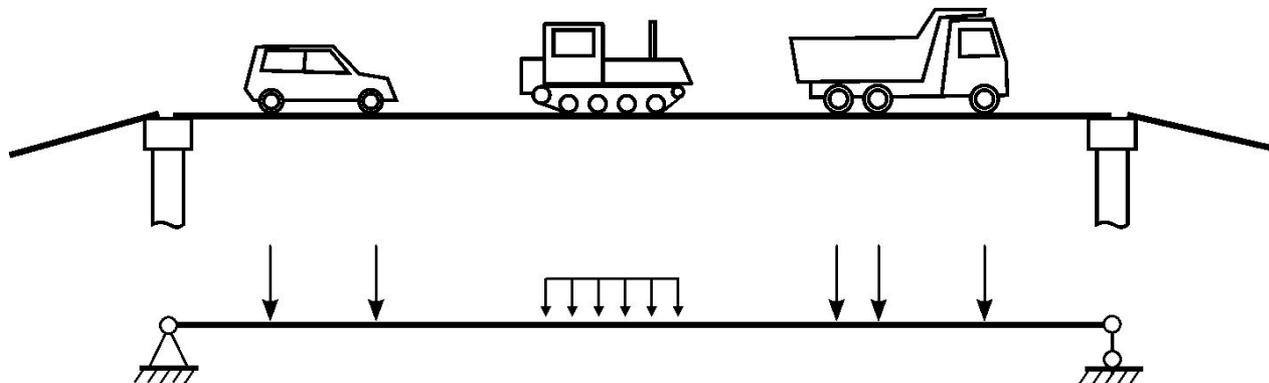


Лекция 5

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ НА ПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКУ

Подвижной нагрузкой называется нагрузка, движущаяся по сооружению с некоторой скоростью.

Например, подвижной нагрузкой является транспорт, движущийся по мосту. Ее можно рассматривать как систему подвижных взаимосвязанных и параллельных сил:



1. Методы расчета на подвижную нагрузку

Подвижная нагрузка вызывает в элементах сооружения переменные внутренние усилия.

Расчет на подвижную нагрузку, даже без учета динамических эффектов, сложнее расчета на постоянную нагрузку, т.к. приходится решать несколько задач:

- 1) определять наиболее опасное (расчетное) положение нагрузки;
- 2) определять наибольшее (расчетное) значение этой нагрузки;
- 3) рассчитывать сооружение на расчетную нагрузку.

Расчет на подвижную нагрузку можно вести двумя методами.

1) Общий метод

Сущность метода:

- подвижная нагрузка рассматривается целиком и обозначается одной координатой;
- искомое внутреннее усилие выражается как функция этой координаты;
- полученная функция исследуется на экстремум и определяется расчетное положение нагрузки;
- вычисляется расчетное значение внутреннего усилия.

Этот метод универсален, но сложен для реализации.

2) Метод линий влияния

Сущность метода:

- искомая величина (внутреннее усилие, реакция и др.) определяется как функция от подвижной единичной силы;
- строится график этой функции;
- находятся расчетное положение и расчетное значение искомой величины.

Метод линий влияния более прост для реализации, т.к. позволяет достаточно просто определять расчетное положение и величину нагрузки, при которой возникают наибольшие внутренние усилия.

Линия влияния (ЛВ) – это график зависимости некоторой величины от подвижной единичной силы $P=1$.

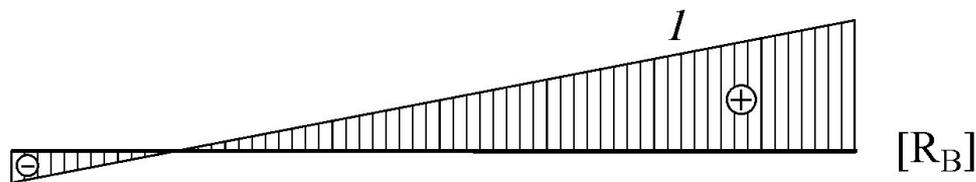
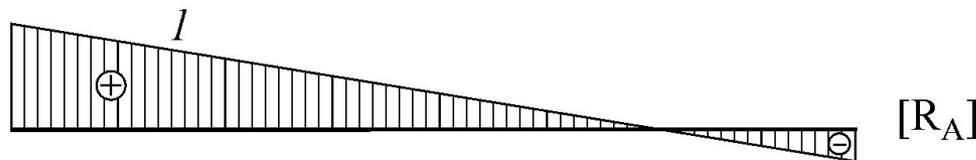
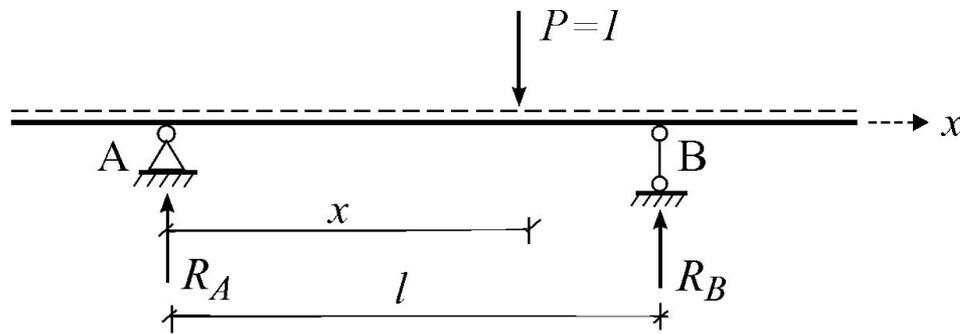
ЛВ и эпюру нельзя путать, т.к.:

- эпюра показывает значение внутреннего усилия для всех точек (сечений) от постоянной нагрузки;
- ЛВ показывает значение внутреннего усилия от подвижной единичной силы $P=1$ только для одного сечения.

2. Построение линий влияния усилий простой балки

Рассмотрим консольную балку с подвижной нагрузкой $P=1$.

1) Линии влияния опорных реакций



а) ЛВ R_A

$$\Sigma M_B = -R_A \cdot l + 1 \cdot (l - x) = 0.$$

$$R_A = \frac{l - x}{l}.$$

Если $x=0$, то $R_A=1$;

если $x=l$, то $R_A=0$.

Через эти точки проводим прямую и получаем ЛВ R_A .

б) ЛВ R_B

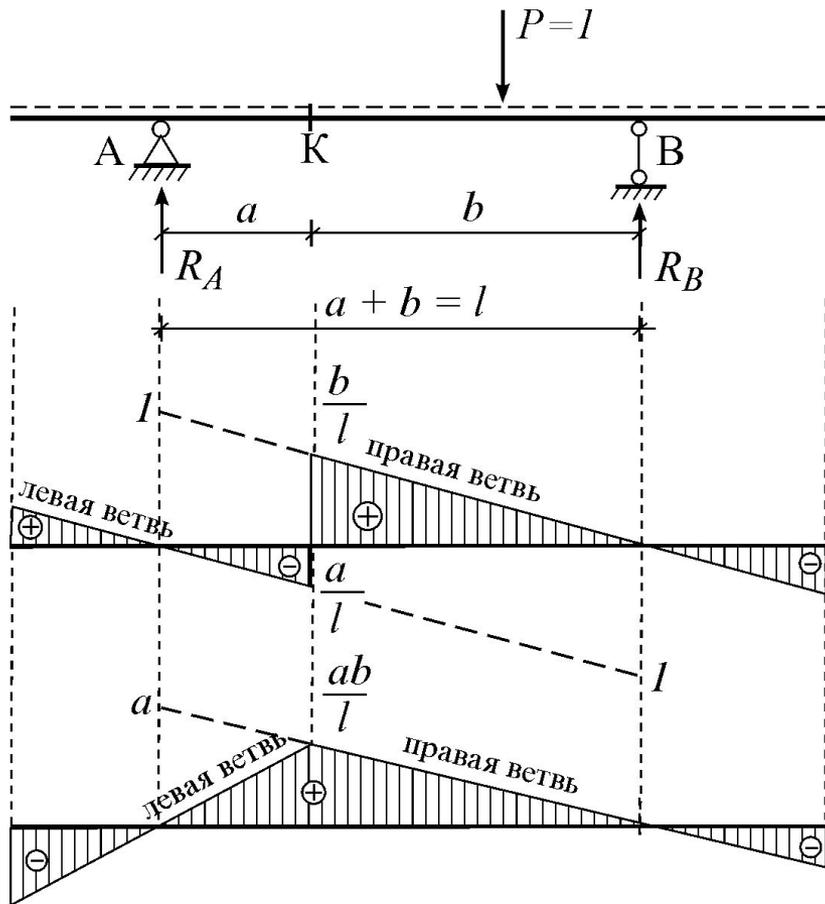
$$\Sigma M_A = R_B \cdot l - 1 \cdot x = 0.$$

$$R_B = \frac{x}{l}.$$

При $x=0$ $R_B=0$; при $x=l$ $R_B=1$.

Через эти точки проводим прямую и получаем ЛВ R_B .

2) Линии влияния поперечной силы и момента



Они зависят от положения сечения, в котором определяются.

а) Единичная сила левее K:

Внутренние усилия проще определяются справа:

$$Q_K = -R_B, \quad M_K = R_B \cdot b.$$

Эти две функции определяют **левые ветви ЛВ** поперечной силы и момента.

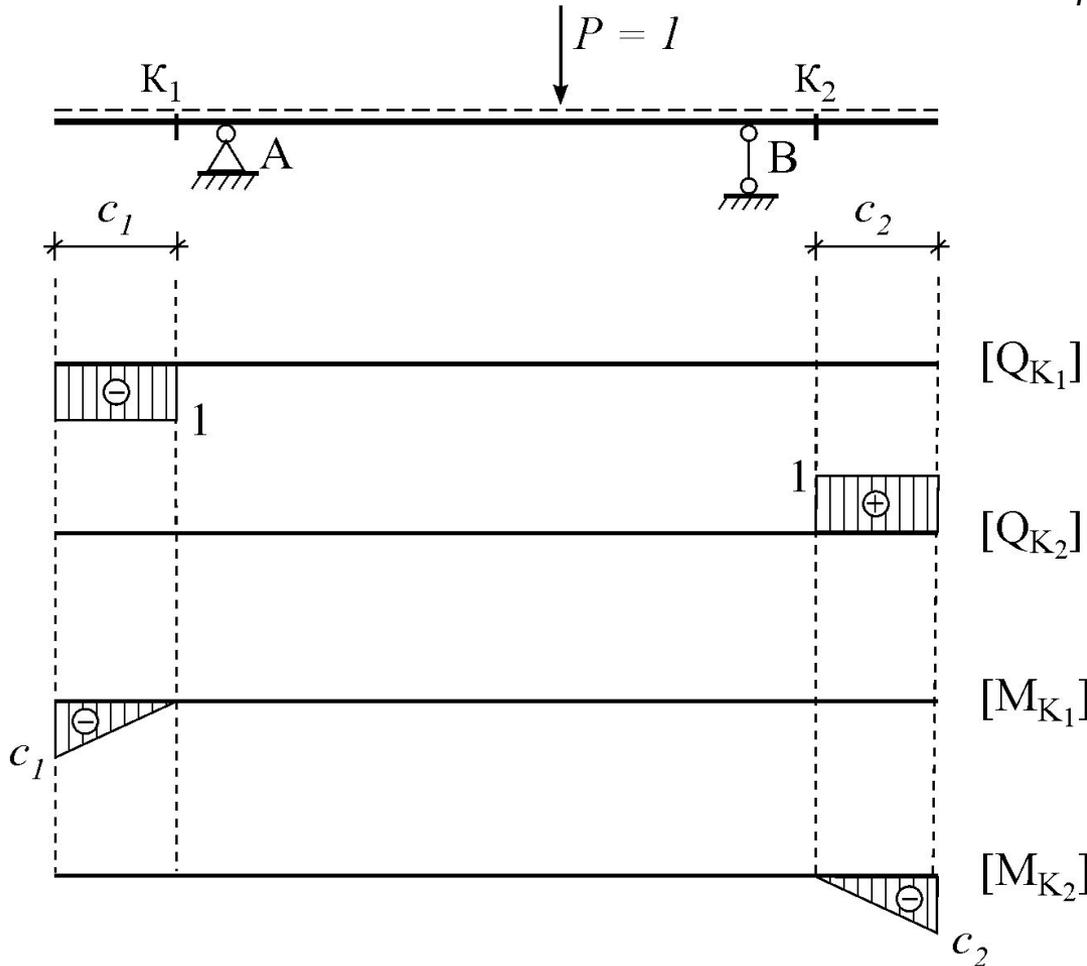
б) Единичная сила правее K:

Внутренние усилия проще определяются слева:

$$Q_K = R_A, \quad M_K = R_A \cdot a.$$

Эти две функции определяют **правые ветви ЛВ** поперечной силы и момента.

Когда сечение располагается на консольных частях балки, **ЛВ M и Q** будут другими. Например, для сечений K_1 и K_2 они имеют вид:



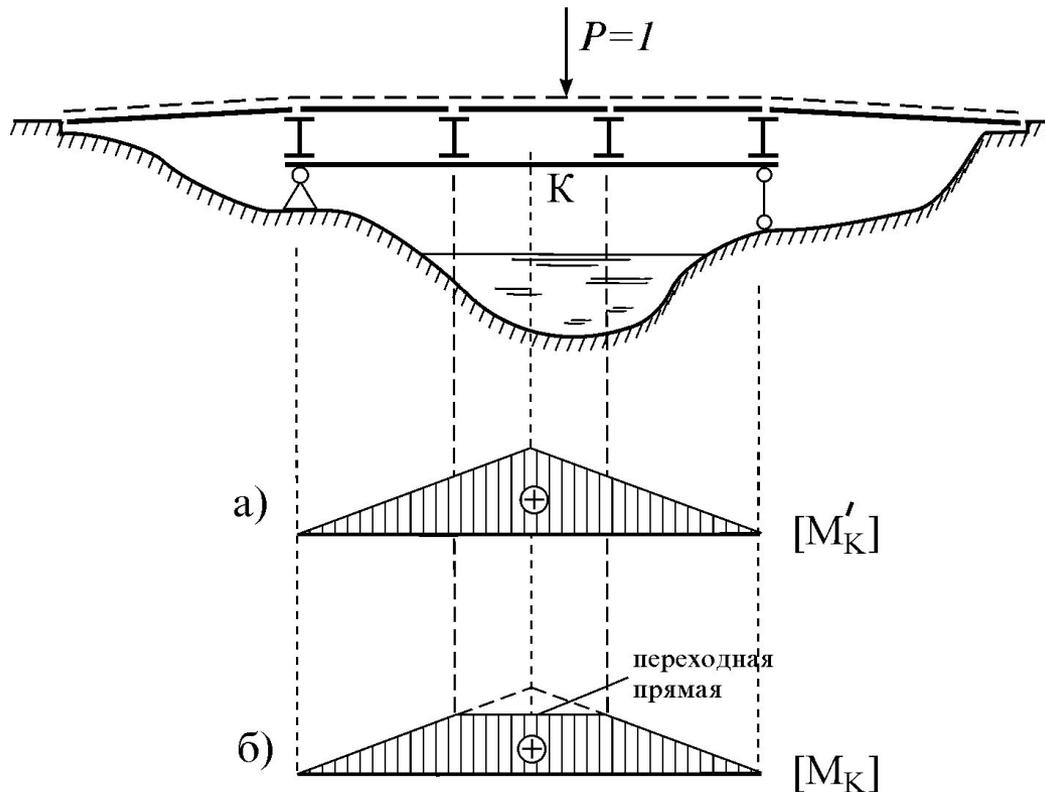
Если имеются консоли с заделками слева или справа, ЛВ их внутренних усилий можно получить из этих же ЛВ, считая что в точках A и B имеются заделки.

Полученные ЛВ используются как известные решения при расчете аналогичных балок и как промежуточные решения при расчете многопролетных балок.

3. Построение ЛВ при узловой передаче нагрузки

В некоторых сооружениях нагрузка на их несущую часть может передаваться через вспомогательные балки. Такая конструктивная схема часто используется в мостах: там на главные балки накладываются поперечные балки, а на них – настил.

В таких сооружениях нагрузка на главные балки передается через узлы пересечения главной балки с поперечными балками.



Например, если в этой системе нагрузка действовала бы только на главную балку, ЛВ момента M_K была бы как на рис. а.

Но, когда единичная сила находится между средними поперечными балками, ЛВ сглаживается (рис. б).

4. Определение усилий по ЛВ

Пусть ЛВ какого-то усилия S определяется уравнением $y=f(x)$. По его графику можно определять усилие S от произвольной нагрузки.

а) Действие сосредоточенной силы

Если система упругая, то внутреннее усилие прямо пропорционально нагрузке:

$$S = P y.$$

Если действуют несколько сил, то внутреннее усилие определяется по принципу суперпозиции:

$$S = \sum P_i y_i.$$

б) Действие распределенной нагрузки

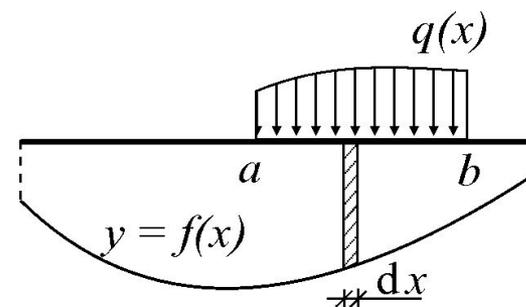
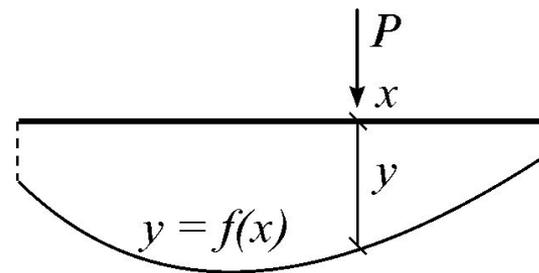
Если рассматривать элементарную силу $q(x)dx$ как сосредоточенную силу, то

$$S = \int_a^b q(x) y dx.$$

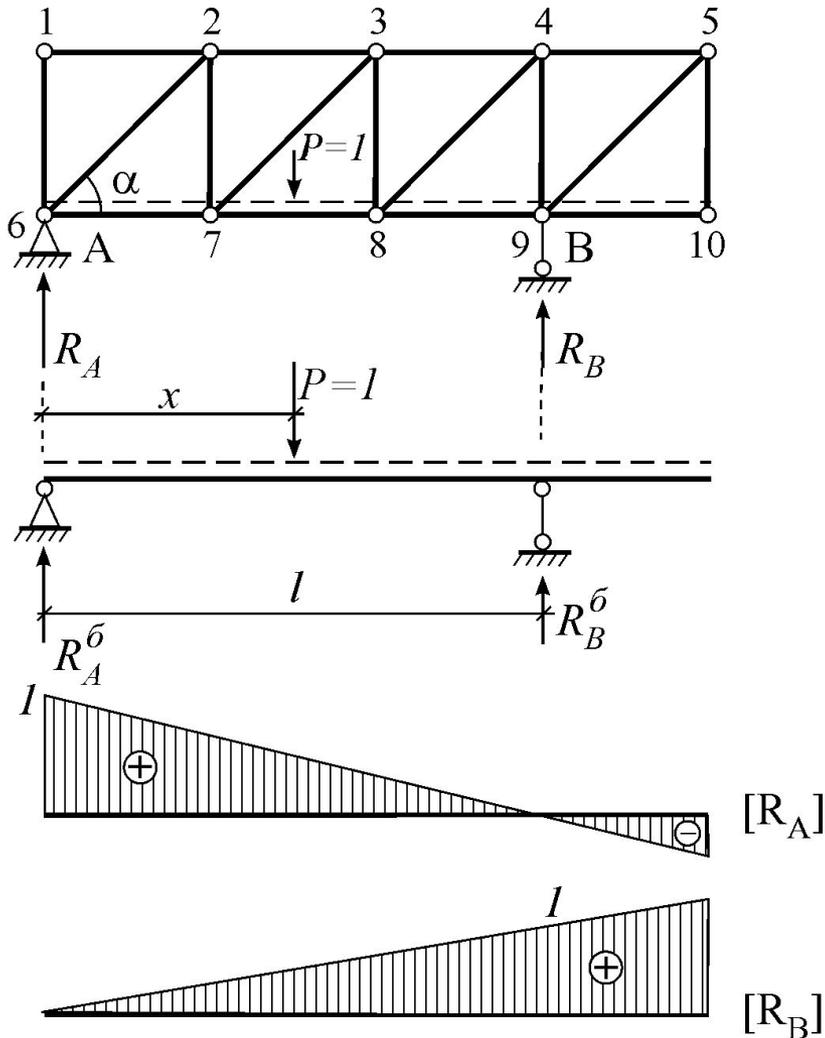
Когда $q(x)=q=const$, то $S = q \int_a^b y dx = q \omega$. Здесь ω – площадь ЛВ под нагрузкой.

Если на сооружение действуют несколько сосредоточенных сил и распределенных нагрузок, то по принципу суперпозиции

$$S = \sum P_i y_i + \sum q_j \omega_j.$$



5. Построение ЛВ усилий фермы



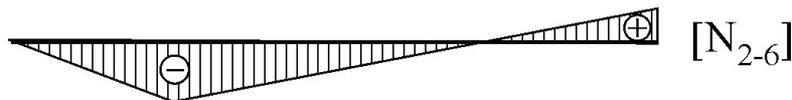
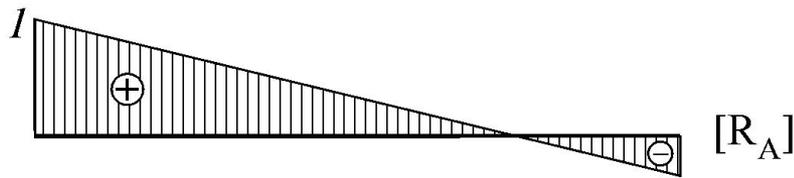
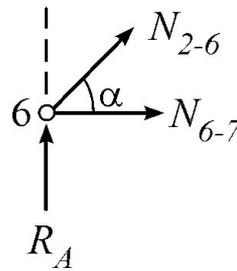
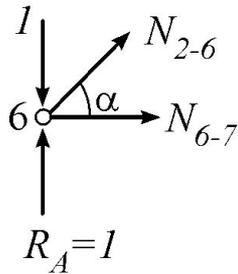
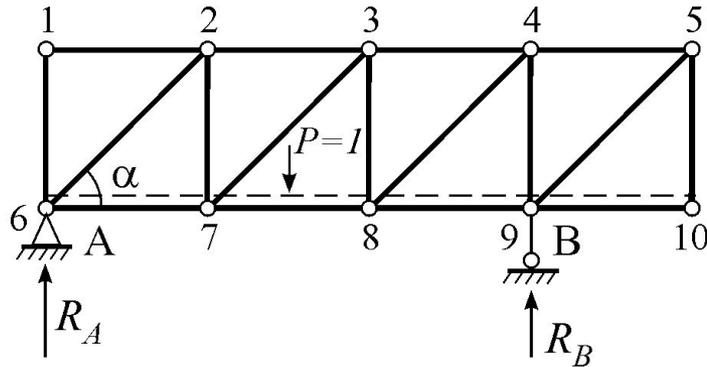
Рассмотрим следующую ферму.

При действии только вертикальной нагрузки ее опорные реакции будут такими же как у вспомогательной балки.

Поэтому ЛВ опорных реакций R_A и R_B фермы будут аналогичны ЛВ опорных реакций этой балки.

ЛВ усилий фермы определим методами вырезания узлов и сквозных сечений.

а) Использование метода вырезания узлов



$1/\sin\alpha$

Вырежем узел 1. По признаку 1

$$N_{1-6}=0.$$

Затем вырежем узел 6. Здесь могут быть два случая:

1) единичная сила $P=1$ находится в этом узле; тогда

$$\sum Y = N_{2-6} \sin\alpha + 1 - 1 = 0.$$

Отсюда $N_{2-6} = 0$.

2) единичная сила $P=1$ находится вне узла; тогда

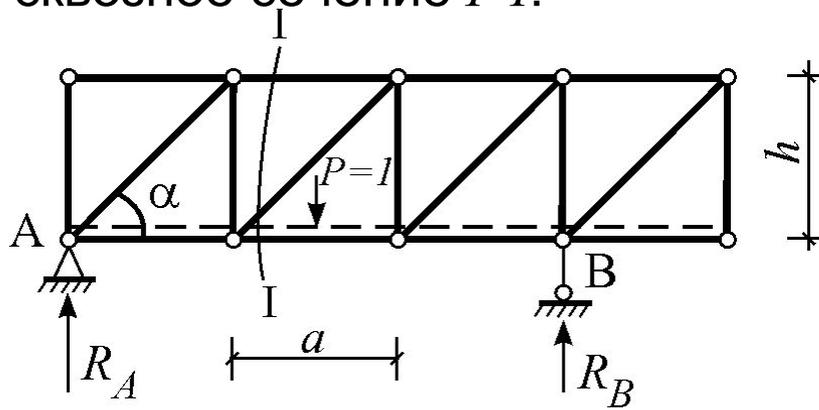
$$\sum Y = N_{2-6} \sin\alpha + R_A = 0.$$

Отсюда $N_{2-6} = -\frac{1}{\sin\alpha} \cdot R_A$.

Используя ЛВ опорной реакции R_A строим ЛВ этого усилия.

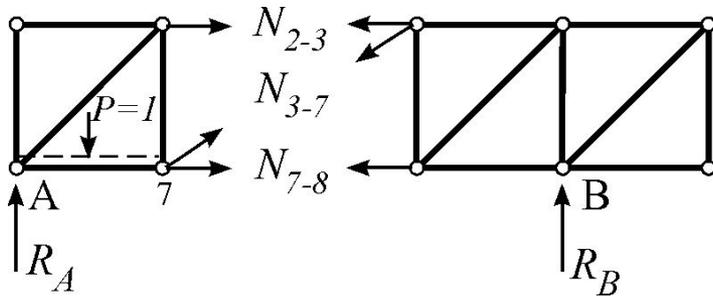
б) Использование метода сквозных сечений

Проведем сквозное сечение I-I:



Единичная сила может находиться в обеих частях от сечения:

1) единичная сила левее сечения:

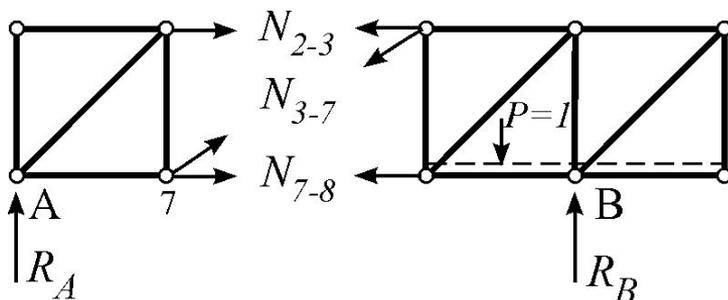


$$\sum M_7^{np} = N_{2-3} \cdot h + R_B \cdot 2a = 0;$$

$$\sum Y^{np} = -N_{3-7} \cdot \sin \alpha + R_B = 0.$$

Отсюда $N_{2-3} = -2 \frac{a}{h} R_B$, $N_{3-7} = \frac{1}{\sin} R_B$.

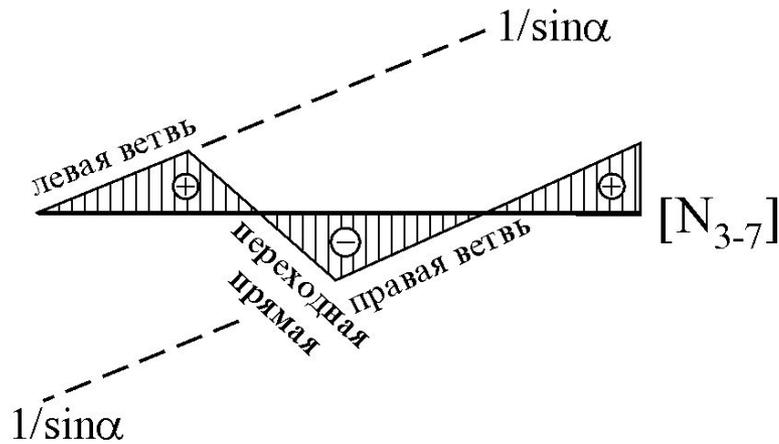
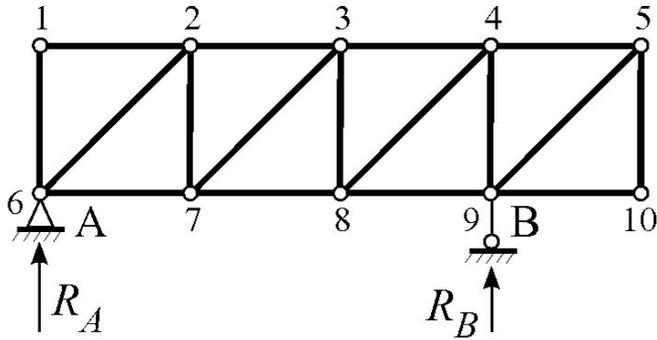
2) единичная сила правее сечения:



$$\sum M_7^{лев} = -N_{2-3} \cdot h - R_A \cdot a = 0;$$

$$\sum Y^{лев} = N_{3-7} \cdot \sin \alpha + R_A = 0.$$

Отсюда $N_{2-3} = -\frac{a}{h} R_A$, $N_{3-7} = -\frac{1}{\sin} R_A$.



В первом случае определяем ординаты ЛВ этих усилий между узлами 6-7, т.е. определяем их **левые ветви**.

Во втором случае определяем ординаты обеих ЛВ между узлами 8-10, т.е. определяем их **правые ветви**.

Соединив точки между узлами 7-8, получим **переходную прямую** и окончательный вид ЛВ.

Как видно из примеров, у ЛВ продольных усилий фермы есть следующие свойства:

- **ветви ЛВ пересекаются под моментной точкой;**
- **если моментной точки нет, ветви ЛВ параллельны.**