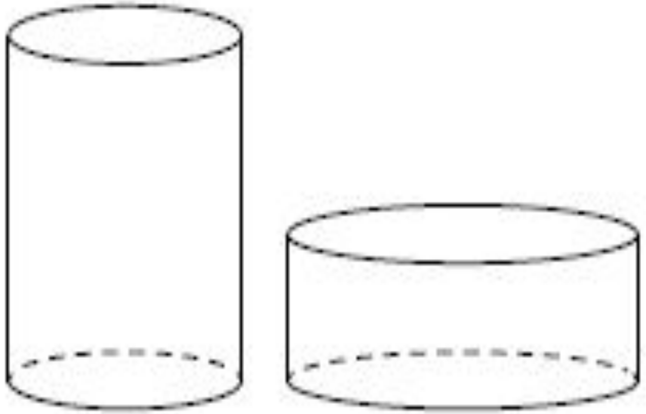
Найдите объём этой призмы, если объём отсеченной треугольной призмы равен 7.



Не выполнили 1119 участников
Всего 2533 участников

2019 год

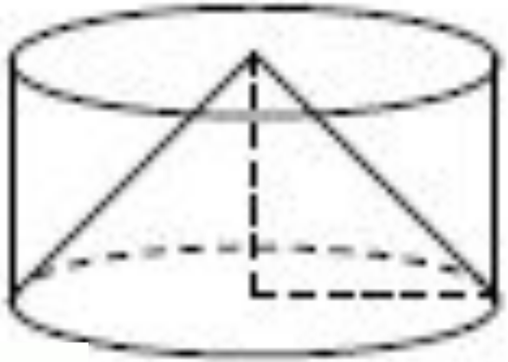
8 Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 16. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, а радиус основания в 3 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.



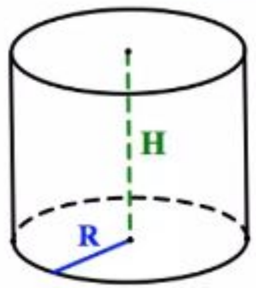
834 участника ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

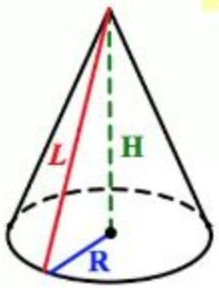


ЦИЛИНДР



$S_{бок} = 2\pi RH$

КОНУС



L - образующая

$S_{бок} = \pi RL$

$R = H$

$L^2 = R^2 + H^2 = 2R^2$

$L = R\sqrt{2}$

$S = \pi R^2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

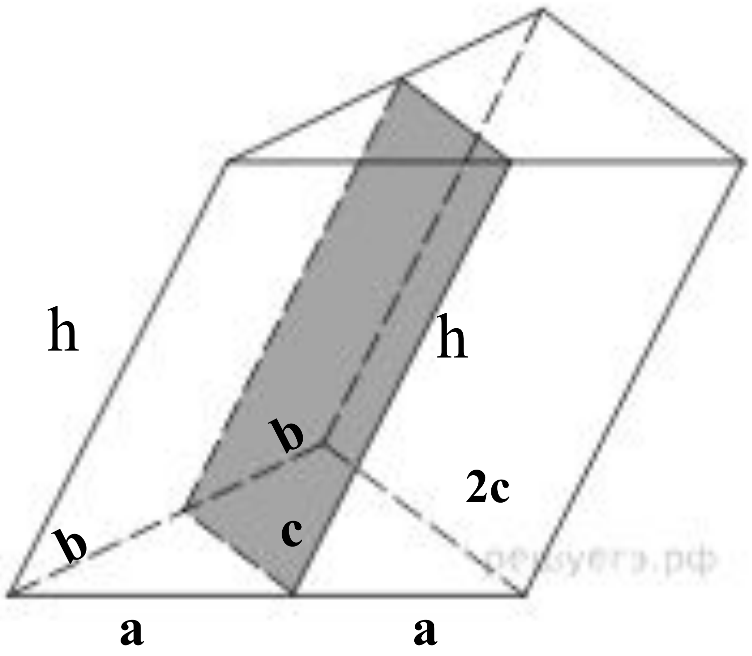
$\pi R^2 = 3$

$S = 2\pi R^2 = 2 * 3 = 6$

Не выполнили задание 976 участников
Всего 2533 участников

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру.

Найдите объём этой призмы, если объём отсеченной треугольной призмы равен 7.

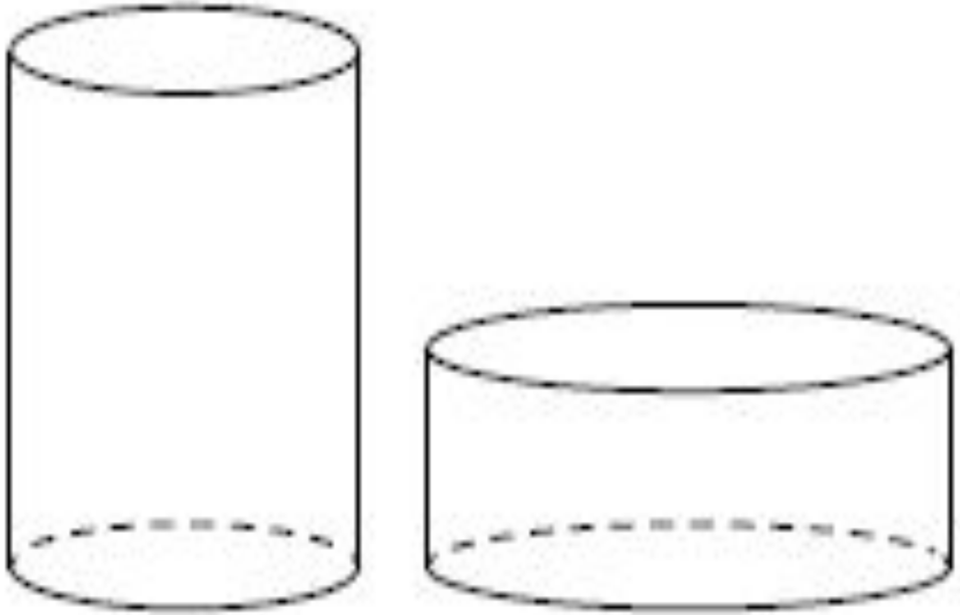


$$V = S_{осн.} \cdot h$$

$$V = 4\,S_{осн.}\,H = 4 * 7 = 28$$

Не выполнили 1119 участников
Всего 2533 участников

8 Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 16. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, а радиус основания в 3 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.



$$V_1 = \pi R^2 H = 16$$

$$V_2 = \pi (3R)^2 (H/4) = 9/4\, \pi R^2 H = 9/4 * 16 = 36$$

834 участника ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

2017 год

9 Найдите значение выражения $\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{8}\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$.

Не выполнили задание 1190 участников
Всего 2533 участников

2018 год

9 Найдите значение выражения $\left(2^{16}\right)^5 : 2^{74}$.

Не выполнили 182
Всего 2533

2019 год

9 Найдите значение выражения $8\log_{\sqrt[8]{14}} 14$.

568 участников ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

2017 год

11 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 27 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отправления из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Не выполнили задание 1547 участников
Всего 2533 участников

2018 год

Заказ на изготовление 323 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 2 детали больше?

Не выполнили 925 участников
Всего 2533 участников

2019 год

11 Два велосипедиста одновременно отправились в 120-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 7 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 7 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

568 участников ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

2017 год

12 Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$.

Не выполнили задание 1428 участников
Всего 2533 участников

2018 год

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 12x - \ln(12x) + 4$$

на отрезке $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right]$.

Не выполнили 1305 участников
Всего 2533 участников

2019 год

12 Найдите точку максимума функции $y = 6 + 15x - 2x^{\frac{3}{2}}$.

742 участника ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

- ✓ Участник экзамена может использовать без доказательства математические факты и формулы, содержащиеся в учебниках, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования (далее – Федеральный перечень).

- ✓ Если экзаменуемый использует в решении без доказательства формулы и факты, которые не представлены в учебниках, входящих в Федеральный перечень, то такое решение классифицируется как недостаточно обоснованное.

- ✓ Если математические преобразования, представленные в решении, не отражают основных необходимых логических шагов, то решение не может оцениваться максимальным баллом.

Что можно ожидать в качестве задания 13 на экзамене?

Тип задания по кодификатору требований — Уравнение или система уравнений.

Характеристика задания — Относительно несложное уравнение или система уравнений с отбором корней. Может содержать тригонометрические функции, логарифмы, степени, корни.

Комментарий — Как правило, решение задачи требует замены переменной, позволяющей свести уравнение к квадратному, и отбора корней, связанного с условием задачи или с ограниченностью новой переменной, наличием выражений с переменной в знаменателях алгебраических дробей, под знаками корней чётной степени и логарифмов.

Из демоверсии ЕГЭ-2020

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*. ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0,\quad \log_4(4\sin x)=t,$

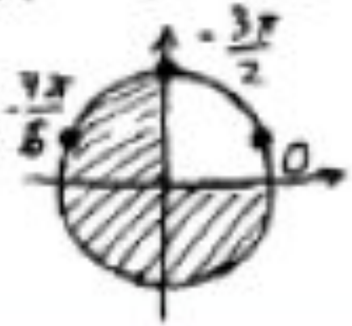
$2t^2-5t+2=0;\quad D=25-16=9=3^2,\quad t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2};\quad t_2=\frac{5+3}{4}=1;$

$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2};\quad \log_4(4\sin x)=\log_4 2,\quad 4\sin x=2;\quad \sin x=\frac{1}{2};$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;\quad x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;$

$\log_4(4\sin x)=t_2=1;\quad \log_4(4\sin x)=\log_4 4;\quad 4\sin x=4;\quad \sin x=1;$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{\pi}{2}+2\pi k,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2},\ -\frac{7\pi}{6}.$

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$, $\log_4(4\sin x)=t$,

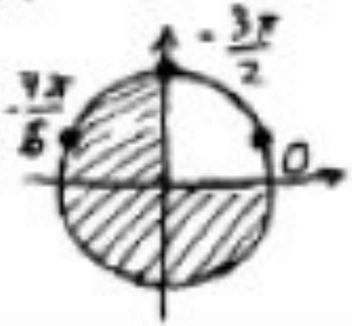
$2t^2-5t+2=0$; $D=25-16=9=3^2$, $t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$; $t_2=\frac{5+3}{4}=1$;

$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 2$, $4\sin x=2$; $\sin x=\frac{1}{2}$;

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$;

$\log_4(4\sin x)=t_2=1$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 4$; $4\sin x=4$; $\sin x=1$;

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Б
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	
Максимальный балл	

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$

$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geqslant 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $t_2 = 1$

Обратная замена

$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\sin x = 64$

нет решений.

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

б) Произведём отбор на единичной окружности

$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$

$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geqslant 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4\cdot 2\cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $\quad t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $\quad t_2 = 1$

Обратная замена

$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $\quad 4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\quad \sin x = 64$

нет решений.

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

б) Производим отбор на единичной окружности

$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$ $\qquad t=\log_4(4\sin x)$

$2t^2-5t+2=0$ $\qquad D=25-16=9$

$t=\frac{5\pm3}{4}$

$t_1=2 \qquad t_2=\frac{1}{2}$

$\log_4(4\sin x)=2$

$4\sin x=16$

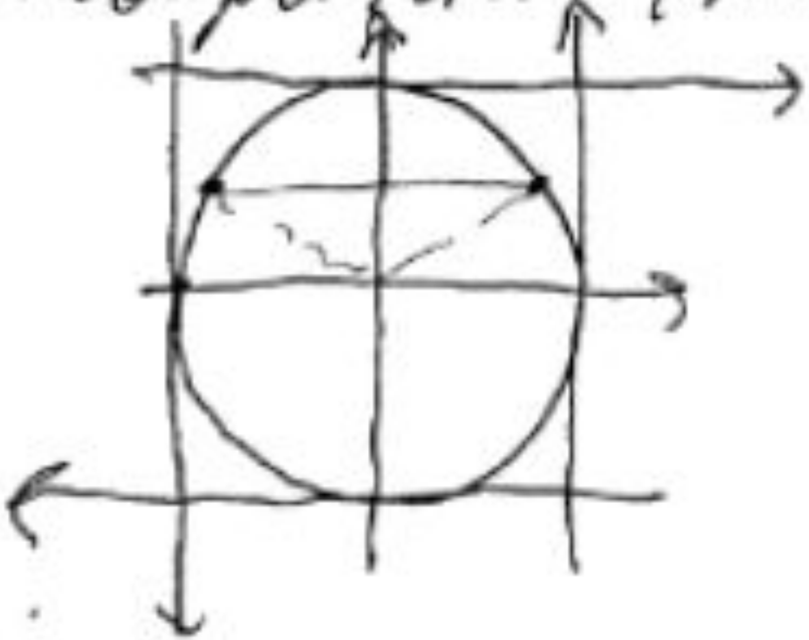
$\sin x=4$ — невозможно ($\sin x\in[-1;1]$)

Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*,

$\log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}$

$4\sin x=2$

$\sin x=\frac{1}{2}$



а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$

$\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{6}\right\}$

$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$ $\qquad t=\log_4(4\sin x)$

$2t^2-5t+2=0$ $\qquad D=25-16=9$

$t=\frac{5\pm3}{4}$

$t_1=2 \qquad t_2=\frac{1}{2}$

$\log_4(4\sin x)=2$

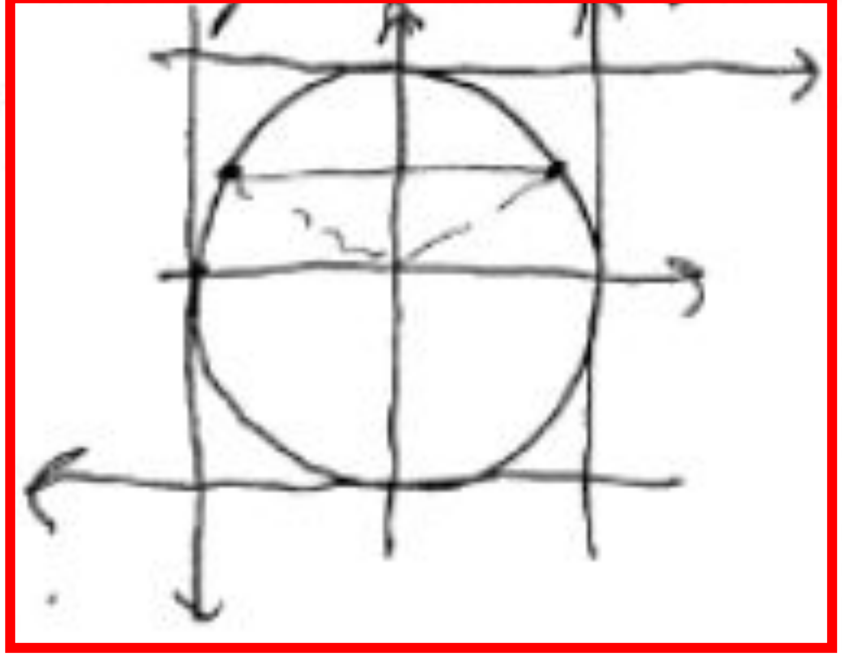
$4\sin x=16$

$\sin x=4$ — невозможно $(\sin x\in[-1;1])$

$\log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}$

$4\sin 2=2$

$\sin x=\frac{1}{2}$



а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$

$\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{6}\right\}$

№13 $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\quad \log_4(4\sin x) = t$

ОДЗ
$4\sin x \neq 0$
$\sin x \neq 0$
$x \neq \pi n$ $\quad n \in \mathbb{Z}$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$ $\quad D = 25 - 16 = 9$

$t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$

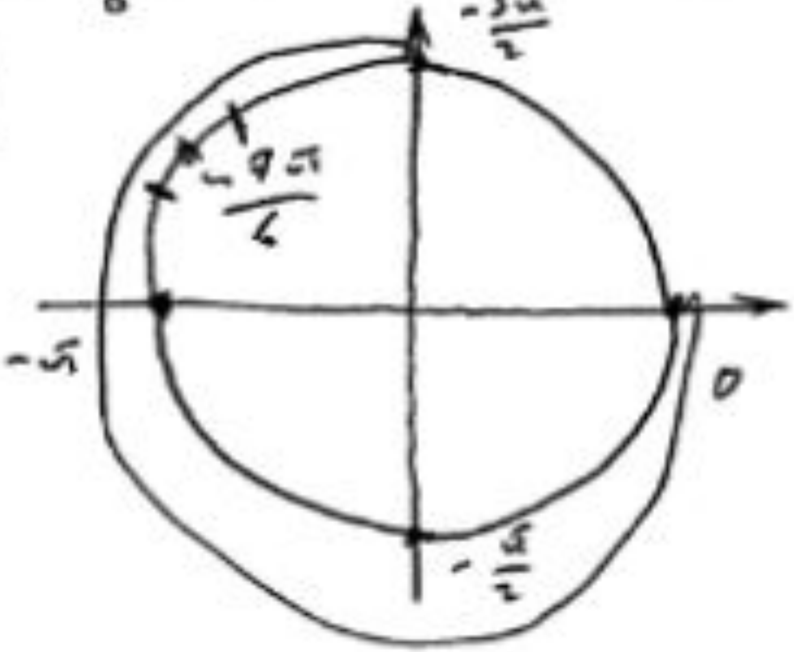
$t_2 = \frac{5+3}{4} = 2$

$$\left[\begin{array}{l}\log_4(4\sin x) = 2\\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}8 = 4\sin x\\ 2 = 4\sin x\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\sin x = 2\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$$

не подходит т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ $\quad n \in \mathbb{Z}$

$[-\frac{3\pi}{2}; 0]$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

б) $x = -\frac{7\pi}{6}$ $\quad n \in \mathbb{Z}$

№ 13 $\quad 2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\qquad \log_4(4\sin x) = t$

ОДЗ:
$4\sin x > 0$
$\sin x > 0$
$x \ne \pi n \qquad n \in \mathbb{Z}$

$2t^2 - 5t + 2 = 0 \qquad D = 25 - 16 = 9$

$t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$

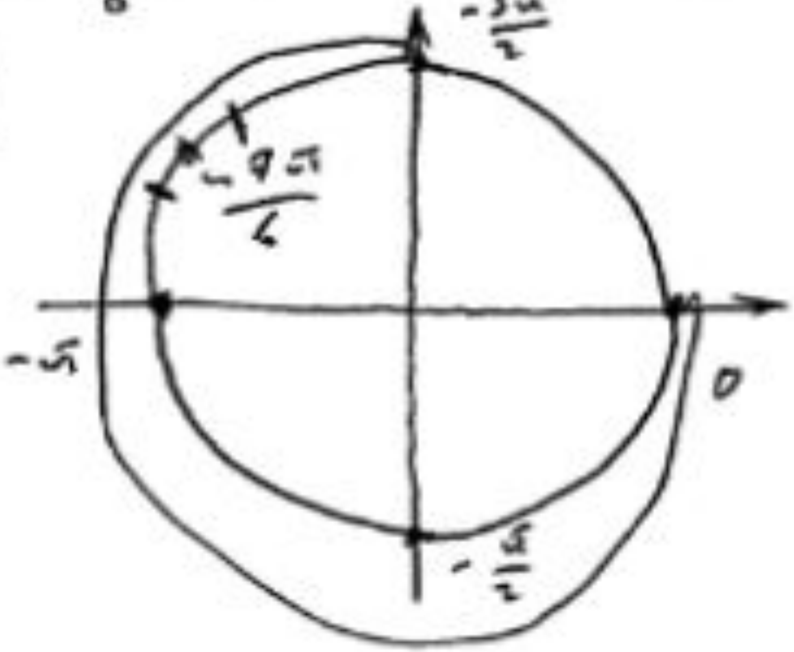
$t_2 = \frac{5+3}{4} = 2$

$\left[\begin{array}{l}\log_4(4\sin x) = 2\\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}8 = 4\sin x\\ 2 = 4\sin x\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\sin x = 2\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$

не подходит т.к. $-1 \le \sin x \le 1$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \qquad n \in \mathbb{Z}$

$\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

б) $-\frac{7\pi}{6} \qquad n \in \mathbb{Z}$

13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d,\ d\in Z$

$(3^2)^{\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

б) $[\frac{5\pi}{2};4\pi]$

$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi n\le 4\pi$;

$\frac{5}{2}\le\frac{1}{3}+2n\le 4,\ n\in Z$

$2\frac{1}{6}\le 2n\le 3\frac{2}{3},\ n\in Z$

$1\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{5}{6},\ n\in Z$

n - нет чисел

$\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le-\frac{1}{3}+2k\le 4,\ k\in Z$

$2\frac{5}{6}\le 2k\le 4\frac{1}{3},\ k\in Z$

$1\frac{5}{12}\le k\le 2\frac{1}{6},\ k\in Z$

$k=2$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{2}\le\pi+\pi d\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le 1+d\le 4,\ d\in Z$

$1\frac{1}{2}\le d\le 3,\ d\in Z$

$d=2,\ 3$

$x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d,\ d\in Z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d,\ d\in Z$

$(3^2)^{\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

б) $[\frac{5\pi}{2};4\pi]$

$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi n\le 4\pi$;

$\frac{5}{2}\le\frac{1}{3}+2n\le 4,\ n\in Z$

$2\frac{1}{6}\le 2n\le 3\frac{2}{3},\ n\in Z$

$1\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{5}{6},\ n\in Z$

n - нет чисел

$\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le-\frac{1}{3}+2k\le 4,\ k\in Z$

$2\frac{5}{6}\le 2k\le 4\frac{1}{3},\ k\in Z$

$1\frac{5}{12}\le k\le 2\frac{1}{6},\ k\in Z$

$k=2$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{2}\le\pi+\pi d\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le 1+d\le 4,\ d\in Z$

$1\frac{1}{2}\le d\le 3,\ d\in Z$

$d=2,3$

$x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d,\ d\in Z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

13

а) $\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos\frac{\pi}{6} + \cos 2x \sin\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cos 2x \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}\sin 2x + 1$

$\cos 2x + \sin x - 1 = 0$

$\cancel{\cos^2 x - \sin^2 x - 1 = 0}$ ~~т.к.~~

$\cos^2 x - \sin^2 x - 1 + \sin x = 0$ т.к. $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$
(осн. триг. тожд)

то: $2\sin^2 x - \sin x = 0$

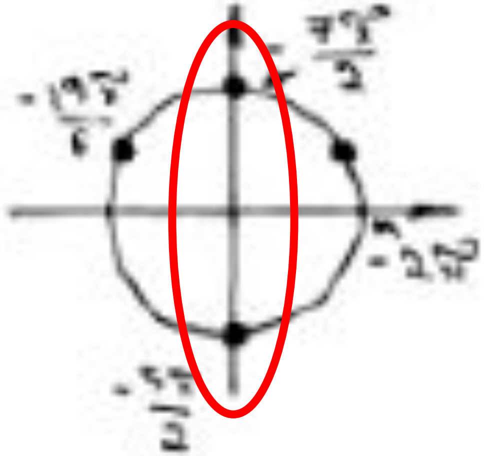
$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi n \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{array}\right. \quad n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; $n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; $n \in Z$

б) Отберем корни с помощью единичной окружности



$$-\frac{7\pi}{2} \le -\frac{6\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \le -2\pi$$

$$-\frac{6\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$$

$$-\frac{7\pi}{2} \le -\frac{7\pi}{2} \le -2\pi$$

$$-\frac{7\pi}{2} \le -\frac{5\pi}{2} \le -2\pi$$

То есть отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$ принадлежат корни: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{2}$

Ответ: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{2}$

13.

$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{6} + \cos 2x\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot 2\sin x\cdot\cos x + 1$

$\sin x + \cancel{2}\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + 2\cdot(1-2\sin^2 x)\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x + 1$

$\sin x + \cancel{2\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x} + 2\cdot\frac{1}{2}(1-2\sin^2 x) = \cancel{2\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x} + 1$

$\cancel{\sin x + \frac{1}{2} - \sin^2 x = 1}$

$\cancel{\sin^2 x - \sin x + \frac{1}{2} = 0 \quad |\times 2}$

$\cancel{2\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0}$

$\cancel{\sin x = t, \quad |t| \le 1}$

$\cancel{2t^2 - 2t + 1 = 0}$

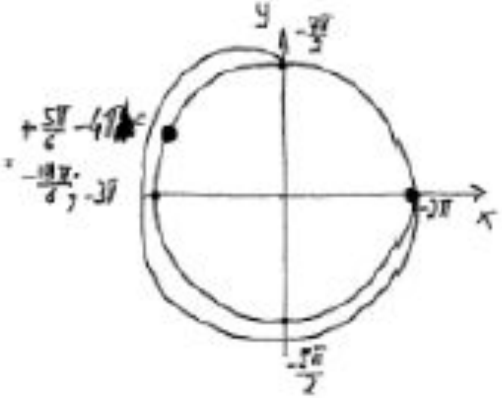
$\cancel{\frac{D}{4} = 1 - 2 < 0}$

$\sin x + \cancel{1} - 2\sin^2 x = \cancel{1}$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x = 2\pi l, l\in Z\\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k\in Z\\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m\in Z.\end{array}\right.$



$x = 2\pi l, \ l = -1 \qquad x = -2\pi \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, \ m = -2 \qquad x = \frac{5\pi}{6} - \frac{24\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$

$-\frac{19\pi}{6} \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$

Ответ: а) $2\pi l$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ $\{k, l, m\}\subset Z$ б) $-\frac{19\pi}{6}$; -2π.

б) ...
Отв...

$\sin x + 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{6} + \cos 2x\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot 2\sin x\cdot\cos x + 1$

$\sin x + \cancel{2}\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + 2(1-2\sin^2 x)\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x + 1$

$\sin x + 2\sqrt{3}\,\cancel{\sin x\cdot\cos x} + 2\cdot\frac{1}{2}(1-2\sin^2 x) = 2\sqrt{3}\,\cancel{\sin x\cdot\cos x} + 1$

~~$\sin x + \frac{1}{2} - \sin^2 x = 1$~~

~~$\sin^2 x - \sin x + \frac{1}{2} = 0 \quad |\times 2$~~

~~$2\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$~~

~~$\sin x = t, \quad |t| \le 1$~~

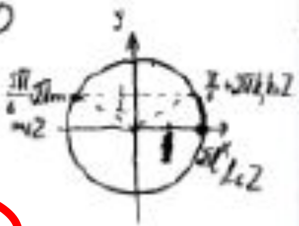
~~$2t^2 - 2t + 1 = 0$~~

~~$\frac{D}{4} = 1 - 2 < 0$~~

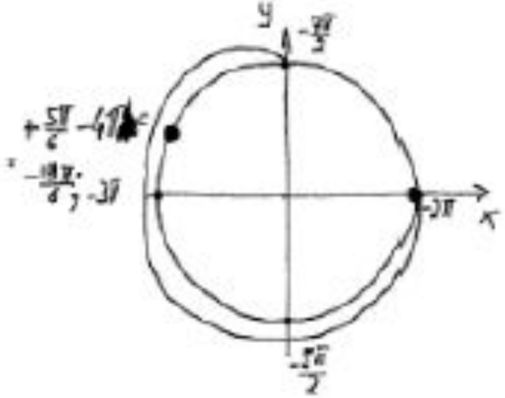
$\sin x + \cancel{1} - 2\sin^2 x = \cancel{1}$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$



$\left[\begin{array}{l} x = 2\pi l,\ l\in Z \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k\in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m\in Z \end{array}\right.$



$x = 2\pi l,\ l = -1 \qquad x = -2\pi \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m = -2 \qquad x = \frac{5\pi}{6} - \frac{24\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$

$-\frac{19\pi}{6} \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$

Ответ: а) $2\pi l$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ $\{k, l, m\} \in Z$ б) $-\frac{19\pi}{6}$; -2π.

1 3) а) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

$\cos 2x + 2 = \sqrt{3} \cdot (-\sin x)$

$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3} \cdot \sin x$

$-2\sin^2 x + 3 + \sqrt{3}\sin x = 0$

Пусть $\sin x = y$

Тогда

$-2y^2 + 3 + \sqrt{3}\,y = 0$

$D = \sqrt{3 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)} = \sqrt{27} > 0$ 2 корня

$y_1 = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{27}}{-4} = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{-4} = \frac{2\sqrt{3}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y_2 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{27}}{-4} = \frac{-4\sqrt{3}}{-4} = \sqrt{3}$

Обратно $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \sin x = \sqrt{3}$

$x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n \quad n \in Z$ $\quad$ нет решен

$\sin x \in [-$

б)

При $n = 0$

$x = -\frac{\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -1$

$x = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -2$

$x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -3$

$x = \frac{\pi}{3} - 3\pi = -\frac{8\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n \quad n \in Z$

б) $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}$

13) а) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

$\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cdot(-\sin x)$

$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3}\cdot\sin x$

$-2\sin^2 x + 3 + \sqrt{3}\sin x = 0$

Пусть $\sin x = y$

Тогда

$-2y^2 + 3 + \sqrt{3}y = 0$

$D = \sqrt{3 - 4\cdot 3\cdot(-2)} = \sqrt{27} > 0$ 2 корня

$y_1 = \frac{-\sqrt{3}+\sqrt{27}}{-4} = \frac{-\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{-4} = \frac{2\sqrt{3}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y_2 = \frac{-\sqrt{3}-\sqrt{27}}{-4} = \frac{-4\sqrt{3}}{-4} = \sqrt{3}$

Обратно $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \sin x = \sqrt{3}$

$x = (-1)^n\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n,\ n\in Z$ $\quad$ нет решен

$\sin x \in [-$

б)

При $n = 0$

$x = -\frac{\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -1$

$x = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -2$

$x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -3$

$x = \frac{\pi}{3} - 3\pi = -\frac{8\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $x = (-1)^n\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n,\ n\in Z$

б) $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}$

Комментарий.

Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*,

но отбор корней нельзя назвать обоснованным,

так как перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку.

Типичный пример выставления 1 балла.

№13

$9\cdot 81^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$

а) $9t^2 - 28t + 3 = 0$

$D = 784 - 108 = 676$

$t_1 = \frac{28+26}{18} = 3$

$t_2 = \frac{28-26}{18} = \frac{1}{9}$

$9^{\cos x} = 3$

$\cos x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x = -1$

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ $\qquad$ $x = \pi + 2\pi k$

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$\frac{5\pi}{2} \le \pi + 2\pi k \le 4\pi$

$0,75 \le k \le 1,5$

$k = 1$.

б) $\frac{5\pi}{2} \le \frac{\pi}{3} + 2\pi k \le 4\pi$

$\frac{5}{2} - \frac{1}{3} \le 2k \le 4 - \frac{1}{3}$

$\frac{15-2}{12} \le k \le \frac{12-1}{6}$

$\frac{13}{12} \le k \le \frac{11}{6}$

~~$k = -1, 0, 1$.~~ $k \in \varnothing$

$\frac{5\pi}{2} \le -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \le 4\pi$

$\frac{5}{2} + \frac{1}{3} \le 2k \le 4 + \frac{1}{3}$

$\frac{15+2}{12} \le k \le \frac{12+1}{6}$

$\frac{17}{12} \le k \le \frac{13}{6}$

$k =$ ~~$-1, 0, 1, 2$~~. 2

Ответ: $x_1 = 3\pi$; $x_2 = \frac{11\pi}{3}$

Что можно ожидать в качестве задания 14 на экзамене?

Тип задания по кодификатору требований — Стереометрическая задача на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов).

Характеристика задания — Задание на вычисление отрезков, площадей, углов, связанных с многогранниками и телами вращения.

Комментарий — Традиционная задача по стереометрии, связанная с вычислением длин, площадей (в том числе площадей сечений многогранников и тел вращения), углов (между двумя прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями), связанных с призмой, пирамидой, цилиндром, конусом или шаром.

Из демоверсии ЕГЭ-2020

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*	2
Выполнен только один из пунктов – *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*2*

Типичные ошибки при решении задания 14

Типичные ошибки участников экзамена связаны в первую очередь с неверным пониманием логики построения доказательства.

Например, доказательство пункта *а* задания 14 часто начинается так:

«Предположим, что треугольник прямоугольный, тогда ...» – в случае, когда нужно доказать, что треугольник прямоугольный;

«Пусть прямые параллельны...» – в случае, когда нужно доказать параллельность прямых. И т. д.

Многие участники экзамена неверно применяют признаки: перпендикулярности прямой и плоскости, параллельности плоскостей и т. д., демонстрируют непонимание взаимосвязи элементов геометрической конструкции.

При выполнении второго пункта участники:

– допускают ошибки в геометрических формулах (например, в формулах для вычисления объемов);

– не считают нужным доказывать неочевидные геометрические утверждения, используемые в решение.

Также допускается большое количество ошибок при построении чертежа.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 9, а боковое ребро SA равно 6. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK:KB = SM:MC = 2:7$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2:7$, считая от вершины S.

б) Найдите расстояние между прямыми SA и KM.

2270 участников ЕГЭ не выполнили данное задание

Всего 2448 участников ЕГЭ

Что можно ожидать в качестве задания 15 на экзамене?

Тип задания по кодификатору требований	Неравенство или система неравенств.
Характеристика задания	Неравенство или система неравенств, содержащие степени, дроби, корни, логарифмы (в том числе с переменным основанием).

Из демоверсии ЕГЭ-2020

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{3^{2x}-2\cdot 3^x\cdot 3+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^x\cdot 3-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

$$\frac{(t^2-6t+4)\cdot(t-9)+(6t-51)(t-5)}{(t-5)(t-9)}\le(t+5)(t-5)(t-9)$$

$t^3-6t^2+4t-9t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255\le t^3-25t-9t^2+225$

$\cancel{t^3}-6\cancel{t^2}+4t-9\cancel{t^2}+54t-36+6\cancel{t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+25t+9\cancel{t^2}-225\le 0$

$3^x-9>0$

$3^x=9$

$x>2$

$3^x-5>0$

$3^x=5$

$x>\log_3 5$

$2t-6=0$

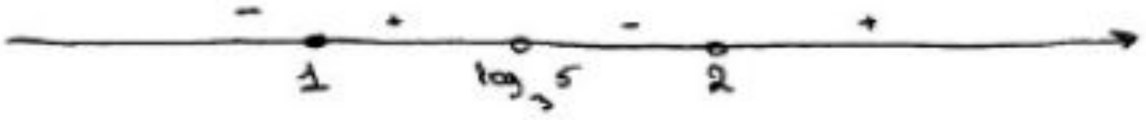
$2t=6$

$t=3$

$3^x=3$

$x=1$

$x\le 1$



Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 1,

ИЛИ

получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

15. $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\frac{\log_4 x^4-16}{\log_4^2 x-9}$

ОДЗ. $x>0$, $x\in(0;+\infty)$

$\frac{\log_4 64+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4 64+\log_4 x}-\frac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$

$\frac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}-\frac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$

Пусть $\log_4 x=t$, тогда

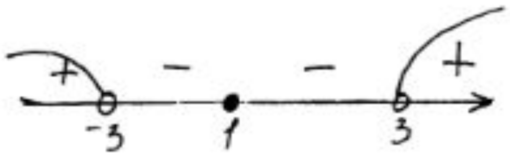
$\frac{3+t}{t-3}+\frac{t-3}{3+t}-\frac{4t-16}{t^2-9}\geq 0$

$\frac{(t+3)(t+3)+(t-3)(t-3)}{(t-3)(t+3)}-\frac{4t+16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$

$\frac{t^2+3t+3t+9+t^2-3t-3t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$

$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$

$\frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$



$\log_4 x<-3$, $x<\frac{1}{64}$

$\log_4 x=1$, $x=4$

$\log_4 x>3$, $x>64$

Ответ: $x\in(-\infty;\frac{1}{64})\cup(4)\cup(64;+\infty)$

Комментарий.

Ответ получен неверный.

В решении содержится ошибочное утверждение, связанное с ОДЗ.

0 баллов

№15. $\log_{6}(21-7x) \geqslant \log_{6}(x^2-8x+15)+\log_{6}(x+3)$

$\log_{6}(21-7x) \geqslant \log_{6}((x-3)(x-5)(x+3))$

$21-7x \geqslant x^3-5x^2-9x+45$

$x^3-5x^2-2x+24 \leqslant 0$

$\exists\ x=4: \quad 4^3-5\cdot 4^2-2\cdot 4+24 = 64-80-8+24 = 88-88=0$

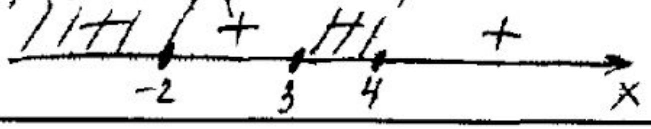
По схеме Горнера:

	1	−5	−2	24
4	1	−1	−6	0

$\cancel{(x-4)(x^2-x-6) \leqslant 21}$

$(x-4)(x^2-x-6) \leqslant 0$

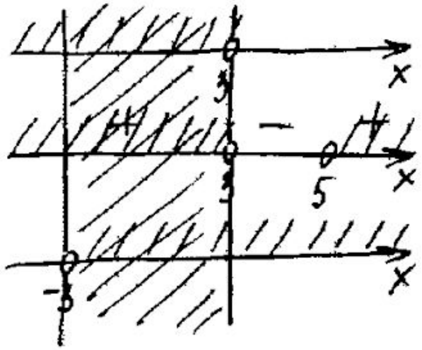
$(x-4)(x-3)(x+2) \leqslant 0$



см. лист №2

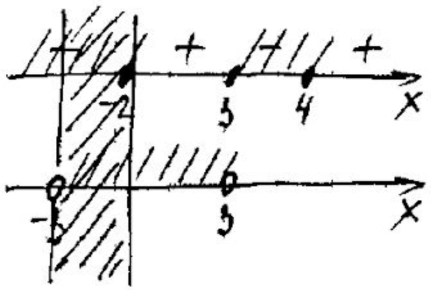
Из условие следует:

$$\begin{cases} 21-7x>0 \\ x^2-8x+15>0 \\ x+3>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x<3 \\ (x-3)(x-5)>0 \\ x>-3 \end{cases}$$



$\Rightarrow x\in(-3;3).$

Обобщаем всё:



$\Rightarrow x\in(-3;-2].$

Отв: $(-3;-2]$

2 балла

15. $\log_4(24-12x) \geq \log_4(x^2-7x+10) + \log_4(x+3)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 24-12x>0, \\ x^2-7x+10>0, \\ x+3>0; \end{cases} \quad \begin{cases} x<2, \\ (x-5)(x-2)>0, \\ x>-3; \end{cases}$$

$x \in (-3; 2)$

$$\log_4(24-12x) - \log_4(x^2-7x+10) \geq \log_4(x+3)$$

$$\log_4\frac{(24-12x)}{(x^2-7x+10)} \geq \log_4(x+3)$$

$$\log_4\frac{-12(x-2)}{(x-5)(x-2)} \geq \log_4(x+3)$$

$$\frac{-12}{x-5} \geq x+3$$

$$(x-5)(x+3) \geq -12$$

$$x^2-2x-3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+1) \geq 0$$

$x \in (-3; -1]$

Ответ: $(-3; -1]$.

15. $\log_4(24-12x) \geq \log_4(x^2-7x+10)+\log_4(x+3)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 24-12x>0, \\ x^2-7x+10>0, \\ x+3>0; \end{cases} \qquad \begin{cases} x<2, \\ (x-5)(x-2)>0, \\ x>-3; \end{cases}$$

$x \in (-3;\ 2)$

$\log_4(24-12x) - \log_4(x^2-7x+10) \geq \log_4(x+3)$

$\log_4 \dfrac{(24-12x)}{(x^2-7x+10)} \geq \log_4(x+3)$

$\log_4 \dfrac{-12(x-2)}{(x-5)(x-2)} \geq \log_4(x+3)$

$\dfrac{-12}{x-5} \geq x+3$

$(x-5)(x+3) \geq -12$

$x^2-2x-3 \geq 0$

$(x-3)(x+1) \geq 0$

$x \in (-3;\ -1]$

Ответ: $(-3;\ -1]$.

15) $\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3)+\log_3(x+2)$

ОДЗ:
$$\begin{cases} 4-4x>0 \\ x^2-4x+3>0 \\ x+2>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<1 \\ (x-3)(x-1)>0 \\ x>-2 \end{cases}$$

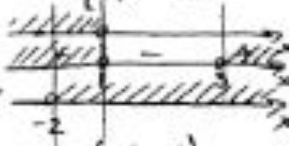
$\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3)(x+2)$

$\log_3(4-4x) - \log_3(x^2-4x+3)(x+2) \geq 0$

$\log_3 \frac{4-4x}{(x^2-4x+3)(x+2)} \geq 0$

$\log_3 \frac{4-4x}{(x^2-4x+3)(x+2)} \geq \log_3 3^0$, т.к. $3>1$ знак не меняем

$\frac{4-4x}{(x^2-4x+3)(x+2)} - 1 \geq 0$



$x \in (-2;1)$

см. доп. бланк ответов лист 3

$\frac{(4-4x)-(x^2-4x+3)(x+2)}{(x^2-4x+3)(x+2)} \geq 0$

$\frac{4-4x-x^3+4x^2-3x-2x^2+8x-6}{(x-3)(x-1)(x+2)} \geq 0$

$\frac{-x^3+2x^2+x-2}{(x-3)(x-1)(x+2)} \geq 0$

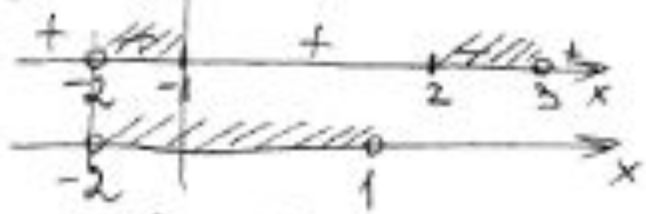
$\frac{x^3-2x^2-x+2}{(x-3)(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\frac{x^2(x-2)-(x-2)}{(x-3)(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\frac{(x^2-1)(x-2)}{(x-3)(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\frac{\cancel{(x-1)}(x+1)(x-2)}{(x-3)\cancel{(x-1)}(x+2)} \leq 0$

$\frac{(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+2)} \leq 0$, $x \neq 3$, $x \neq -2$



$x \in (-2;1]$

Ответ. $x \in (-2;1]$

Решите неравенство $\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3)+\log_3(x+2)$.

Решение.
Запишем исходное неравенство в виде:
$$\log_3(4(1-x)) \geq \log_3((3-x)(1-x))+\log_3(x+2);$$
$$\log_3 4+\log_3(1-x) \geq \log_3(3-x)+\log_3(1-x)+\log_3(x+2).$$
Неравенство определено при $-2<x<1$, поэтому при $-2<x<1$ неравенство принимает вид:
$$4 \geq (3-x)(x+2);\ 4 \geq 6-x-x^2;\ x^2-x-2 \geq 0,$$
откуда $x \leq -1$; $x \geq 2$. Учитывая ограничение $-2<x<1$, получаем: $-2<x \leq -1$.
Ответ $(-2;-1]$.

15) $\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3)+\log_3(x+2)$

$\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3)(x+2)$

$\log_3(4-4x) - \log_3(x^2-4x+3)(x+2) \geq 0$

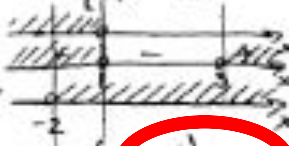
$\log_3 \frac{4-4x}{(x^2-4x+3)(x+2)} \geq 0$

$\log_3 \frac{4-4x}{(x^2-4x+3)(x+2)} \geq \log_3 3^0$, т.к. $3>1$ знак не меняем

$\frac{4-4x}{(x^2-4x+3)(x+2)} - 1 \geq 0$

см. доп. бланк ответов лист 3

ОДЗ:
$\begin{cases} 4-4x>0 \\ x^2-4x+3>0 \\ x+2>0 \end{cases}$
$\begin{cases} x<1 \\ (x-3)(x-1)>0 \\ x>-2 \end{cases}$



$x \in (-2;1)$

$\frac{(4-4x)-(x^2-4x+3)(x+2)}{(x^2-4x+3)(x+2)} \geq 0$

$\frac{4-4x-x^3+4x^2-3x-2x^2+8x-6}{(x-3)(x-1)(x+2)} \geq 0$

$\frac{-x^3+2x^2+x-2}{(x-3)(x-1)(x+2)} \geq 0$

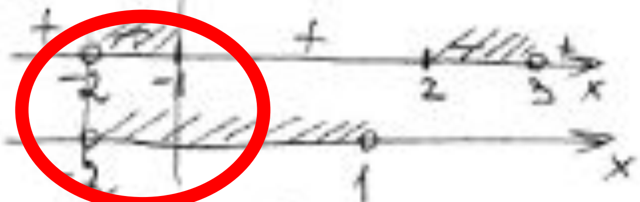
$\frac{x^3-2x^2-x+2}{(x-3)(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\frac{x^2(x-2)-(x-2)}{(x-3)(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\frac{(x^2-1)(x-2)}{(x-3)(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\frac{\cancel{(x-1)}(x+1)(x-2)}{(x-3)\cancel{(x-1)}(x+2)} \leq 0$

$\frac{(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+2)} \leq 0$, $x \neq 3$, $x \neq -2$



$x \in (-2;1]$

Ответ. $x \in (-2;1]$

Решите неравенство $\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3)+\log_3(x+2)$.

Решение.
Запишем исходное неравенство в виде:

$$\log_3(4(1-x)) \geq \log_3((3-x)(1-x))+\log_3(x+2);$$

$$\log_3 4+\log_3(1-x) \geq \log_3(3-x)+\log_3(1-x)+\log_3(x+2).$$

Неравенство определено при $-2<x<1$, поэтому при $-2<x<1$ неравенство принимает вид:

$$4 \geq (3-x)(x+2);\ 4 \geq 6-x-x^2;\ x^2-x-2 \geq 0,$$

откуда $x \leq -1$; $x \geq 2$. Учитывая ограничение $-2<x<1$, получаем: $-2<x \leq -1$.

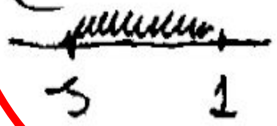
Ответ $(-2;-1]$.

(15) $\log_2(14-14x) \ge \log_2(x^2-5x+4)+\log_2(x+5)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 14-14x>0 \\ x^2-5x+4>0 \\ x+5>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<1 \\ x>-5 \end{cases}$$



$$\log_2(14-14x) \ge \log_2(x-1)(x-4)(x+5)$$

$$14(x-1) \ge (x-1)(x-4)(x+5)$$

$$14(x-1)-(x-1)(x-4)(x+5) \ge 0$$

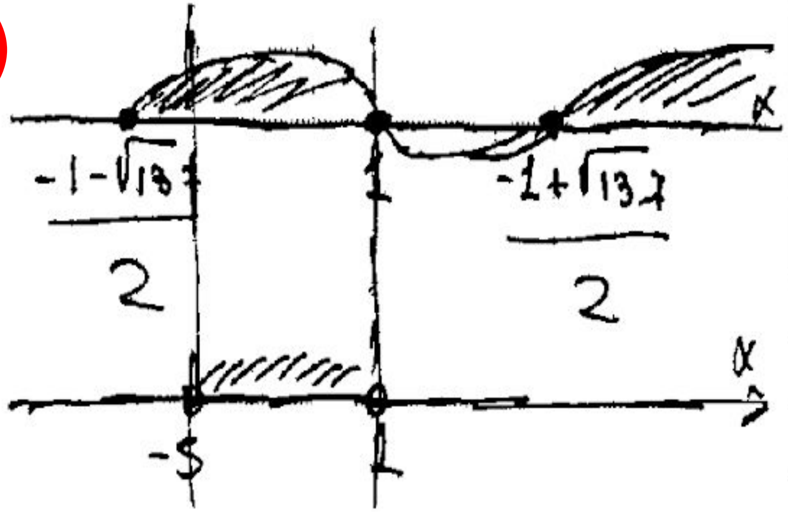
$$(x-1)\left(14-(x-4)(x+5)\right) \ge 0$$

$x=1$ $\qquad 14-(x^2+x-20)=0$

$$14-x^2-x+20=0$$

$$x^2+x-34=0$$

$x_1=\dfrac{-1+\sqrt{137}}{2}$ $\qquad x_2=\dfrac{-1-\sqrt{137}}{2}$



$x \in (-5;1)$

Ответ: $x \in (-5;1)$

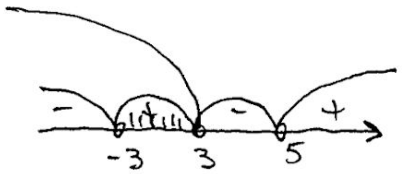
N 15

$\log_6(21-7x) \geq \log_6(x^2-8x+15) + \log_6(x+3)$

$\log_6(21-7x) \geq \log_6((x^2-8x+15)(x+3))$

ОДЗ:

$\begin{cases} 21-7x>0 \\ (x^2-8x+15)(x+3)>0 \end{cases}$



$\begin{cases} x<3 \\ (x-3)(x-5)(x+3)>0 \end{cases}$

$-3<x<3$

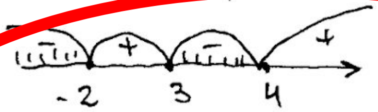
$21-7x \geq (x^2-8x+15)(x+3)$

$(x-3)(x-5)(x+3)+7(x-3) \leq 0$

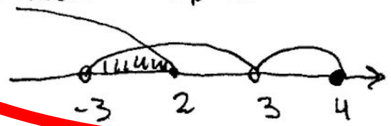
$(x-3)(x^2-2x-15+7) \leq 0$

$(x-3)(x^2-2x-8) \leq 0$

$(x-3)(x+2)(x-4) \leq 0$



С учетом ОДЗ



Ответ: $x \in [-3; -2]$

15. $\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3) + \log_3(x+2)$

ОДЗ:
$$\begin{cases} 4-4x>0 \\ x^2-4x+3>0 \\ x+2>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x<1 \\ x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty) \\ x>-2 \end{cases}$$

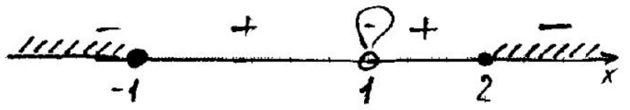
$$\log_3\left(\frac{(x^2-4x+3)(x+2)}{4-4x}\right) \leq 0$$

$$\frac{(x^2-4x+3)(x+2)}{4-4x} \leq 1$$

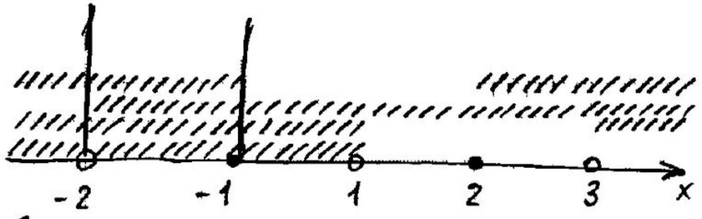
$$\frac{x^3-2x^2-5x+6-4+4x}{4-4x} \leq 0$$

$$\frac{x^3-2x^2-x+2}{-4(x-1)} \leq 0$$

$$\frac{(x^2-1)(x-2)}{-4(x-1)} \leq 0$$



$x\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$



Ответ: $(-2;-1]$

№15.

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geqslant \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

ОДЗ
$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_4 x - 3 \neq 0 \\ \log_4(64x) \neq 0 \\ \log_4^2 x - 9 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_4 x \neq 3 \\ 64x \neq 1 \\ (\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 64 \\ x \neq \frac{1}{64} \\ \log_4 x \neq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 64 \\ x \neq \frac{1}{64} \end{cases}$$

$x \in (0; \frac{1}{64}) \cup (\frac{1}{64}; 64) \cup (64; +\infty)$

$$\frac{\log_4 x + 3}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4 x + 3} \geqslant \frac{4\log_4 x + 16}{(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3)}$$

$t = \log_4 x \qquad t \neq \pm 3$

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} \geqslant \frac{4t+16}{(t-3)(t+3)}$$

$$\frac{(t+3)^2 + (t-3)^2 - 4t - 16}{(t-3)(t+3)} \geqslant 0$$

$$\frac{t^2 + 6t + 9 + t^2 - 6t + 9 - 4t - 16}{(t-3)(t+3)} \geqslant 0$$

$$\frac{2t^2 - 4t + 2}{(t-3)(t+3)} \geqslant 0 \qquad \frac{t^2 - 2t + 1}{(t-3)(t+3)} \geqslant 0 \qquad \frac{(t-1)^2}{(t+3)(t-3)} \geqslant 0$$

$t \in (-\infty; -3) \cup \{1\} \cup (3; +\infty) \Rightarrow \log_4 x \in (-\infty; -3) \cup \{1\} \cup (3; +\infty) \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (0; \frac{1}{64}) \cup \{4\} \cup (64; +\infty)$

Ответ: $x \in (0; \frac{1}{64}) \cup \{4\} \cup (64; +\infty)$

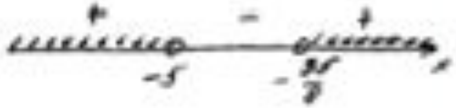
2 балла

$\log_{11}(8x^2+7)-\log_{11}(x^2+x+1)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

ОДЗ: $8x^2+7>0 \Rightarrow x\in R$

$x^2+x+1>0$ $D<0 \Rightarrow x\in R$

$\frac{x}{x+5}+7>0$ $\frac{x+7x+35}{x+5}>0$ $\frac{8x+35}{x+5}>0$



$x\in(-\infty;-5)\cup(-\frac{35}{8};+\infty)$

$\log_{11}\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

$11>1 \Rightarrow$ переходим к неравенству того же знака:

$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$\frac{8x^2+8x+8-8x-1}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$8-\frac{8x+1}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$\frac{x}{x+5}+\frac{8x+1}{x^2+x+1}-1\leq0$

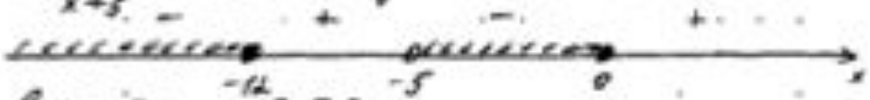
$\frac{x(x^2+x+1)+(8x+1)(x+5)-(x+5)(x^2+x+1)}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq0$

$\frac{x^3+x^2+x+8x^2+40x+x+5-x^3-x^2-x-5x^2-5x-5}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq0$

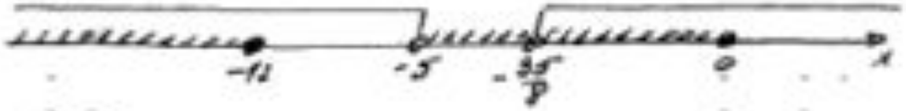
$\frac{3x^2+36x}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq0$

$\frac{x^2+12x}{x+5}\leq0$ т.к. $x^2+x+1>0$ при $x\in R$.

$\frac{x(x+12)}{x+5}\leq0$ Нули: $0; -12; -5$. Воспользуемся методом интервалов:



С учётом ОДЗ:



Ответ: $x\in(-\infty;-12]\cup(-\frac{35}{8};0]$.

2 балла