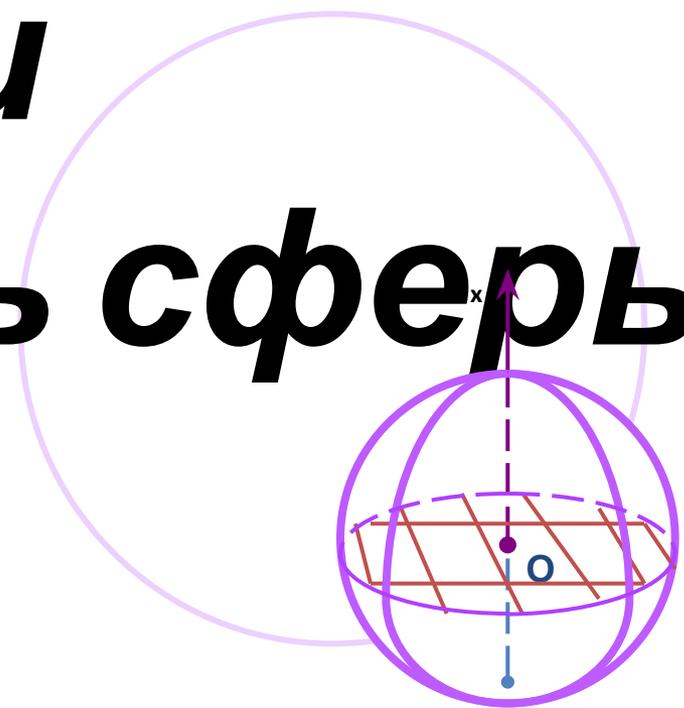
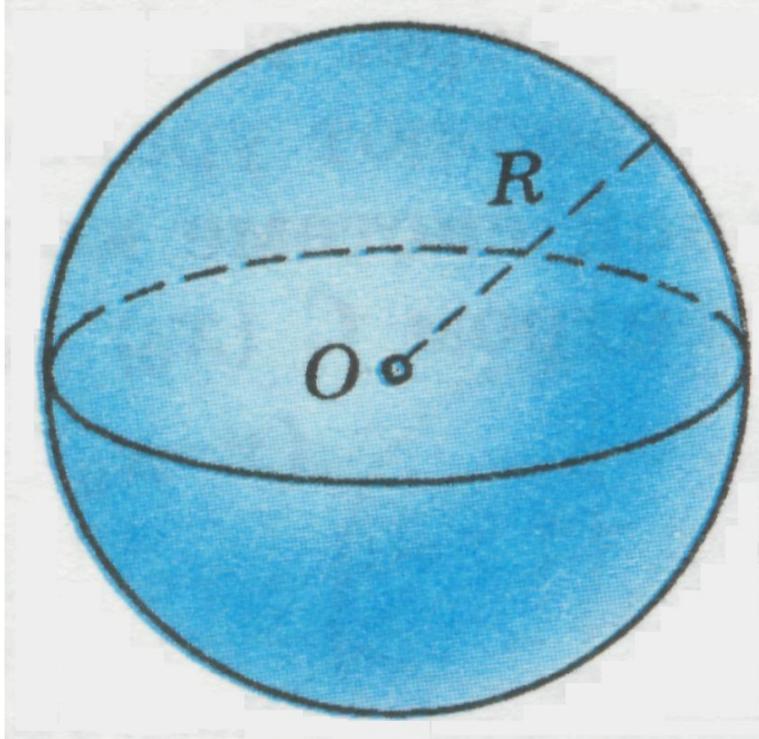


Объем шара
и
площадь сферы

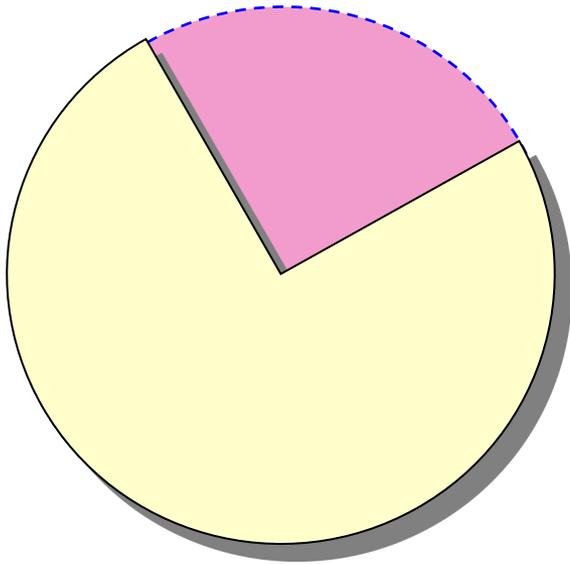


Сфера



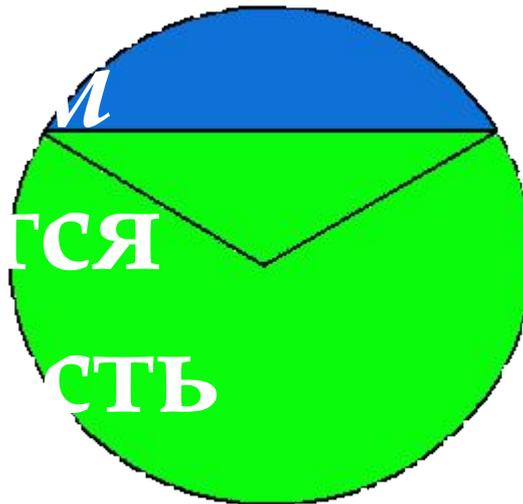
- **Сферой** называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки
- **Центром сферы** является данная точка, в данном случае точка O .
- **Радиусом сферы** является любой отрезок, соединяющий центр и какую-нибудь точку сферы.

Круговой сектор

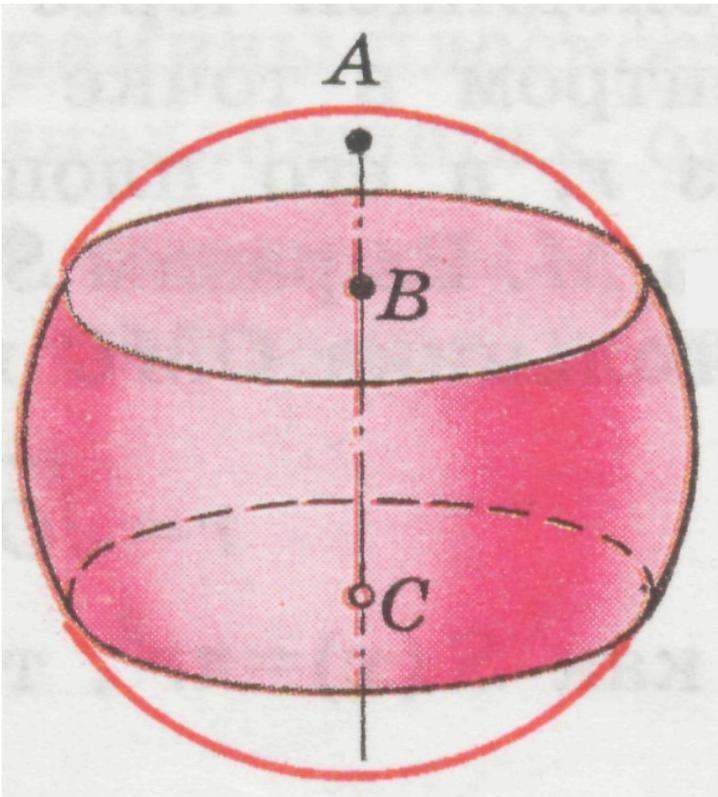


Круговым сектором или просто сектором называется часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, соединяющими концы дуги с центром круга. Дуга, которая ограничивает сектор, называется дугой сектора.

Круговой сегмент

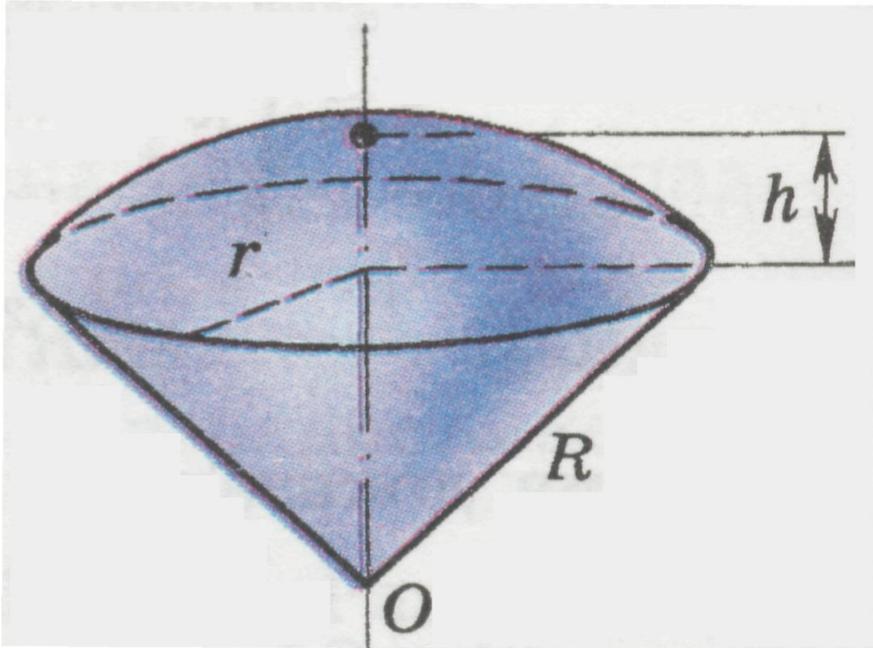


Шаровой слой



- **Шаровым слоем** называется часть шара, заключенная между двумя параллельными секущими плоскостями.
- **Основаниями шарового слоя** являются круги, получившиеся в сечении шара этими плоскостями.
- **Высотой шарового слоя** является расстояние между плоскостями.

Шаровой сектор



- **Шаровым сектором** называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом, меньшим 90° , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.
- **Шаровой сектор состоит** из шарового сегмента и конуса, где R – это радиус шара.
- **Высотой шарового сектора** является высота шарового сегмента и она равна h .

Формулы для вычисления объема: шара, шарового сектора, шарового слоя, шарового сектора и площади сферы

- Площадь сферы равна:

$$S = 4\pi R^2,$$

где R – это радиус сферы

- Объем шара равен:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 1\frac{1}{3}\pi R^3$$

где R – это радиус шара

- Объем шарового сегмента равен:

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3}h \right),$$

где R – это радиус шара, а h – это высота сегмента

- Объем шарового слоя равен:

$$V = V_1 - V_2,$$

где V_1 – это объем одного шарового сегмента, а V_2 – это объем второго шарового сегмента

- Объем шарового сектора равен:

$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h,$$

где R – это радиус шара, а h – это высота шарового сегмента

Разобрать задачи

Задача 1

Дано:

круг, сфера

R — радиус сферы, $R = 5$ м

$$S_{\text{сф.}} = S_{\text{кр.}}$$

Найти: r — радиус круга

Решение:

1) Площадь сферы:

$$S = 4 R^2, R = 5 \text{ м}$$

$$S_{\text{сф.}} = 4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100 \text{ (м}^2\text{)}$$

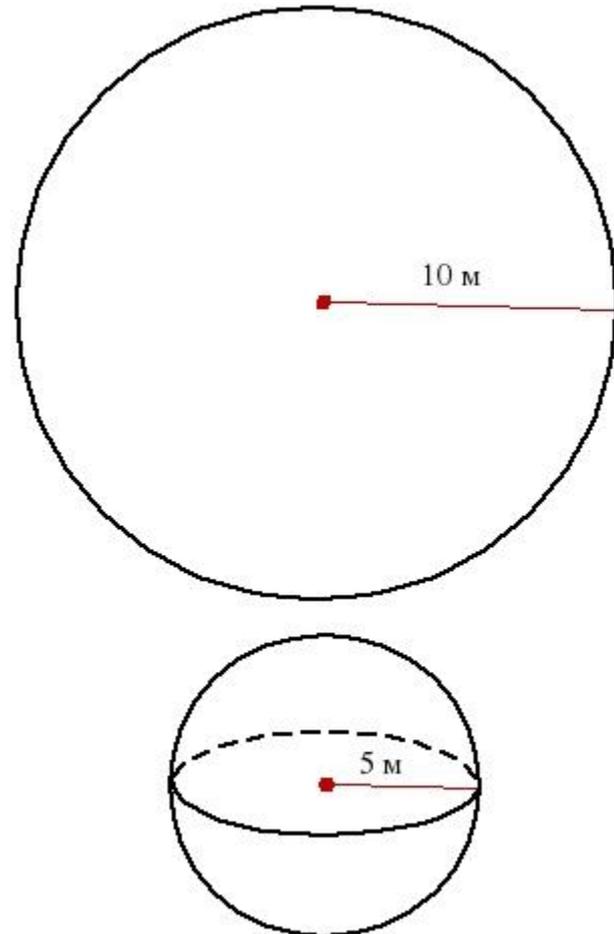
2) Площадь круга:

$$S = \pi r^2, r \text{ — радиус круга}$$

$$S_{\text{сф.}} = S_{\text{кр.}} \text{ и } r^2 = 100$$

$$r^2 = 100, r = 10 \text{ (м)}$$

Ответ: $r = 10$ м



Задача 2

Дано:

шар

r_1, r_2 — радиусы сечений

$r_1 = 9$ см, $r_2 = 12$ см

$O_1O_2 = 3$ см (расстояние между сечениями)

Найти: $V_{\text{шара}}$

Решение:

1) Найдём радиус шара:

Проведём ось OX плоскостям сечений, она пройдёт через точки O_1 и O_2

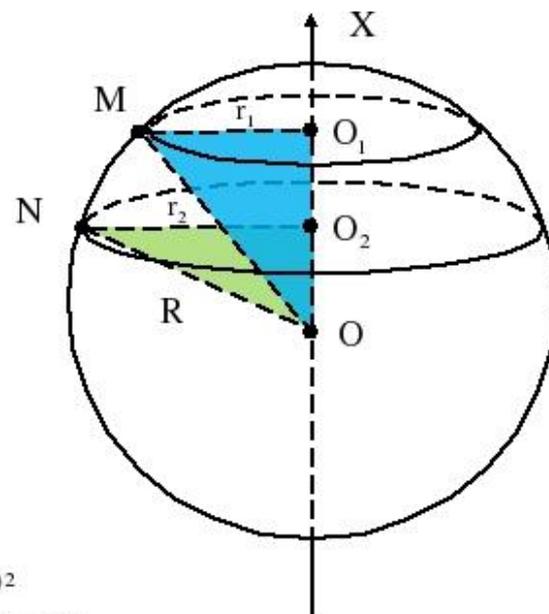
$\triangle OO_1M$ и $\triangle OO_2N$ — прямоуго.

$OO_2 = x$

$ON^2 = OO_2^2 + O_2N^2 = x^2 + r_2^2 =$
 $= x^2 + 12^2$

$OO_1 = OO_2 + O_1O_2 = x + 3$

$OM^2 = OO_1^2 + O_1M^2 = (x + 3)^2 + r_1^2 =$
 $= (x + 3)^2 + 9^2$



$$OM = ON = R$$

$$x^2 + 12^2 = (x + 3)^2 + 9^2$$

$$x^2 + 144 = x^2 + 6x + 9 + 81$$

$$6x = 54 \quad \text{и} \quad x = 9$$

$$OO_2 = 9$$

$$R = ON = \sqrt{OO_2^2 + O_2N^2} = \sqrt{81 + 144} = 15$$

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 15^3 = 4500 \pi$$

Ответ: $V_{\text{шара}} = 4500$

3

Выполните задания.

1. Куб вписан в шар радиуса $8\sqrt{3}$.
Найдите объем куба.

2. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 45.
Найдите объем шара.

Задачу № 4 решите, введением системы координат. (на оценку 5, всем можно не решать)

3. Середина ребра куба со стороной 1,8 является центром шара радиуса 0,8. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите S/π .

4. Длина диагонали куба $AB_1C_1D_1$ равна 3. На луче A_1C_1 отмечена точка P так, что $A_1P = 4$.

- а) Докажите, что PB_1DC_1 — правильный тетраэдр.
- б) Найдите длину отрезка AP .