

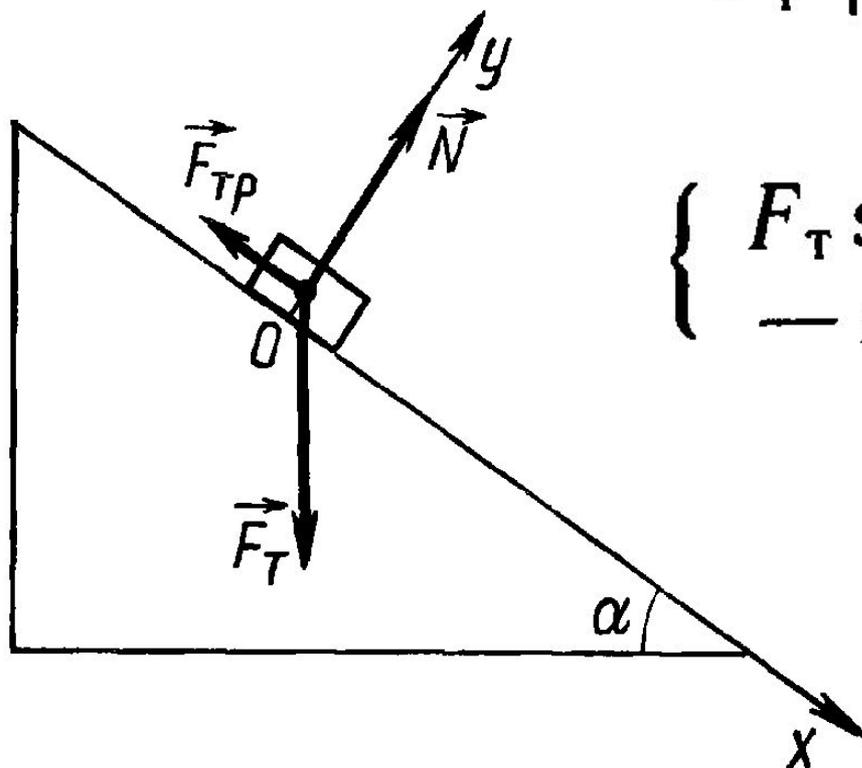
Статика

Равновесие твердого тела.
Решение задач.



Задача 1. При каком предельном угле наклона плоскости к горизонту находящееся на ней тело еще не будет скользить вдоль плоскости, если коэффициент трения между телом и поверхностью μ ?

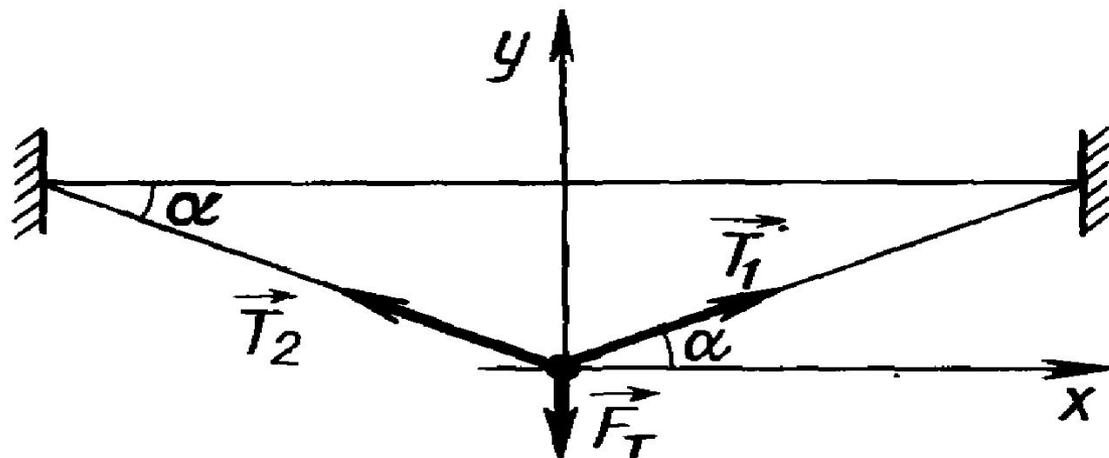
$$\vec{F}_T + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0.$$



$$\begin{cases} F_T \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0, \\ -F_T \cos \alpha + N = 0. \end{cases}$$

Рис. 20

Задача 2. К середине невесомого троса, концы которого жестко закреплены, подвешен груз массой m , под действием которого трос провисает так, что каждая из его половин образует угол α с горизонталью. Определить силы, с которыми трос действует на груз.



Рис

$$\vec{F}_T + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0.$$

$$\begin{cases} T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \alpha = 0, \\ T_1 \sin \alpha - T_2 \sin \alpha - F_T = 0. \end{cases}$$

$$T_1 = T_2 = T \text{ и } T = \frac{mg}{2 \sin \alpha}.$$

Задача 3. Однородную балку массой m , лежащую на земле, поднимают в вертикальное положение с помощью троса, прикрепленного к одному из ее концов и расположенного под углом α к горизонту. Какова будет сила натяжения троса в начальный момент отрыва балки от поверхности Земли?

$$d_1 = \frac{l}{2}, \quad d_2 = l \sin \alpha.$$

Найдем моменты сил:

$$M_1 = F_T d_1 = F_T \frac{l}{2} \quad (F_T = mg),$$

$$M_2 = T l \sin \alpha.$$

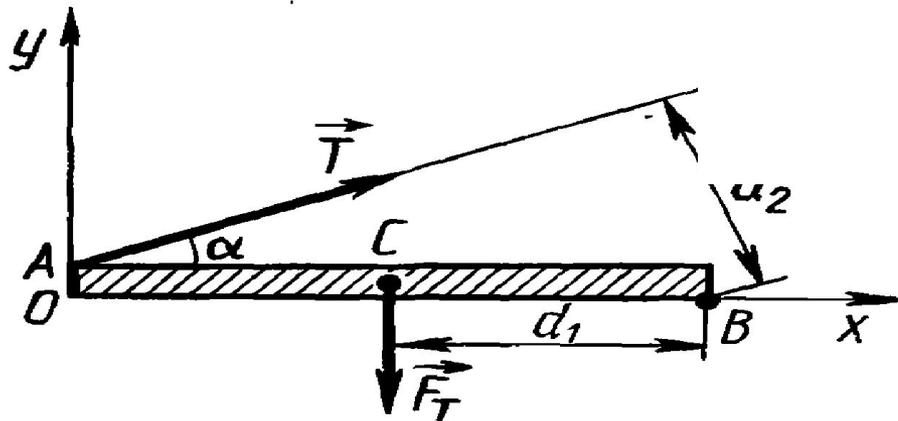


Рис. 22

$$mg \frac{l}{2} - T l \sin \alpha = 0.$$

$$T = \frac{mg}{2 \sin \alpha}.$$

Алгоритм действий

1. *Выбрать систему отсчета.*
2. *Найти все силы, приложенные к телу, находящемуся в равновесии.*
3. *Написать уравнение, выражающее первое условие равновесия, в векторной форме и перейти к скалярной его записи.*
4. *Выбрать ось, относительно которой целесообразно определять моменты сил.*
5. *Определить плечи сил и написать уравнение, выражающее второе условие равновесия.*
6. *Исходя из природы сил, выразить силы через величины, от которых они зависят, и решить полученную систему уравнений относительно искомых величин.*

Задача 4. Однородная лестница прислонена к идеально гладкой стене. При каком предельном угле наклона лестницы к полу она еще не проскальзывает, если коэффициент трения между полом и лестницей μ ?

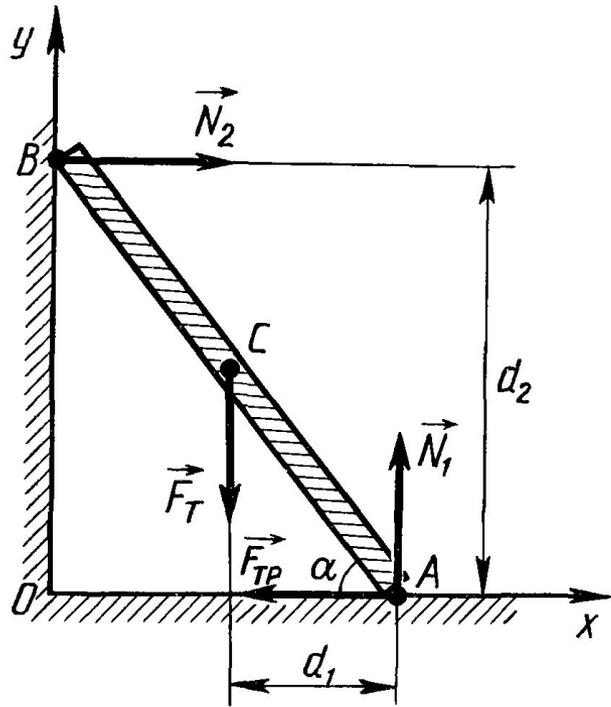


Рис. 23

$$\vec{F}_T + \vec{N}_1 + \vec{F}_{Tp} + \vec{N}_2 = 0,$$

$$\begin{cases} N_2 - F_{Tp} = 0, \\ N_1 - F_T = 0. \end{cases}$$

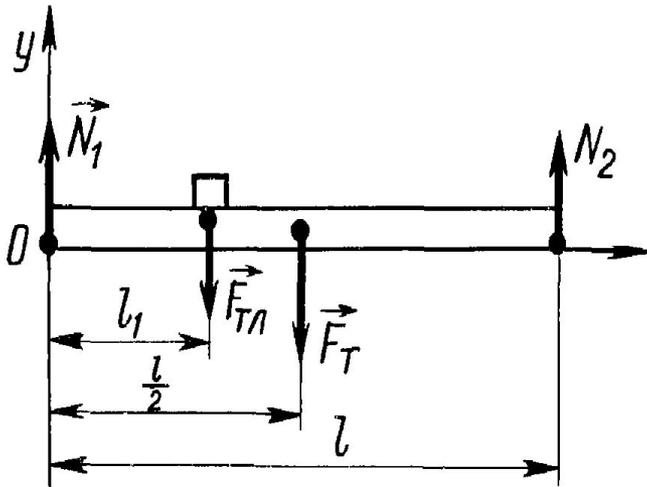
$$F_T \frac{l}{2} \cos \alpha - N_2 l \sin \alpha = 0.$$

$$\begin{cases} N_2 = \mu N_1, \\ N_1 = mg, \\ \frac{1}{2} mg \cos \alpha - N_2 \sin \alpha = 0. \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2\mu}.$$

Задача 5. Балка массой m и длиной l опирается своими концами на опоры. На расстоянии l_1 от левого конца балки лежит груз массой m_1 . Определить силы давления балки на опоры.

$$\vec{F}_T + \vec{F}_{Tл} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0 \text{ и } N_1 + N_2 - F_T - F_{Tл} = 0.$$



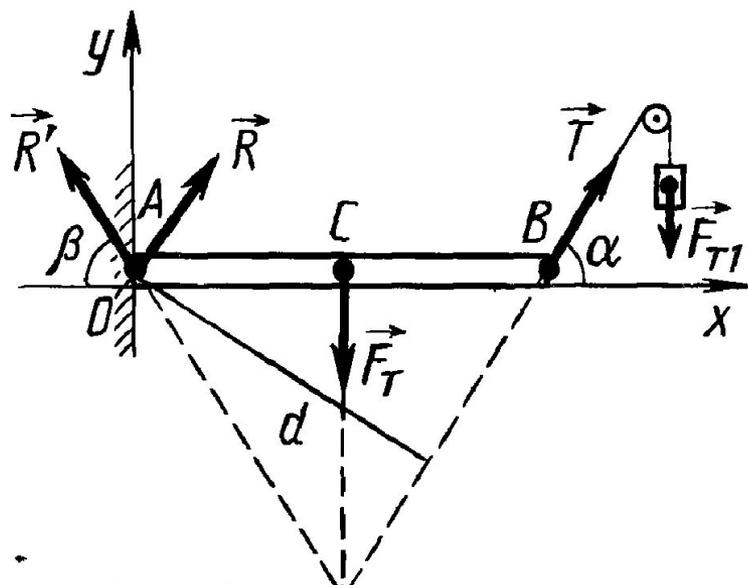
$$-F_{Tл}l - F_T \frac{l}{2} + N_2 l = 0,$$

$$N_2 = \frac{2m_1 g l_1 + m g l}{2l}.$$

$$N_1 = F_T + F_{Tл} - N_2,$$

Рис. 24

Задача 6. На однородный стержень OB массой m , закрепленный у стенки шарнирно в точке O , действует груз, привязанный к нити, которая перекинута через блок, как указано на чертеже (рис. 25), и образует угол α со стержнем. Определить силу тяжести груза и силу реакции в шарнире.



$$\begin{cases} \vec{F}_T + \vec{T} + \vec{R} = 0, \\ T \cos \alpha + R_x = 0, \\ -F_T + T \sin \alpha + R_y = 0. \end{cases}$$

$$F_T \frac{l}{2} - Td = 0 \quad (d = l \sin \alpha).$$

$$T = \frac{F_T}{2 \sin \alpha}, \quad F_{T1} = T.$$

$$R_x = -\frac{F_T \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = -\frac{F_T}{2} \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$R_y = F_T - \frac{F_T \sin \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{F_T}{2};$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \frac{F_T}{2} \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{F_T}{2 \sin \alpha}.$$

Задача 7. Однородный стержень массой m шарнирно закреплен у стенки и образует с ней угол α , упираясь своей серединой на стержень, жестко закрепленный в стенке и расположенный перпендикулярно к ней. Определить силы реакции, действующие на стержень со стороны шарнира и упора.

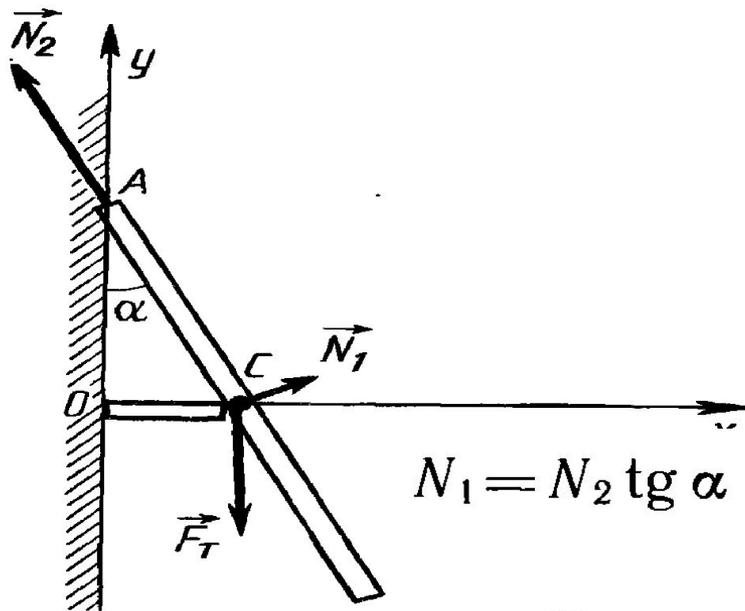


Рис.

$$\vec{F}_T + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0.$$

$$\begin{cases} N_1 \cos \alpha - N_2 \sin \alpha = 0, \\ N_1 \sin \alpha + N_2 \cos \alpha = mg, \end{cases}$$

$$N_1 = N_2 \operatorname{tg} \alpha \text{ и } N_2 \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha + N_2 \cos \alpha = mg.$$

$$N_2 = mg \cos \alpha, \quad N_1 = mg \sin \alpha.$$

Задача 8. Однородный стержень, шарнирно укрепленный одним концом на вертикальной стенке сосуда с жидкостью, имеющей плотность ρ_1 , плавает в жидкости, будучи отклонен от стенки на некоторый угол. Определить плотность материала стержня и реакцию в шарнире, если стержень погружен в жидкость до середины, а объем стержня V .

По первому условию равновесия

$$\vec{F}_T + \vec{F} + \vec{N} = 0,$$

что в проекциях на ось Oy дает

$$-F_T + F + N = 0.$$

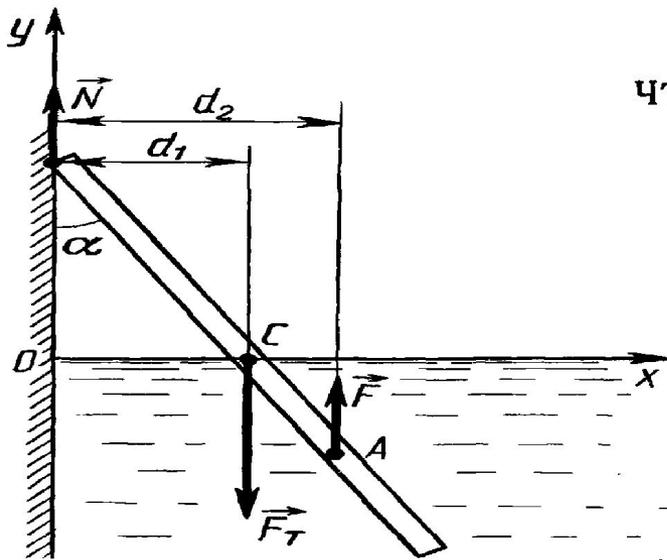
$$N = F_T - F.$$

$$F_T = m_2 g = \rho_2 V g$$

$$F = m_1 g = \rho_1 g \frac{V}{2}$$

Рис. 27

$$N = F_T - F = \rho_2 g V - \rho_1 g \frac{V}{2} = g V \left(\rho_2 - \rho_1 \cdot \frac{1}{2} \right)$$



$$F_T d_1 - F d_2 = 0,$$

$$d_1 = \frac{l}{2} \sin \alpha, \text{ a } d_2 = \frac{3}{4} \hat{l} \sin \alpha.$$

$$F_T \frac{l}{2} \sin \alpha - F \cdot \frac{3}{4} \cdot l \sin \alpha = 0,$$

$$\frac{F_T}{2} - \frac{3}{4} F = 0, \quad 2F_T - 3F = 0.$$

$$2\rho_2 g V - 3\rho_1 g \frac{V}{2} = 0,$$

$$\rho_2 = \frac{3}{4} \rho_1.$$

$$N = g V \left(\frac{3}{4} \rho_1 - \frac{\rho_1}{2} \right) = \frac{\rho_1 g V}{4}.$$

Центр тяжести

Задача 9. На концах стержня длиной l и массой m укреплены два шара радиусами r_1 и r_2 и массами m_1 и m_2 . Найти центр тяжести полученной системы (штанги).

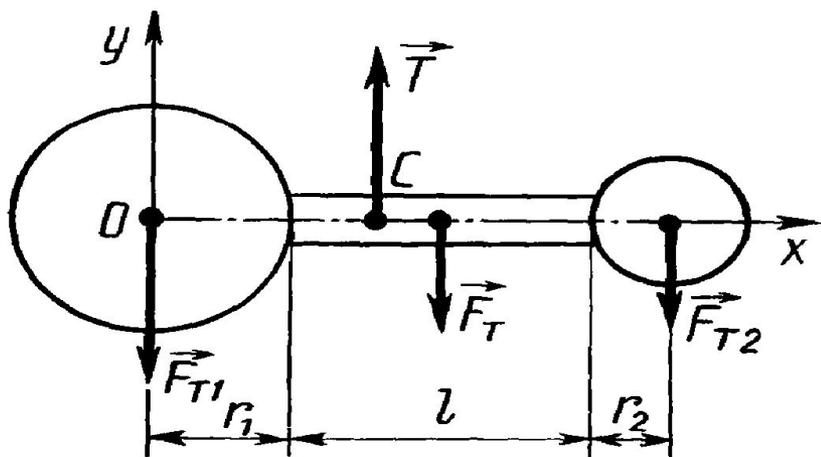


Рис. 28

$$\vec{F}_{T1} + \vec{F}_{T2} + \vec{F}_T + \vec{T} = 0,$$

$$F_{T2}(r_1 + l + r_2) + F_T \left(r_1 + \frac{l}{2} \right) - T x_C = 0,$$

$$-F_{T1} - F_{T2} - F_T + T = 0$$

$$T = F_{T1} + F_{T2} + F_T.$$

$$x_C = \frac{m_2(r_1 + r_2 + l) + m \left(r_1 + \frac{l}{2} \right)}{m_1 + m_2 + m}$$

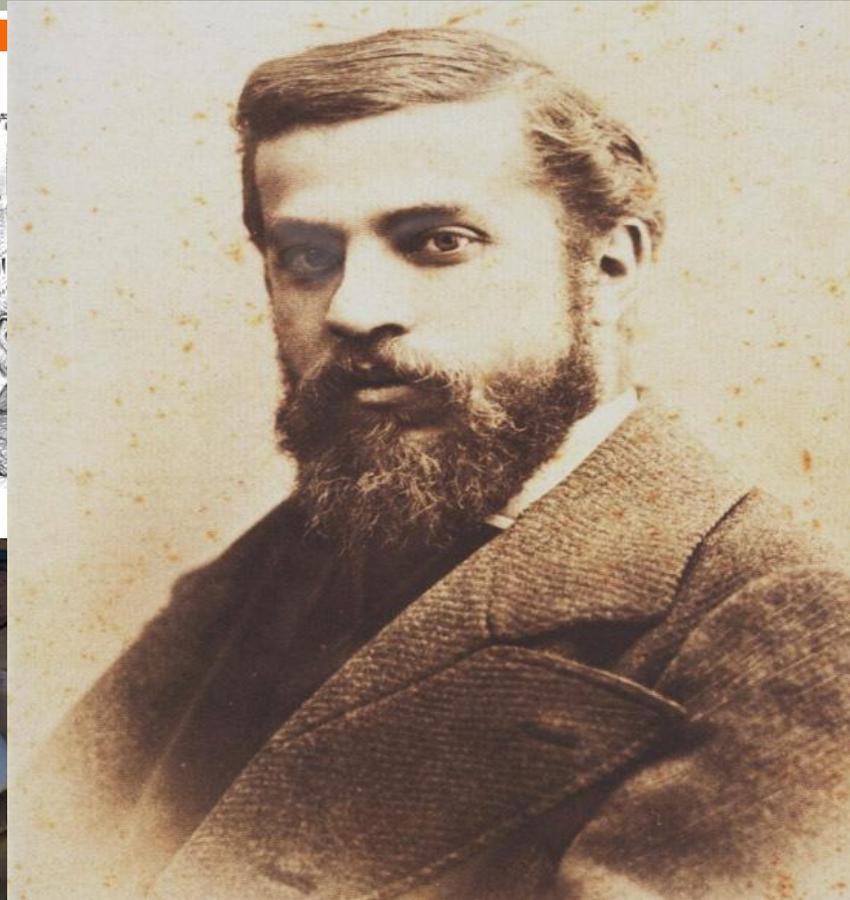
Дополнительно

1. Если направление силы реакции неизвестно, то можно выбрать его предположительно и по знаку проекций судить о правильности определения направления силы реакции, либо же воспользоваться теоремой о трех силах.

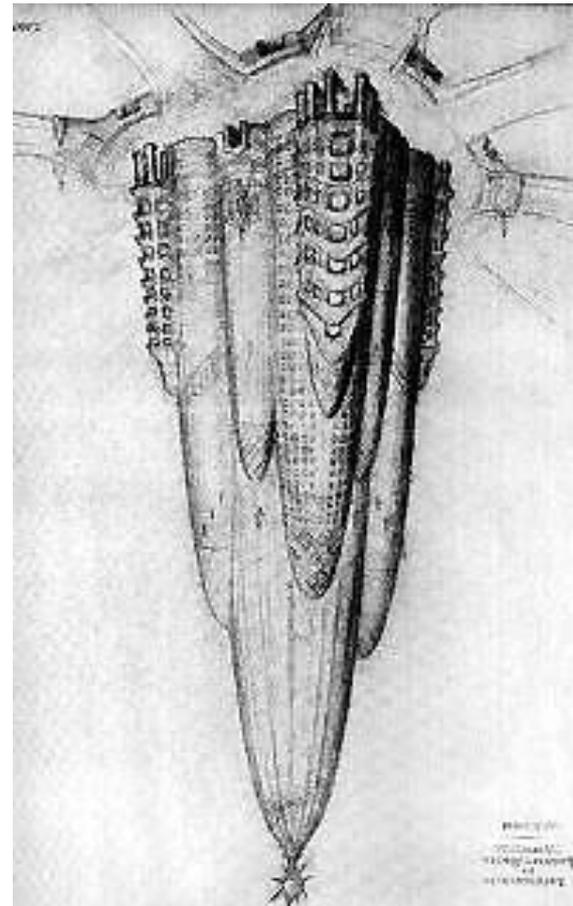
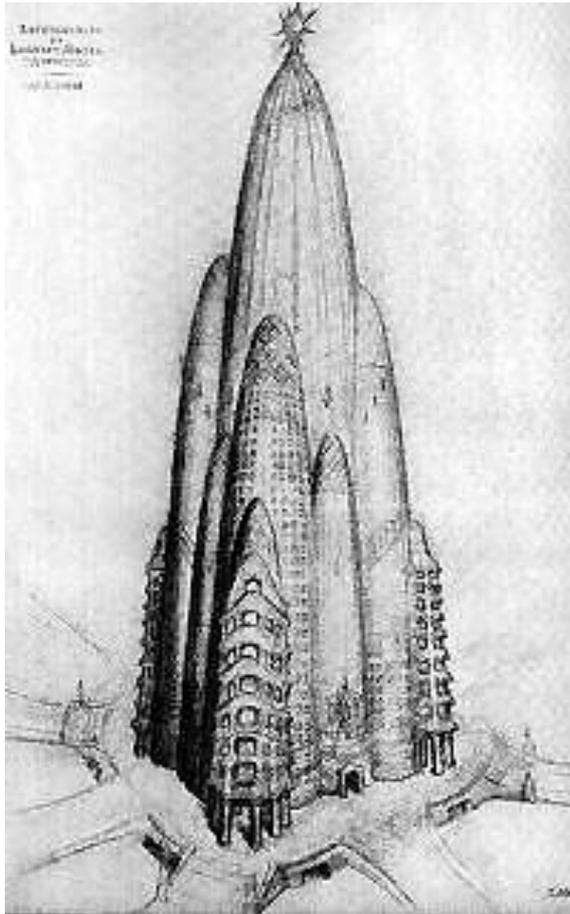
2. Для определения центра тяжести тела надо предположить его месторасположение и считать, что в этой точке тело подвешено и потому будет находиться в равновесии, что позволяет применить условия равновесия.

3. В ряде задач можно использовать лишь второе условие равновесия, написав дважды его уравнение — сначала для одной оси, а потом считая, что ось проходит через другую точку.

Антони Гауди и его шедевры



Моделирование объекта



Измеритель знаний

Что узнали?

Чему научились?

Что хотели бы узнать?



Домашнее задание

§52-54. Упр.10. Сообщение

