

ЛЕКЦИЯ

***«Распадающиеся
уравнения.»***



Определе

ние

Уравнение вида $A(x) \cdot B(x) = 0$, где $A(x)$ и $B(x)$ - многочлены относительно x , называют распадающимися уравнениями.

Множество всех корней распадающегося уравнения есть объединение множеств всех корней $A(x) = 0$ и $B(x) = 0$ двух уравнений и .

Приме

р 1

Решить уравнение

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 + x - 2) = 0.$$

Решен

ие

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 + x - 2) = 0.$$

Произведение двух чисел равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из сомножителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла.

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + x - 2 = 0$$

Пример

р 1

Решить уравнение

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 + x - 2) = 0.$$

Решение

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 + x - 2) = 0.$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 25 - 24 > 0$$

по теореме обратной теореме Виета имеем:

$$x_1 = 3,$$
$$x_2 = 2.$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1 + 8 > 0$$

по теореме обратной теореме Виета имеем:

$$x_1 = 1,$$
$$x_2 = -2.$$

Ответ: -2, 1, 2, 3.

Пример

Решить уравнение $x^3 - 1 = 0$.

Решен

1. Разложим левую часть уравнения на множители, используя формулу разности кубов:

$$(x-1)(x^2+x+1)=0.$$

$$x-1=0$$

$$x_1=1;$$

$$x^2+x+1=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=1-4\cdot 1\cdot 1=-3<0$$

корней нет

Ответ: 1.

Пример

Решить уравнение $x^6 - 1 = 0$.

Решен

1. Разложим левую часть уравнения на множители:

$$x^6 - 1 = 0.$$

$$(x^3)^2 - 1^2 = 0$$

$$(x^3 - 1)(x^3 + 1) = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

Произведение двух чисел равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из сомножителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла.

Пример

Решить уравнение $x^6 - 1 = 0$.

Решен

2. Решим полученное распадающееся

уравнение $(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)=0$

$$x-1=0; \quad x^2+x+1=0; \quad x+1=0; \quad x^2-x+1=0.$$

$$x_1=1; \quad D=b^2-ac \quad x_2=-1; \quad D=b^2-ac$$

$$D=1-4\cdot 1 < 0$$

корней нет

$$D=1-4\cdot 1 < 0$$

корней нет

Ответ: 1; -1

Пример

Решить уравнение $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$.

Решен

$$x^3 - 2x^2 - 3x = 0;$$

$$x(x^2 - 2x - 3) = 0;$$

$$x_1 = 0 \text{ или } x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = k^2 - ac$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 3 = 4 > 0$$

значит уравнение имеет два действительных корня По теореме обратной теореме Виета имеем:

$$x_2 = 3; \quad x_3 = -1.$$

Ответ: $x_1 = 0;$
 $x_2 = 3;$
 $x_3 = -1.$

Приведите пример распадающегося уравнения и объясните, как его решить.

Что значит «уравнение распадается на два уравнения»?

При каких значениях a и b выполняется равенство $a \cdot b = 0$?

Верно ли, что если $b = 0$ и $a \neq 0$?

Равносильны ли уравнения $x^2 - x = 0$ и $x - 1 = 0$?

Является ли число 0 корнем уравнения $3x^4 - x^3 + 5x^2 = 0$?

Решите устно уравнения:

$$(x-1)(x-2)=0;$$

$$(x-3)(x+4)=0;$$

$$(x-7)^2=0;$$

$$(x+4)(x-6)=0;$$

$$x(x-2)=0;$$

$$(x+3)x=0;$$

$$3x^2=0;$$

$$-x^2(3+x)=0.$$

Решить номера №№ 304 и 305 (1 столбик)