

## §2. Логические функции и элементы

### 1) Логика

- двузначная – Дж. Буль
- трёхзначная – Я. Лукасевич
- $m$ -значная – Э. Пост

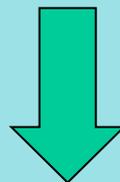
2) Логическая функция –  
целочисленная ф-я от  
целочисленных аргументов.

$$f = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

$$f, x_i \in \mathbb{N}$$

В полупроводниковых  
устройствах проще  
реализуется  
2-логика

Истина	Ложь
Лог. 1	Лог. 0
1	0



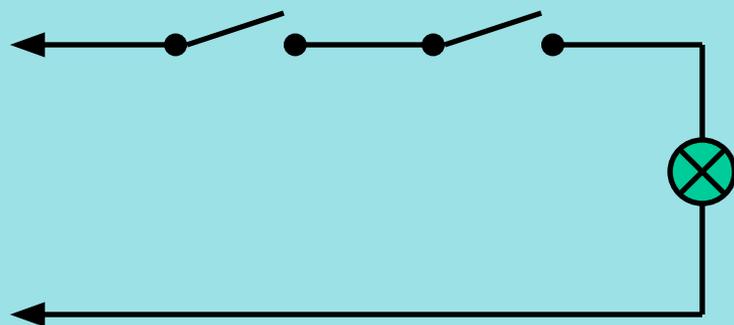
Процветает

SiGe чипы → 3-логика?

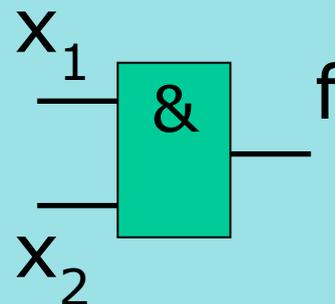


3) **Логическое устройство**  
(ЛУ) – физ. устройство,  
реализующее лог. функции.

Пример: **И**

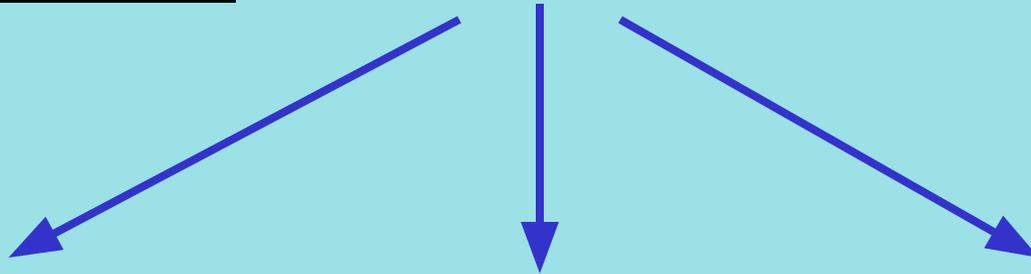


Обозначение:



## 4) Виды ЛУ.

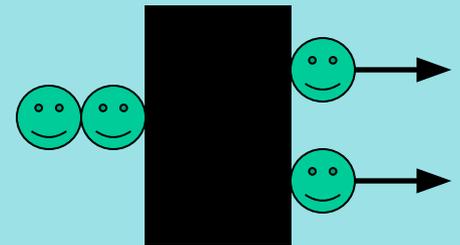
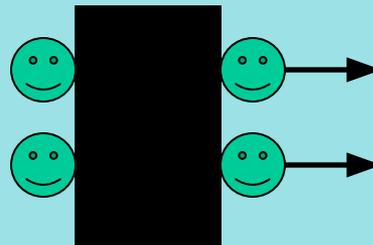
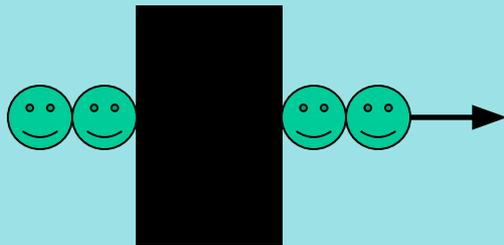
- По способу ввода-вывода разрядов



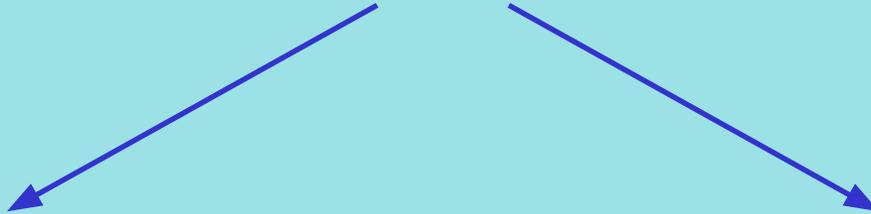
Послед.

Паралл.

Смешан.



- по наличию памяти



### С памятью

Выход зависит от  
текущего и прошлых  
входов

Последовательные

### Без памяти

Выход зависит  
только от текущего  
входа

Комбинационные

## 5) Способы задания логических функций

- Табличный

**Таблица истинности:** все возможные сочетания аргументов и значений функции.

Пример: все ЛФ одного  
аргумента:  $2^2$  штук

$x$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1
	Const =0	$x$	$\neg x$	Const =1

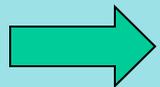
Пусть  $n$  – число аргументов.

Тогда число

- сочетаний аргументов =  $2^n$
- логических функций =  $2^{2^n}$

Если  $n \leq 2$ , то ЛФ

называется **элементарной**.



Их 16

# Примеры при $n=2$ :

$X_1: 0 0 1 1$ $X_2: 0 1 0 1$	Функция
1 0 0 1	Равнозначность
0 0 1 0	Запрет по $X_2$
1 1 0 1	Импликация от $X_1$ к $X_2$

- Аналитический

Через символы логических операций.

Пример: конъюнкция (И)

$$f(x_1, \dots, x_N) = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_N$$

# Символы бинарных операций

Операция		Её отрицание	
И	$\cdot$	И-НЕ	$ $
или	$\vee$	или-НЕ	$\downarrow$
Импликация	$\rightarrow$	Запрет по $X_2$	$\Delta$
Эквив.	$\sim$	Сумма по модулю	$\oplus$

Унарная операция: НЕ  $\bar{x}$

## 6) Основные логические операции

Это **И, ИЛИ, НЕ**

поскольку другие  
выражаются через них

Пример:

импликация

от  $x_1$  к  $x_2$

$$\bar{x}_1 \vee x_2$$

Порядок выполнения:

НЕ – И – ИЛИ

Пример:  $\bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2$

## 7) **Базис** (полная система)

Это система ЛФ, через которые можно выразить любую другую ЛФ.

Базис минимален, если теряет своё свойство при удалении хотя бы 1 ЛФ.

# Примеры:

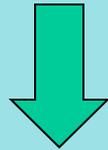
- базис: И,ИЛИ,НЕ
- мин. базисы: И,НЕ  
ИЛИ,НЕ  
И-НЕ  
ИЛИ-НЕ  
**Δ,1**

Пример:  $\Delta, 1$

$$\bar{x} = 1 \cdot \bar{x} = 1\Delta x$$

$$x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot \bar{\bar{x}}_2 = x_1 \Delta \bar{x}_2 = x_1 \Delta (1\Delta x_2)$$

Базис (И,ИЛИ,НЕ) наиболее удобен, поскольку даёт компактные выражения.



Используется на этапе проектирования ЛУ.

Базисы **И-НЕ**, **ИЛИ-НЕ**  
используются на этапе  
реализации ЛУ,  
поскольку  
технологичнее.

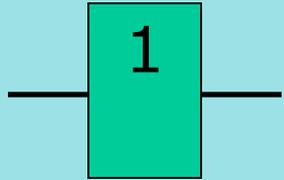
## 8) Логические элементы

**ЛЭ** – это ЛУ, выполняющее элементарную лог. операцию

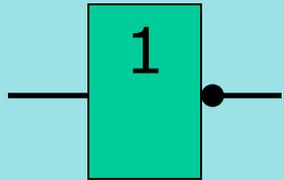
Несколько входов и ! выход

Причём, выходной сигнал  
не влияет на входные

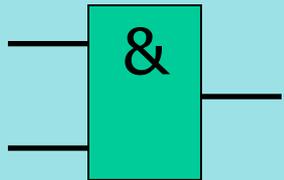
# Обозначения



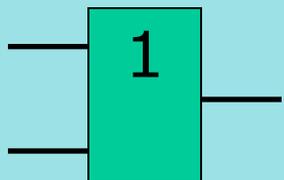
Повторитель



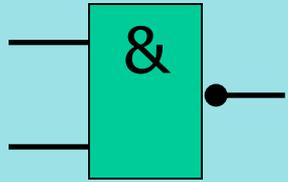
Инвертор (НЕ)



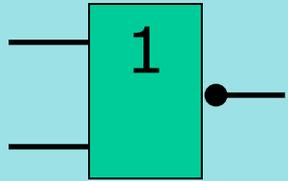
Конъюнктор (И)



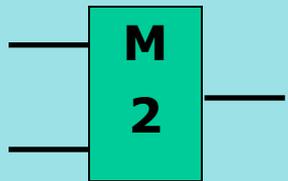
Дизъюнктор (ИЛИ)



ЛЭ Шеффера (И-НЕ)



ЛЭ Пирса (ИЛИ-НЕ)



Сумматор по  
модулю 2

Таблица 1.1

# Реализация на реле

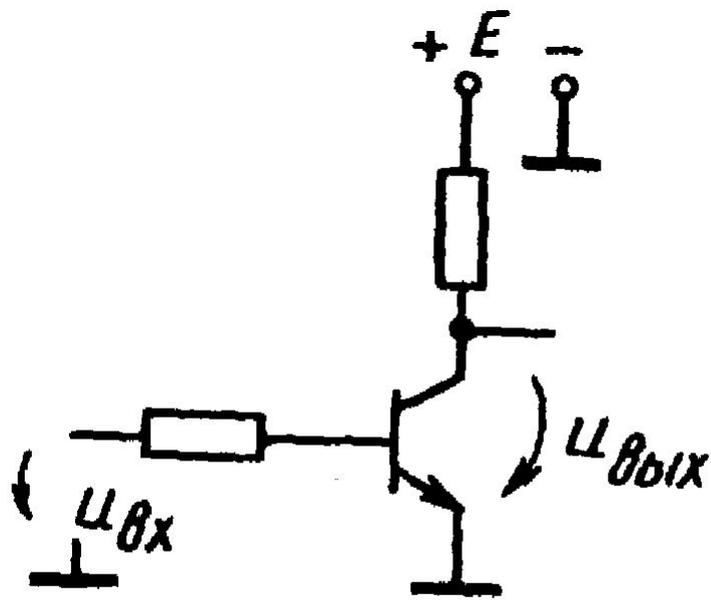
Название элемента	Условное обозначение элемента	Таблица истинности			Условное обозначение логической операции	Контактно-релейная схема
		X2	X1	Y		
2И		0	0	0	$X1 * X2$ $X1 \wedge X2$	
		0	1	0		
		1	0	0		
		1	1	1		
2ИЛИ		0	0	0	$X1 + X2$ $X1 \vee X2$	
		0	1	1		
		1	0	1		
		1	1	1		
НЕ			0	1	$\bar{X}$ $\neg X$	
			1	0		
2И-НЕ		0	0	1	$\overline{X1 * X2}$ $\neg(X1 \wedge X2)$	
		0	1	1		
		1	0	1		
		1	1	0		
2ИЛИ-НЕ		0	0	1	$\overline{X1 + X2}$ $\neg(X1 \vee X2)$	
		0	1	0		
		1	0	0		
		1	1	0		
Исключающее ИЛИ		0	0	0	$X1 \oplus X2$	
		0	1	1		
		1	0	1		
		1	1	0		

## 9) Полупроводниковые ЛЭ

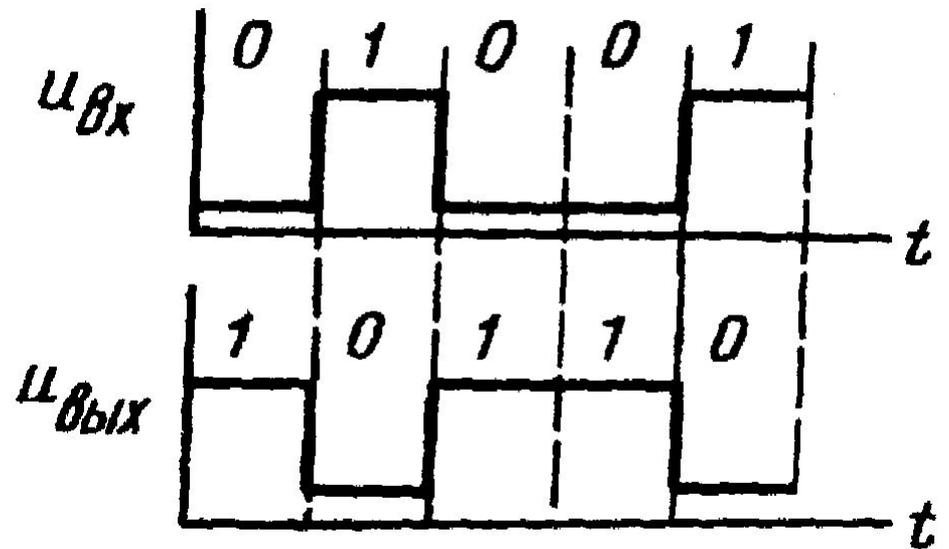
Лучше других удовлетворяют противоречивым требованиям:

<i>выше</i>	<i>ниже</i>
быстродействие	энергопотребление
надёжность	себестоимость
технологичность	габариты и масса

# Простейший ЛЭ – элемент НЕ



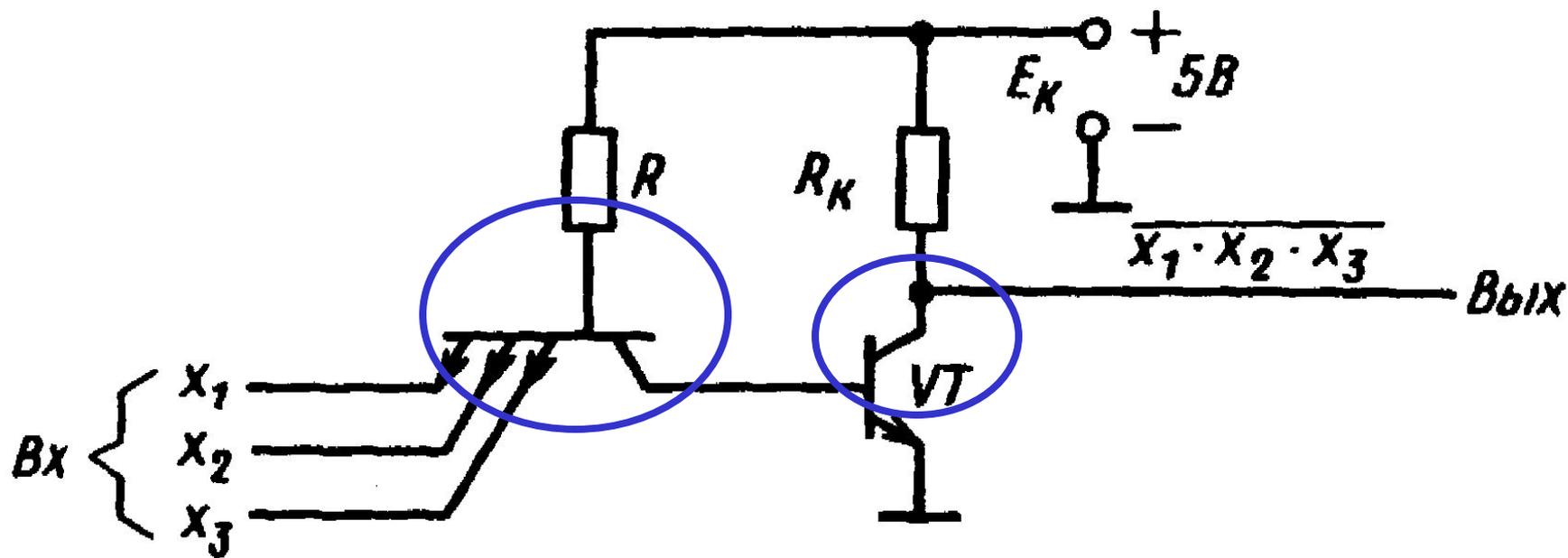
а)



б)

# а) Некоторые технологические виды:

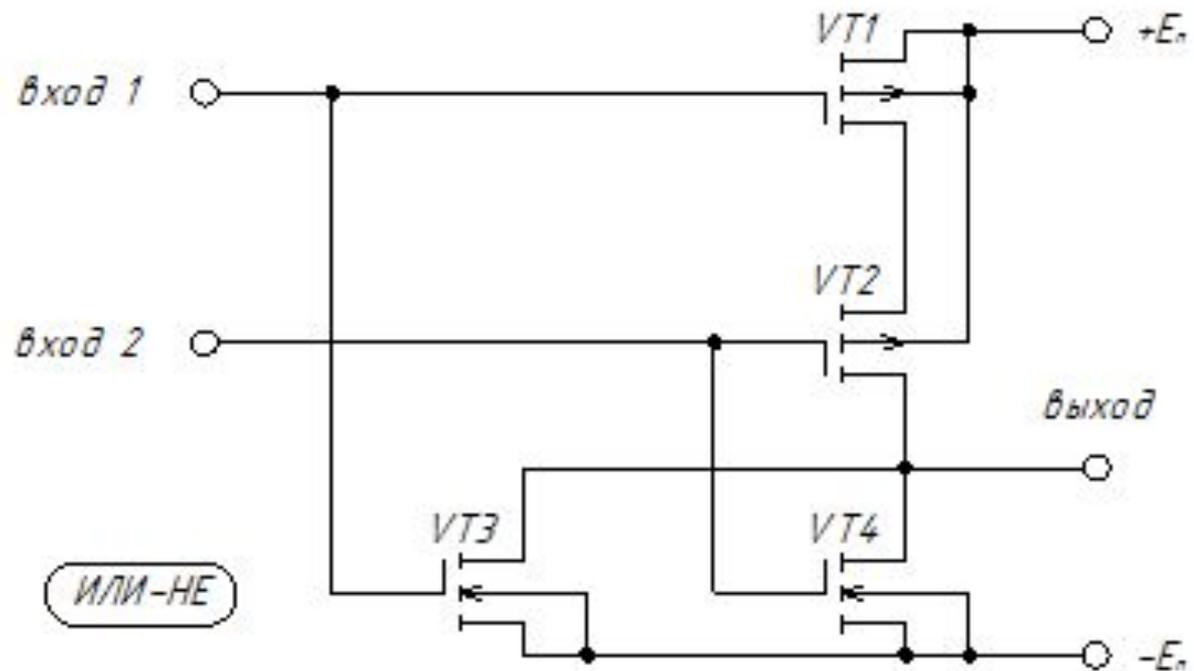
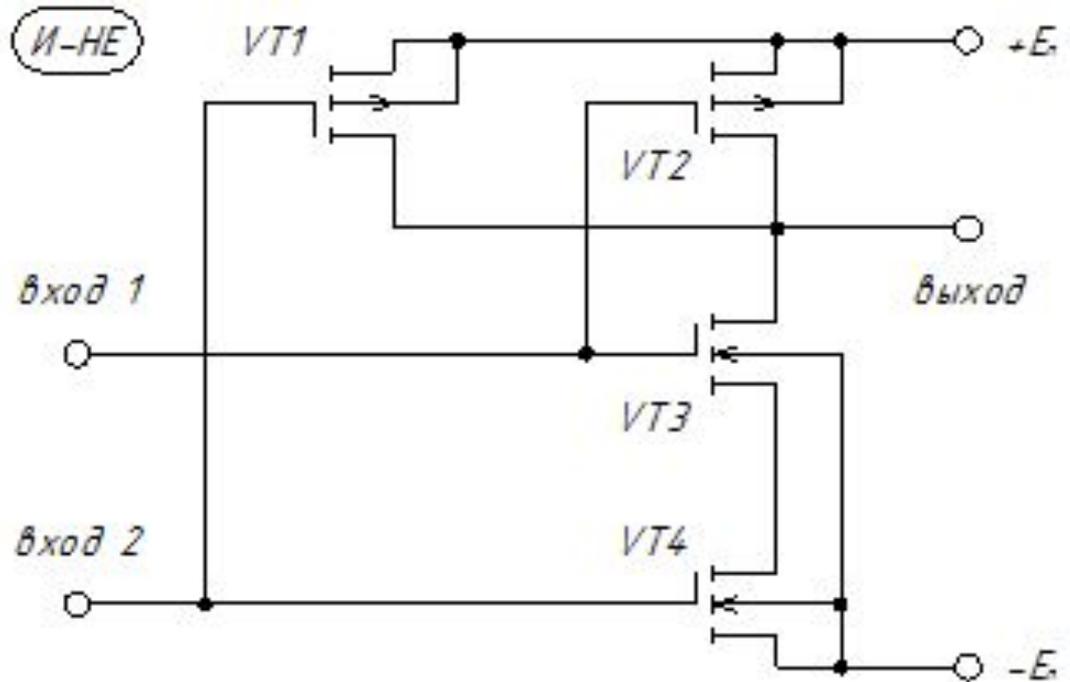
- Транзисторно-транзисторная логика (ТТЛ)



- ЛЭ на МОП транзисторах

КМОП (CMOS) -  
комплементарные  
МОП

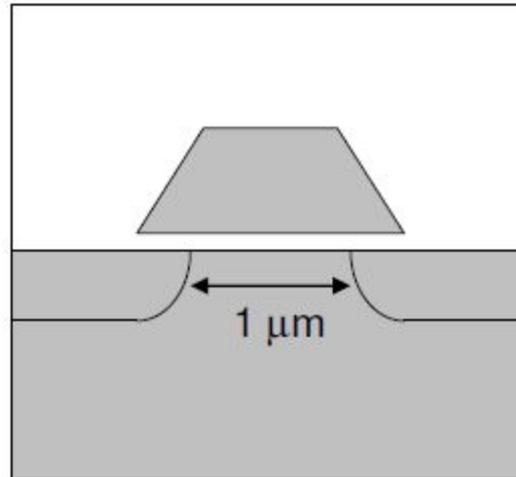
Мал ток – малы  
потери



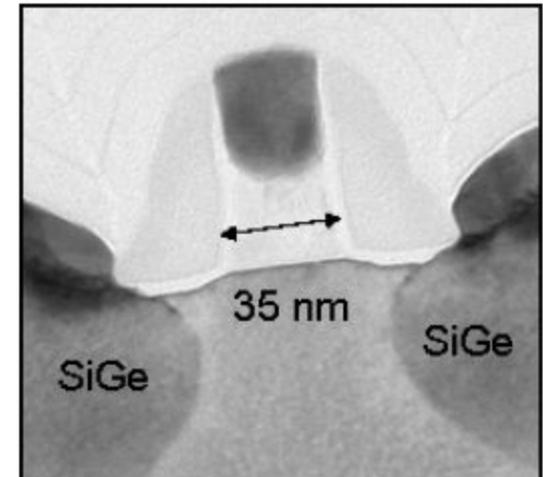
# б) Технологические нормы

## ✓ Длина затвора полевого тр.

Dennard 1974



Intel 2005



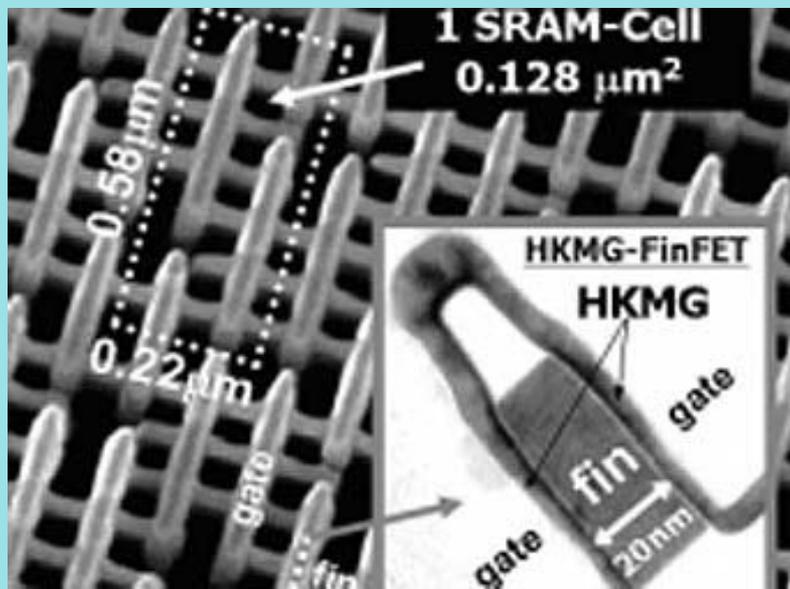
Gate Length:	1.0 $\mu\text{m}$
Gate Oxide Thickness:	35 nm
Operating Voltage:	4.0 V

35 nm

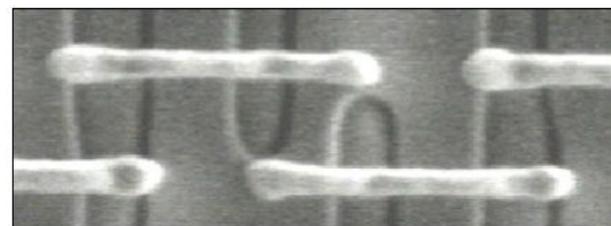
1.2 nm

1.2 V

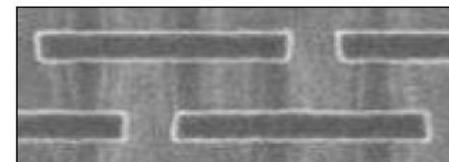
# Расстояние между тр.



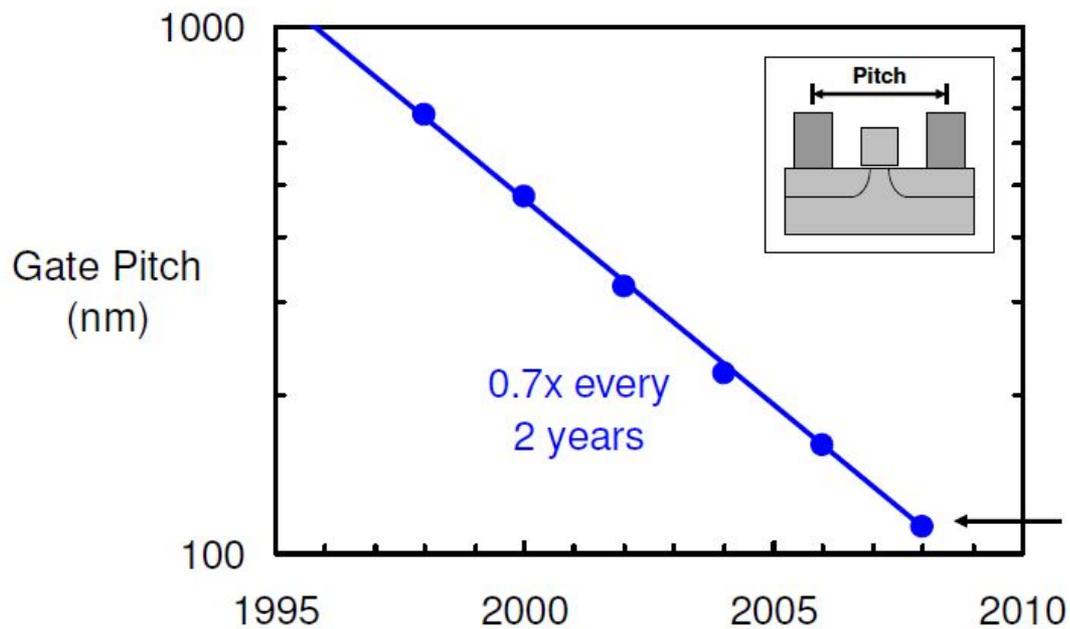
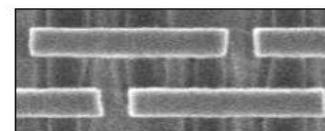
65 nm  
 $0.570 \mu\text{m}^2$



45 nm  
 $0.346 \mu\text{m}^2$



32 nm  
 $0.171 \mu\text{m}^2$

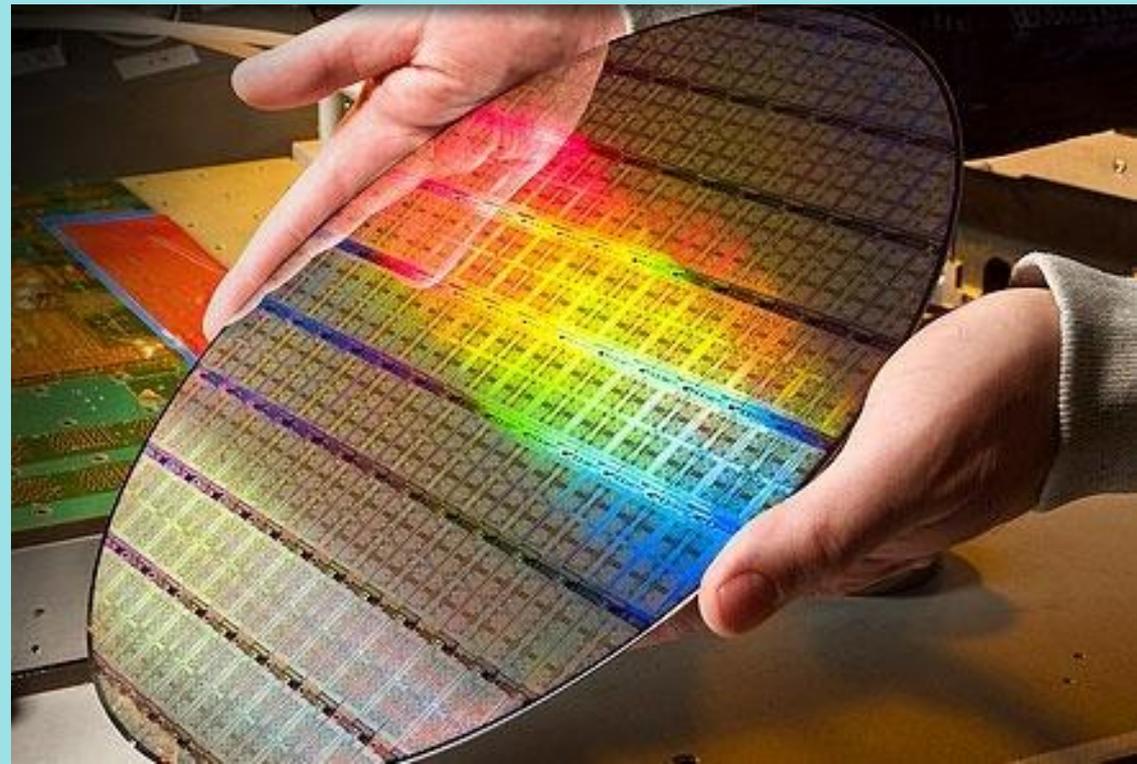


32 nm Generation  
112.5 nm Pitch

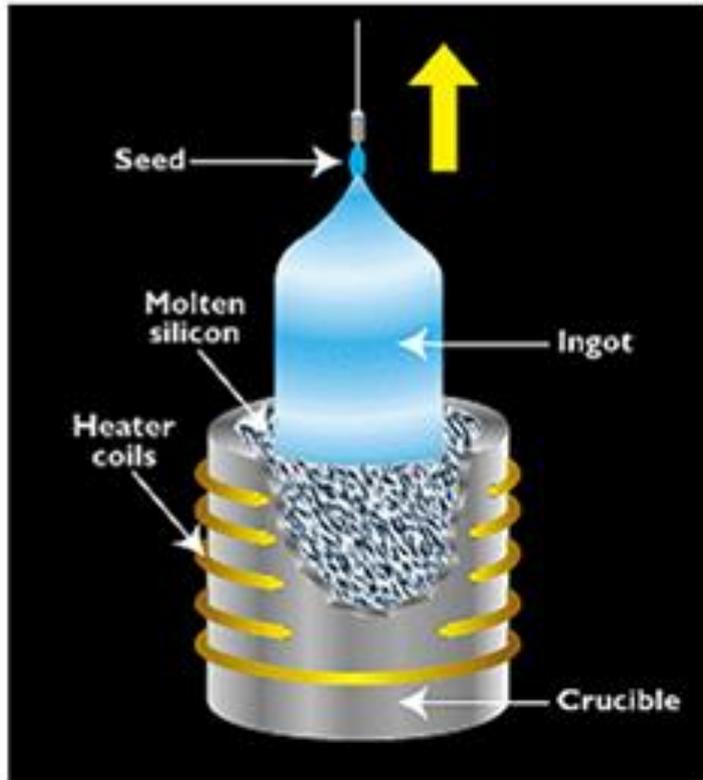
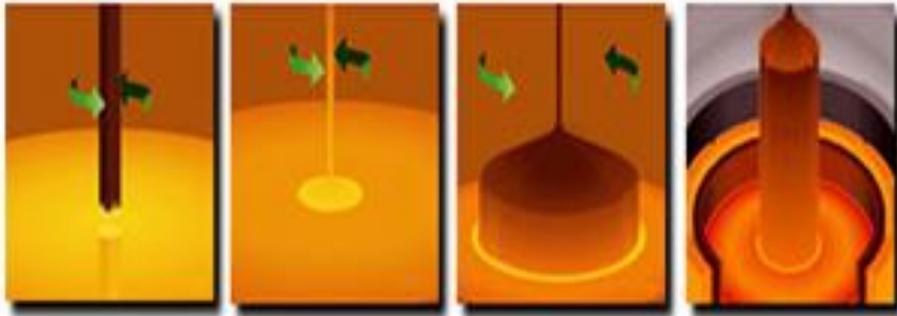
# Машина для фотолитографии



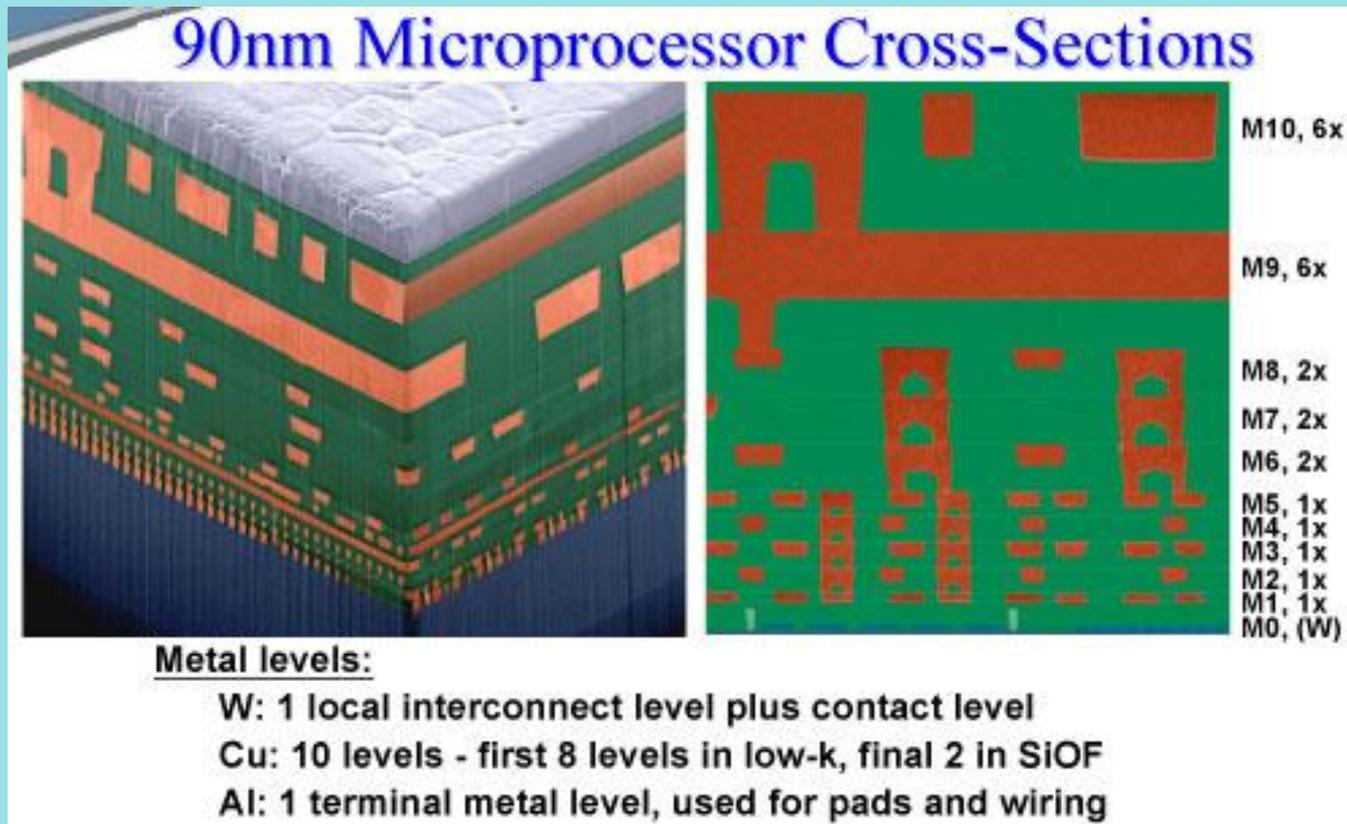
Диаметр  
вафли: 30 см



# Выращивание кристалла кремния



# Многослойная структура «вафли»

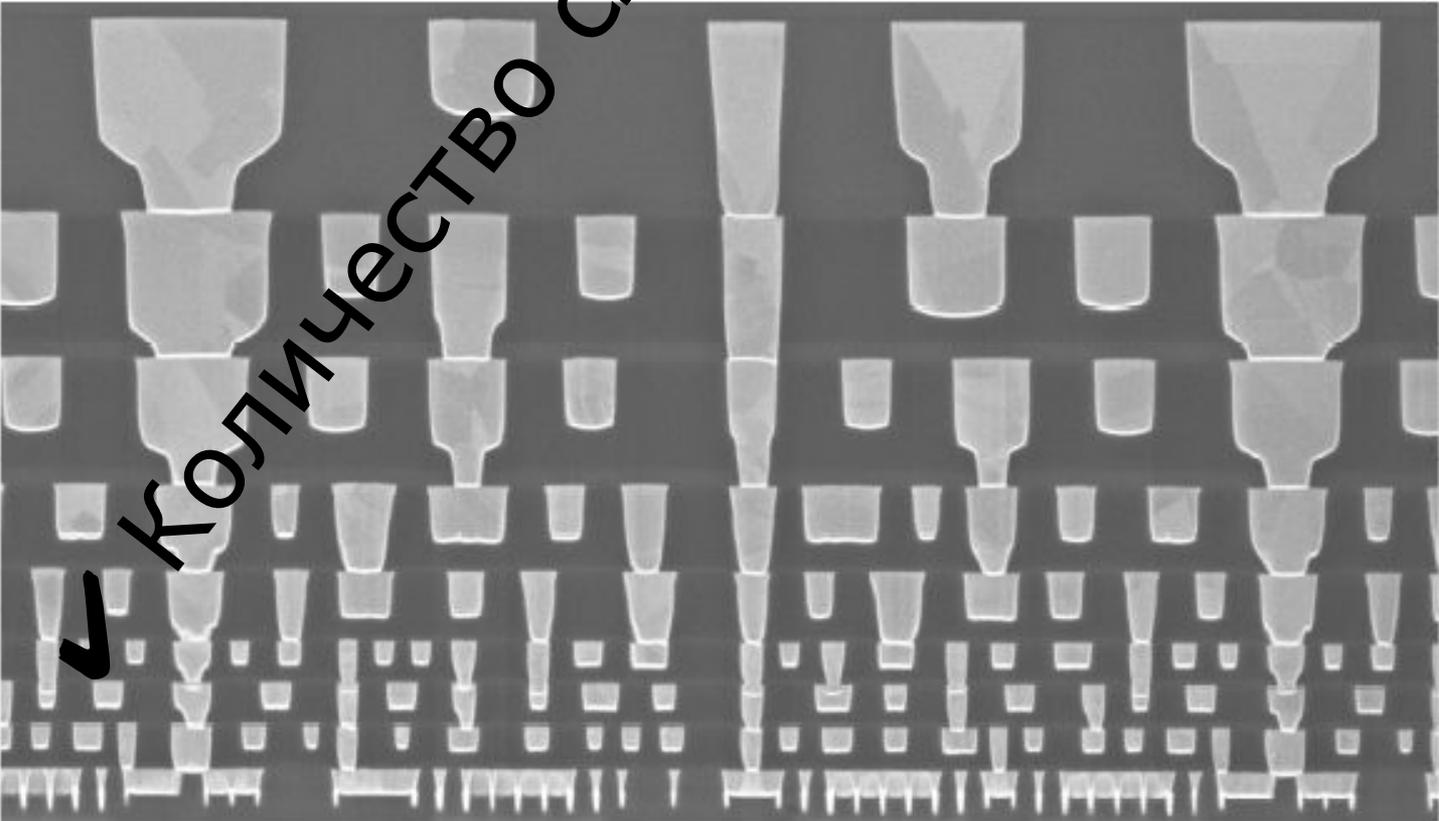




8 um Cu

M9

Pitch (nm)



M8

566.5

M7

450.1

M6

337.6

M5

225.0

M4

168.8

M3

112.5

M2

112.5

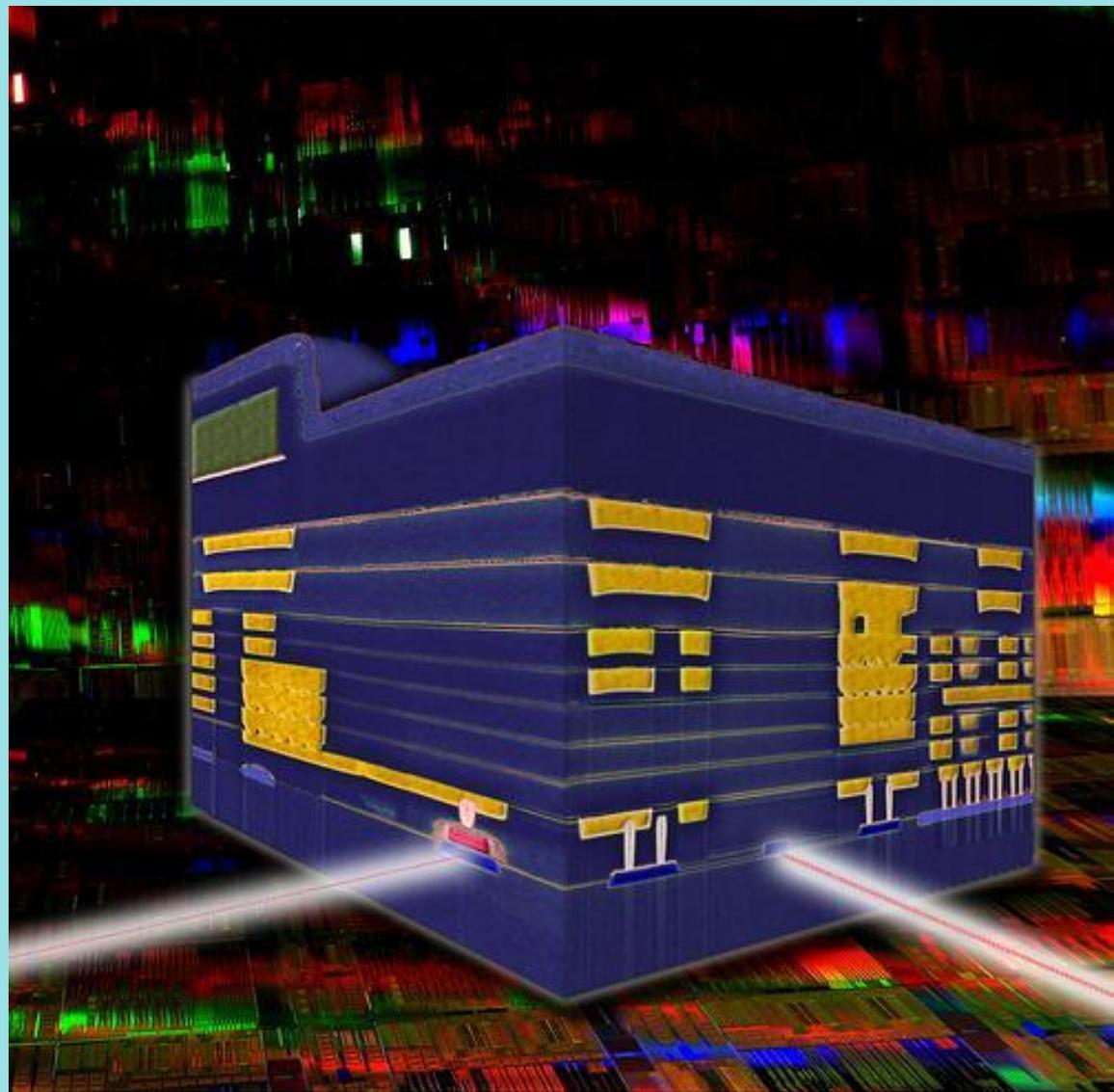
M1

112.5

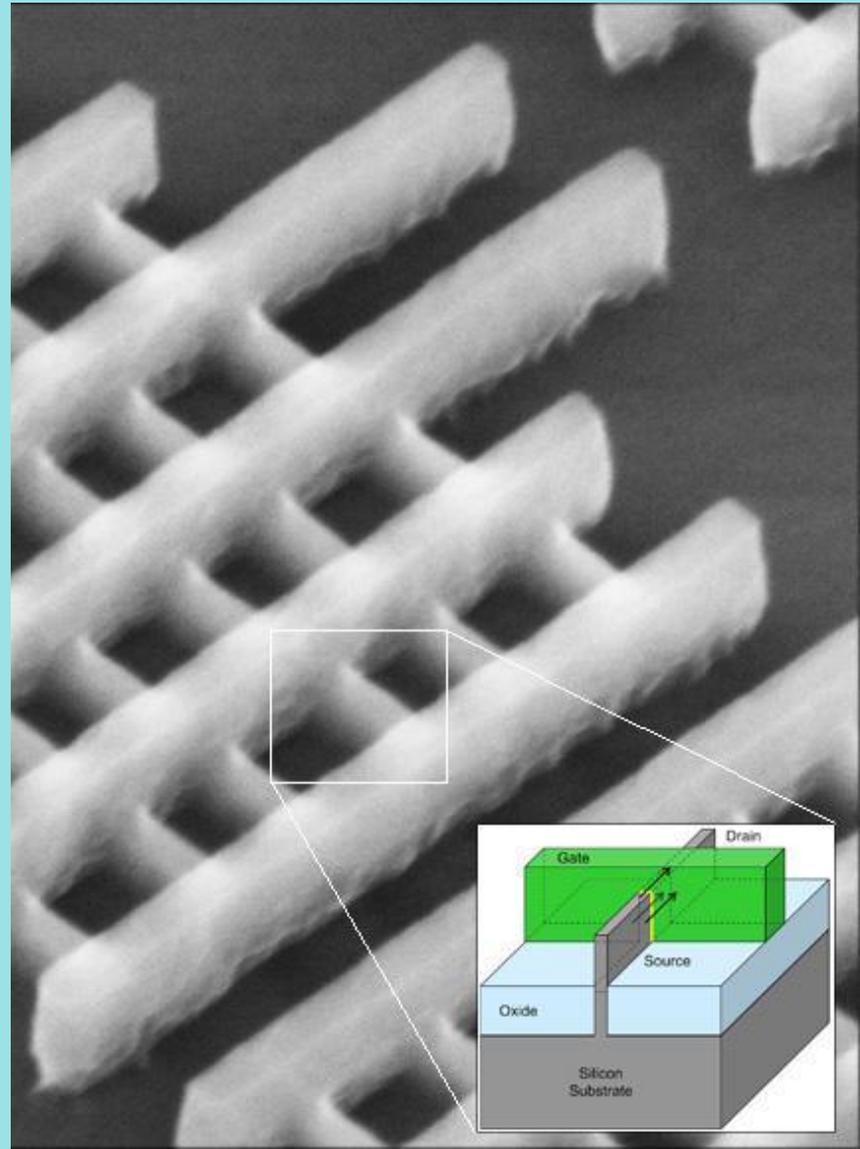
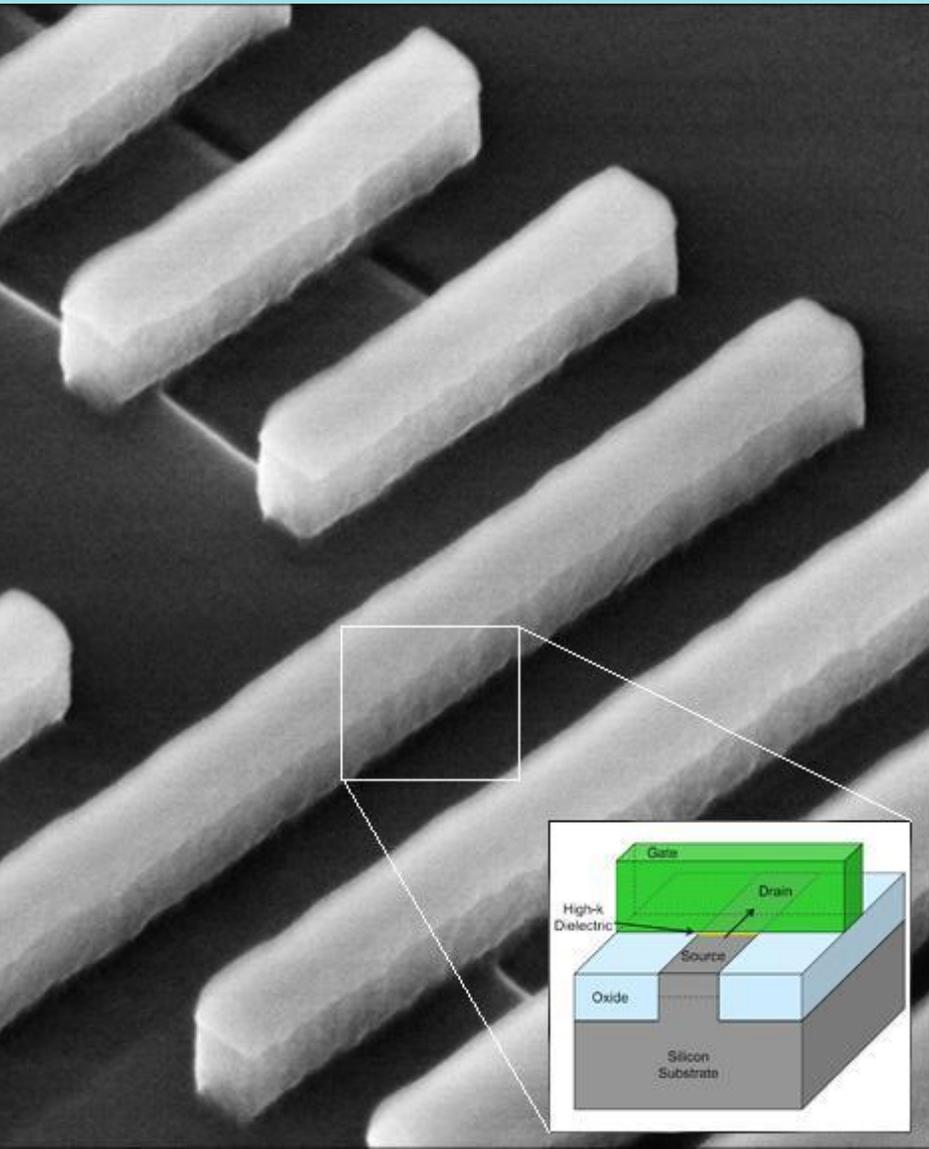
Количество слоёв

## в) Перспективные технологии

- фотоника:
  - лазеры ⇒
  - ✓ рост частоты
  - ✓ снижение диссипации
  - ✓ параллелизм



- трёхмерные транзисторы  $\Rightarrow$  быстрее, холоднее, компактнее



- транзисторы и межсоединения из нанотрубок

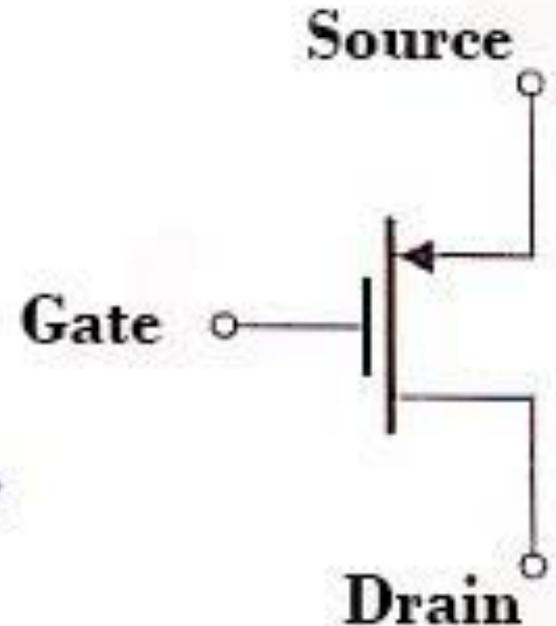
2005



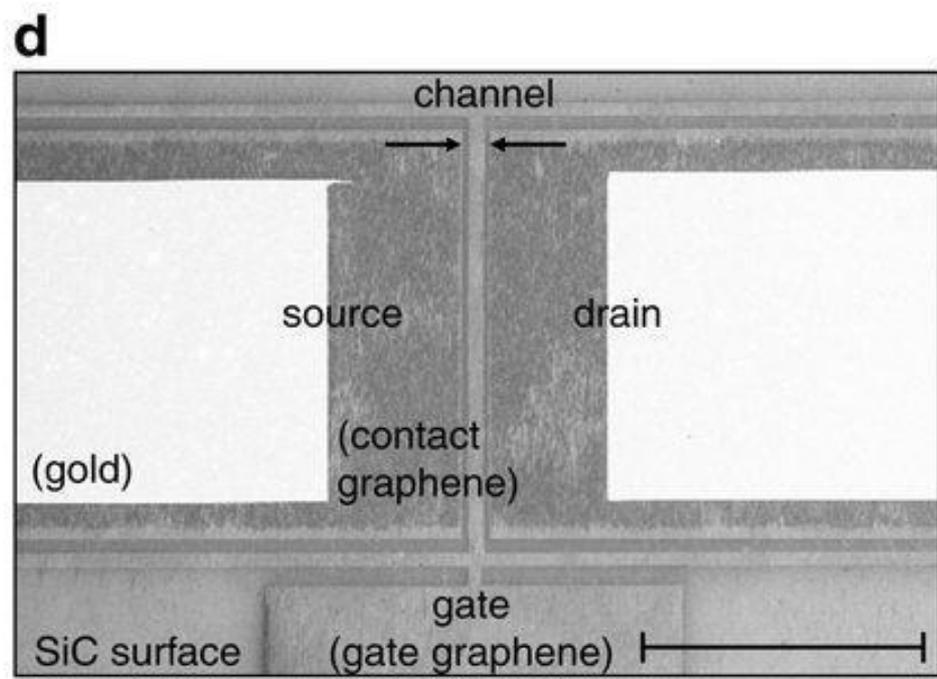
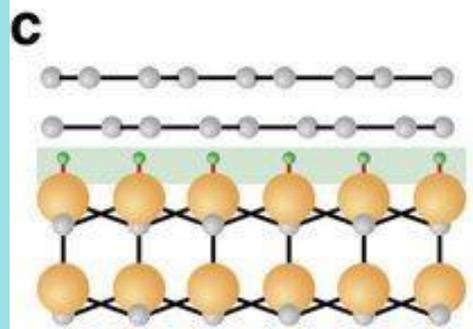
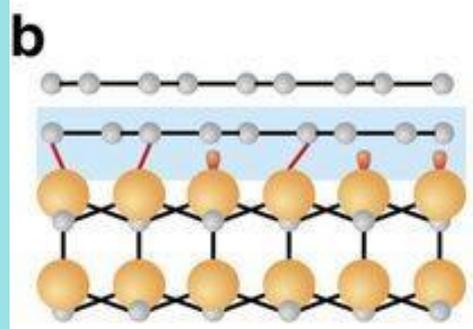
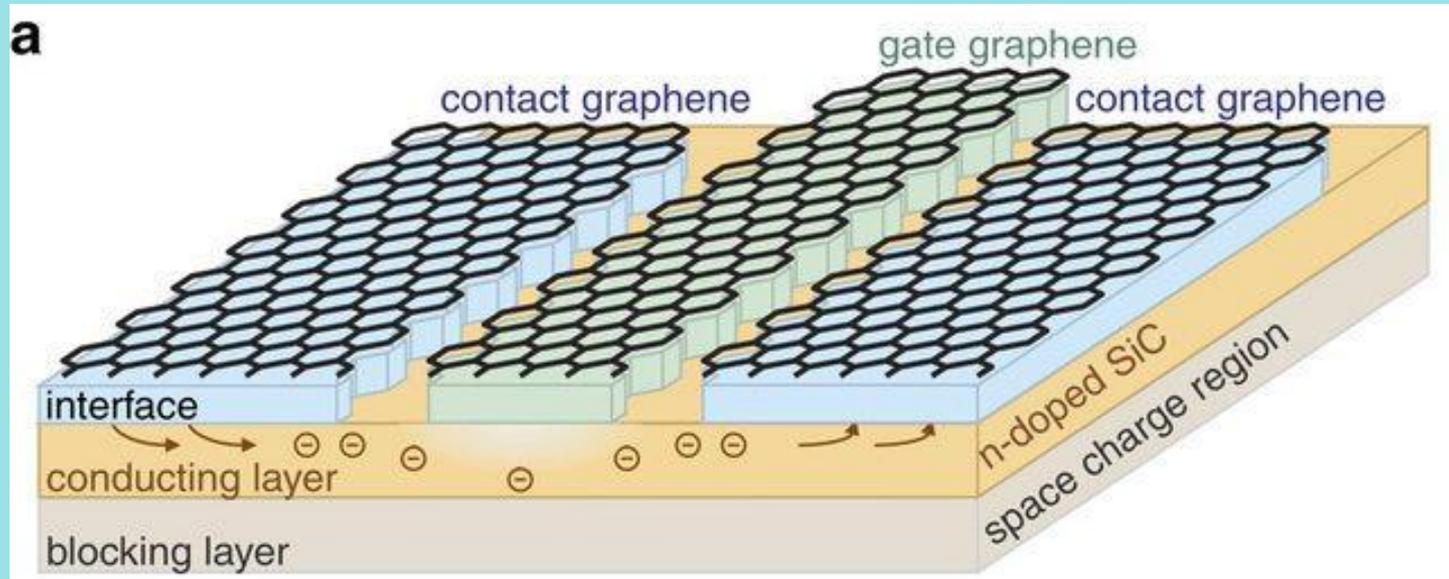
A.M. Rao

Clemson  
University

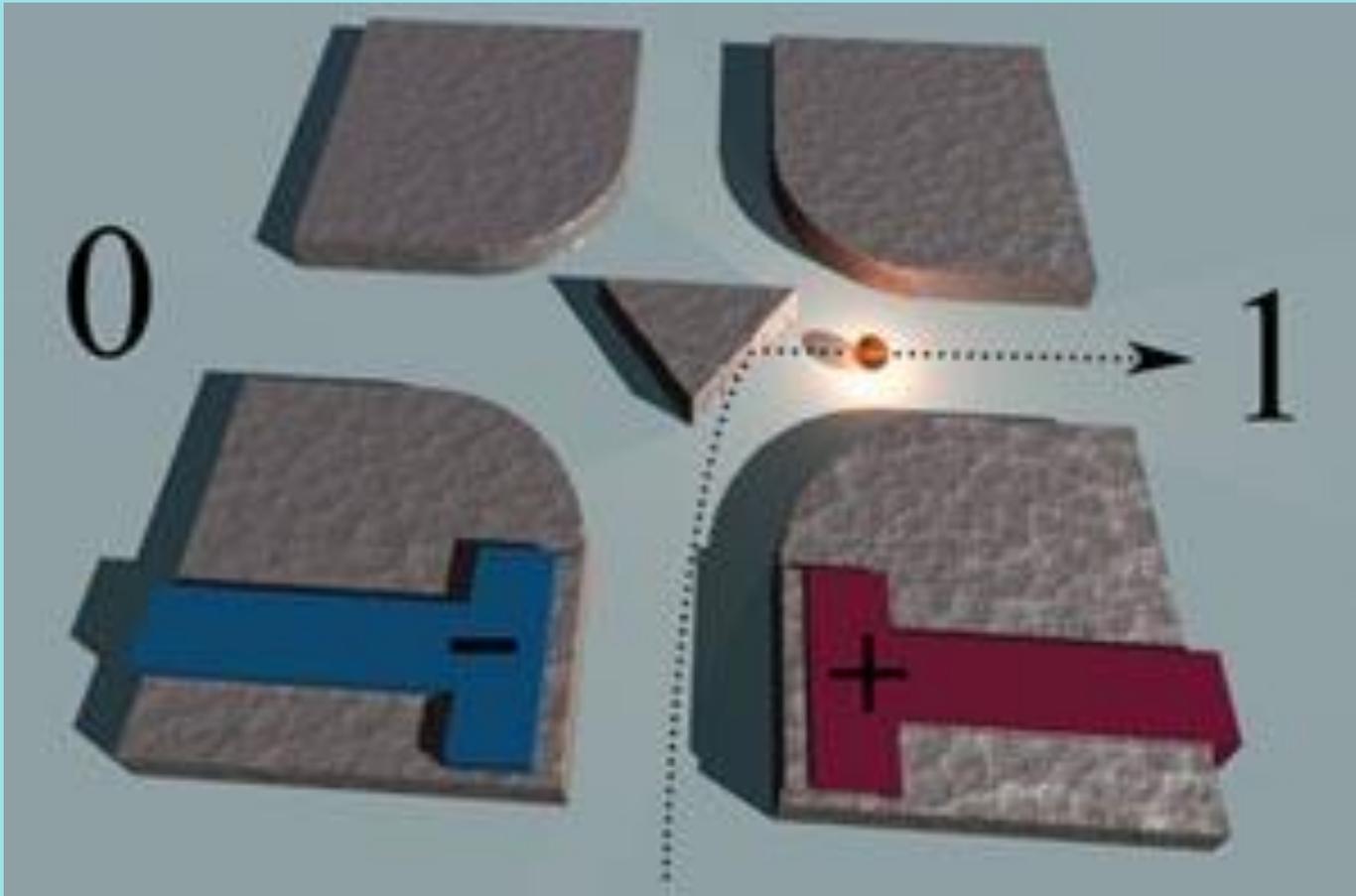
The three elements of a circuit were made as a one-piece, Y-shaped nanotube rather than assembled from separate pieces.



• графеновый транзистор: 100 ГГц

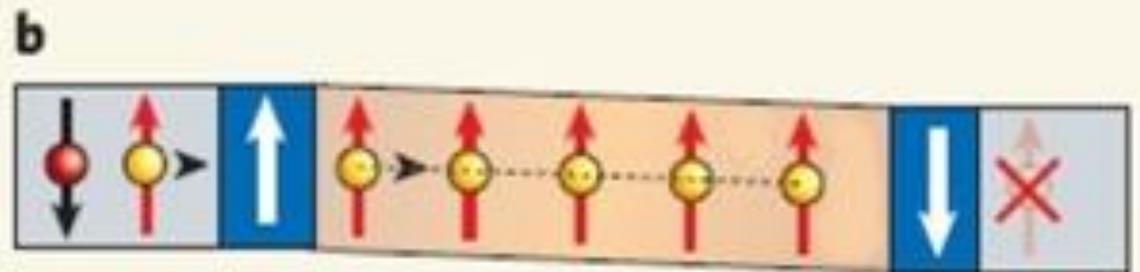
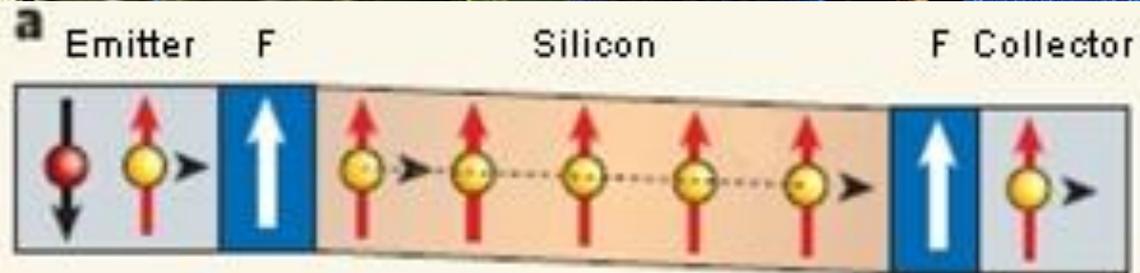
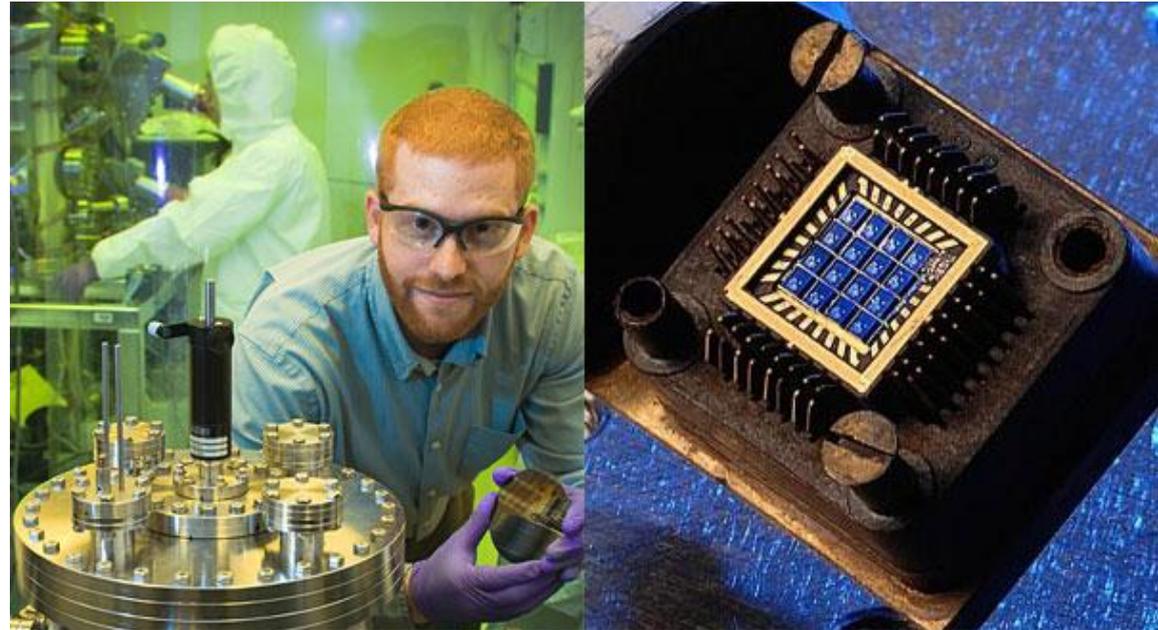


- баллистический транзистор: электроны «летят», не сталкиваясь с решёткой  $\Rightarrow$  мала диссипация, высокие частоты

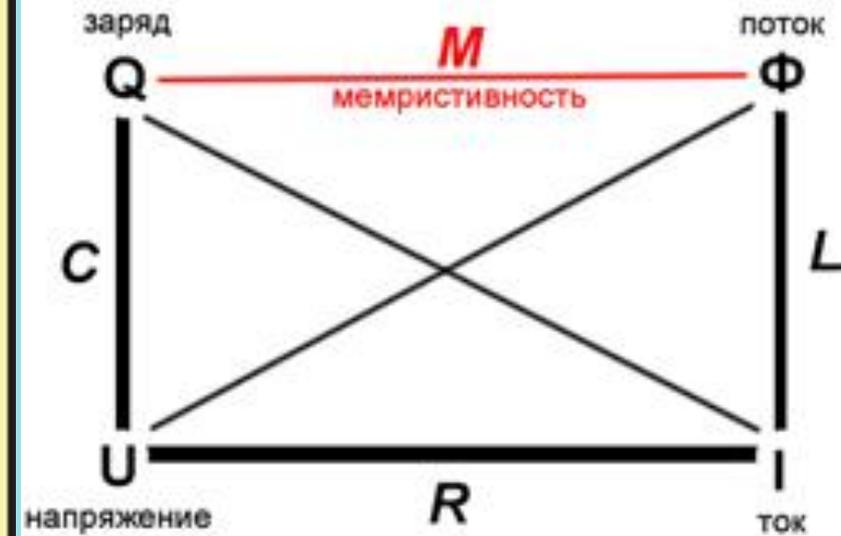
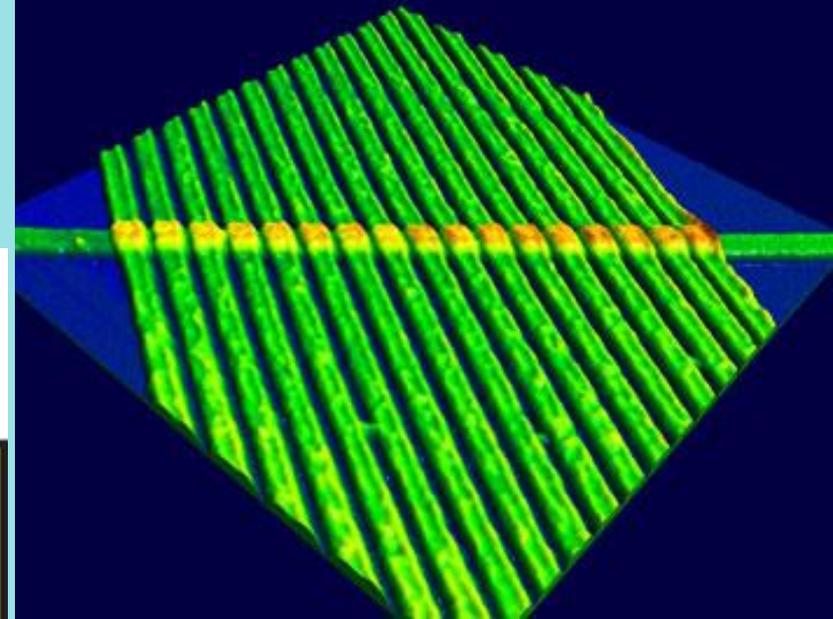
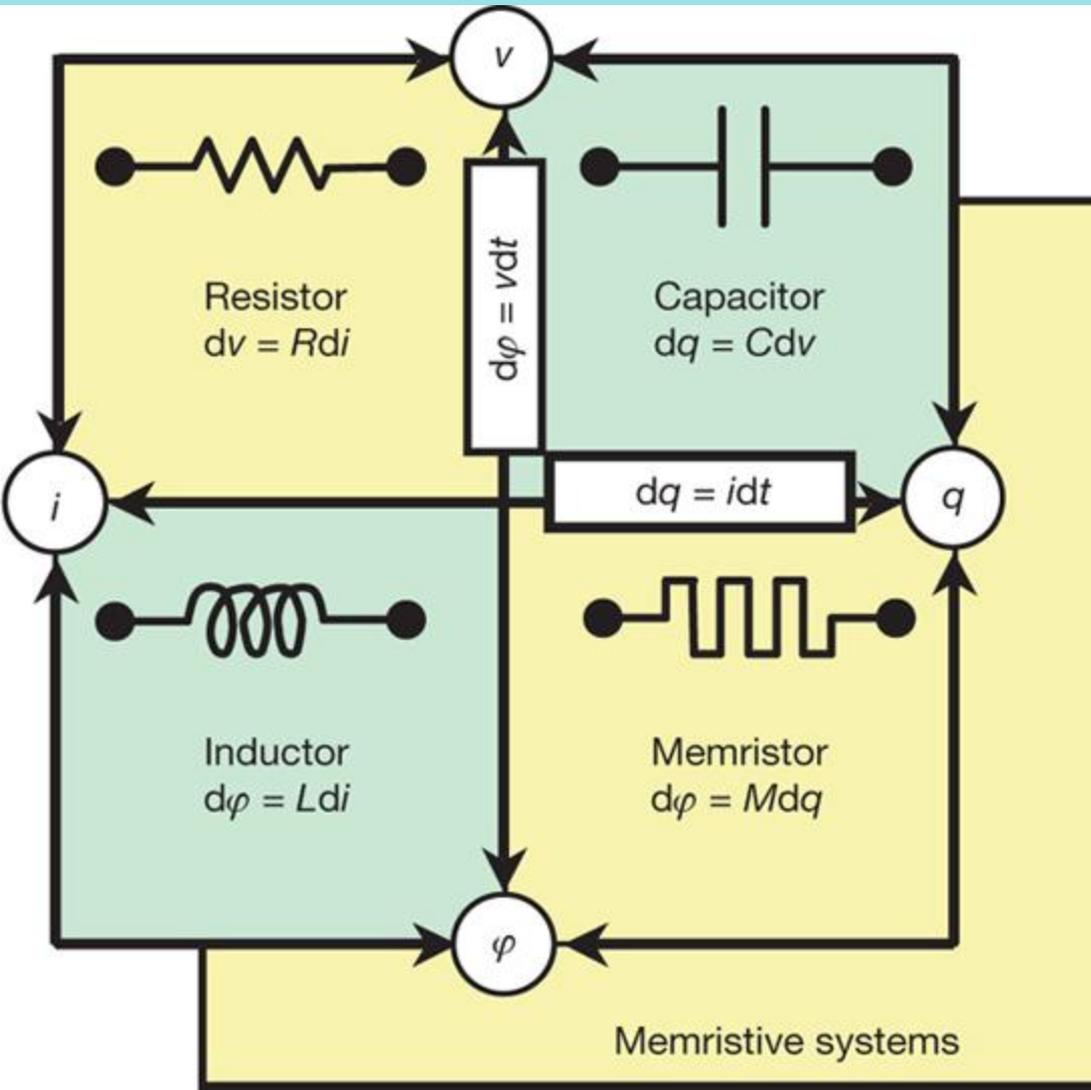


# • спиновые транзисторы

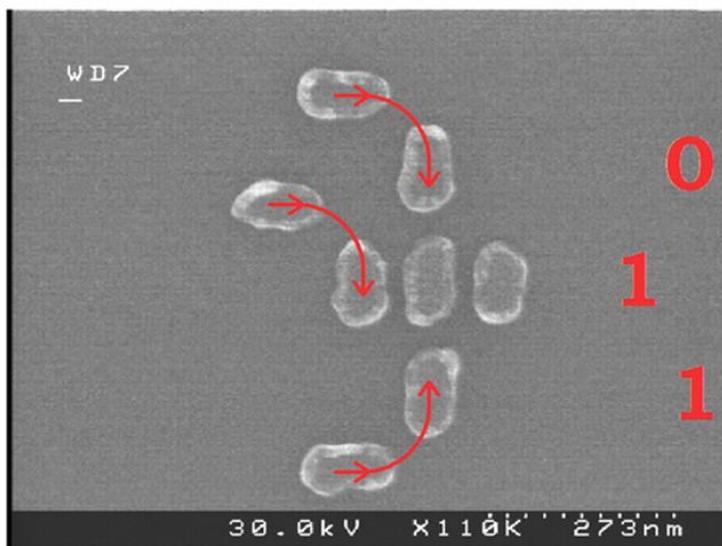
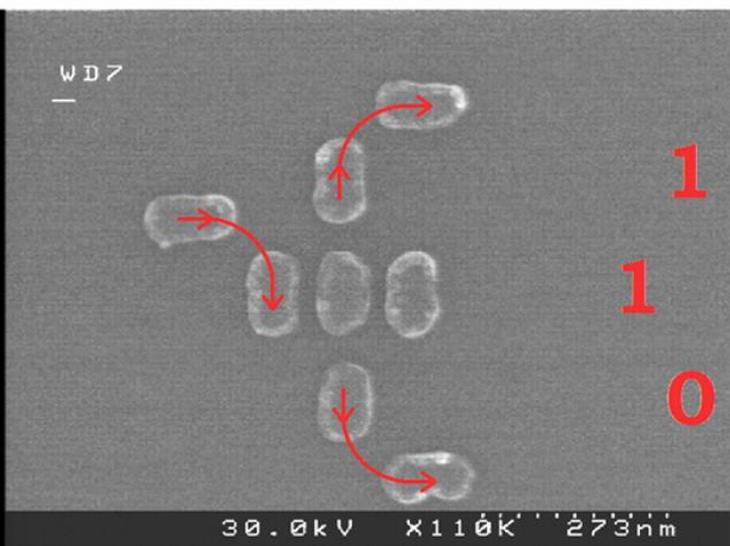
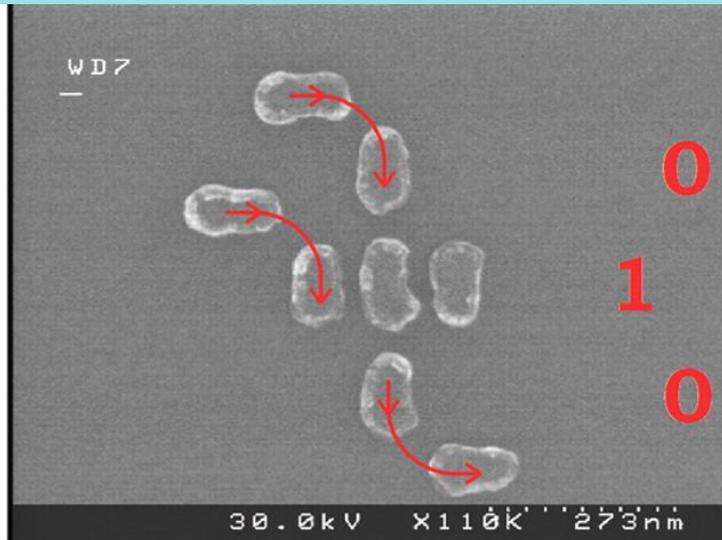
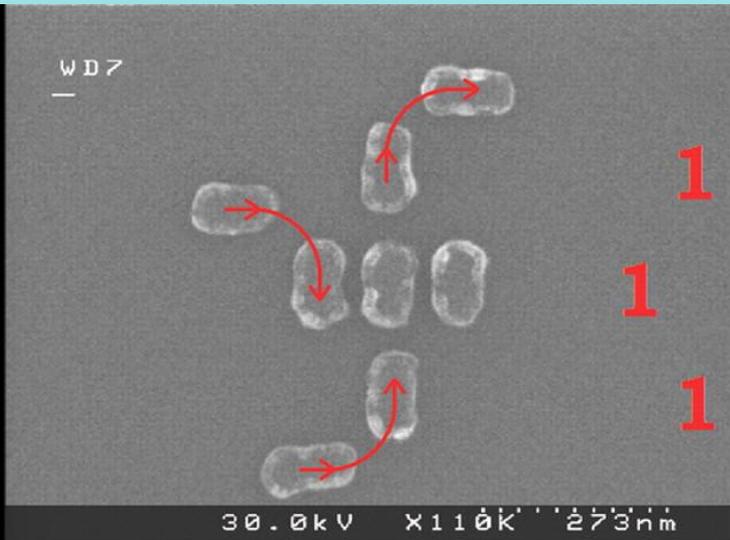
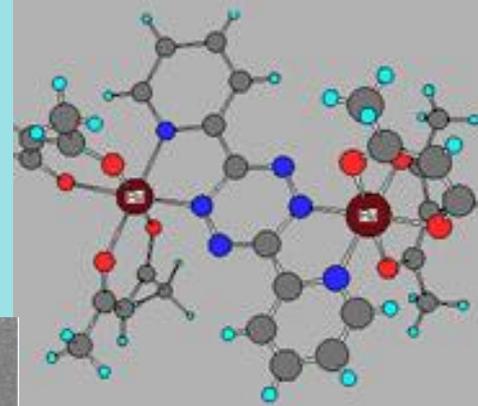
Поляризация электронов  $\Rightarrow$  мала энергия переключения, высокие частоты



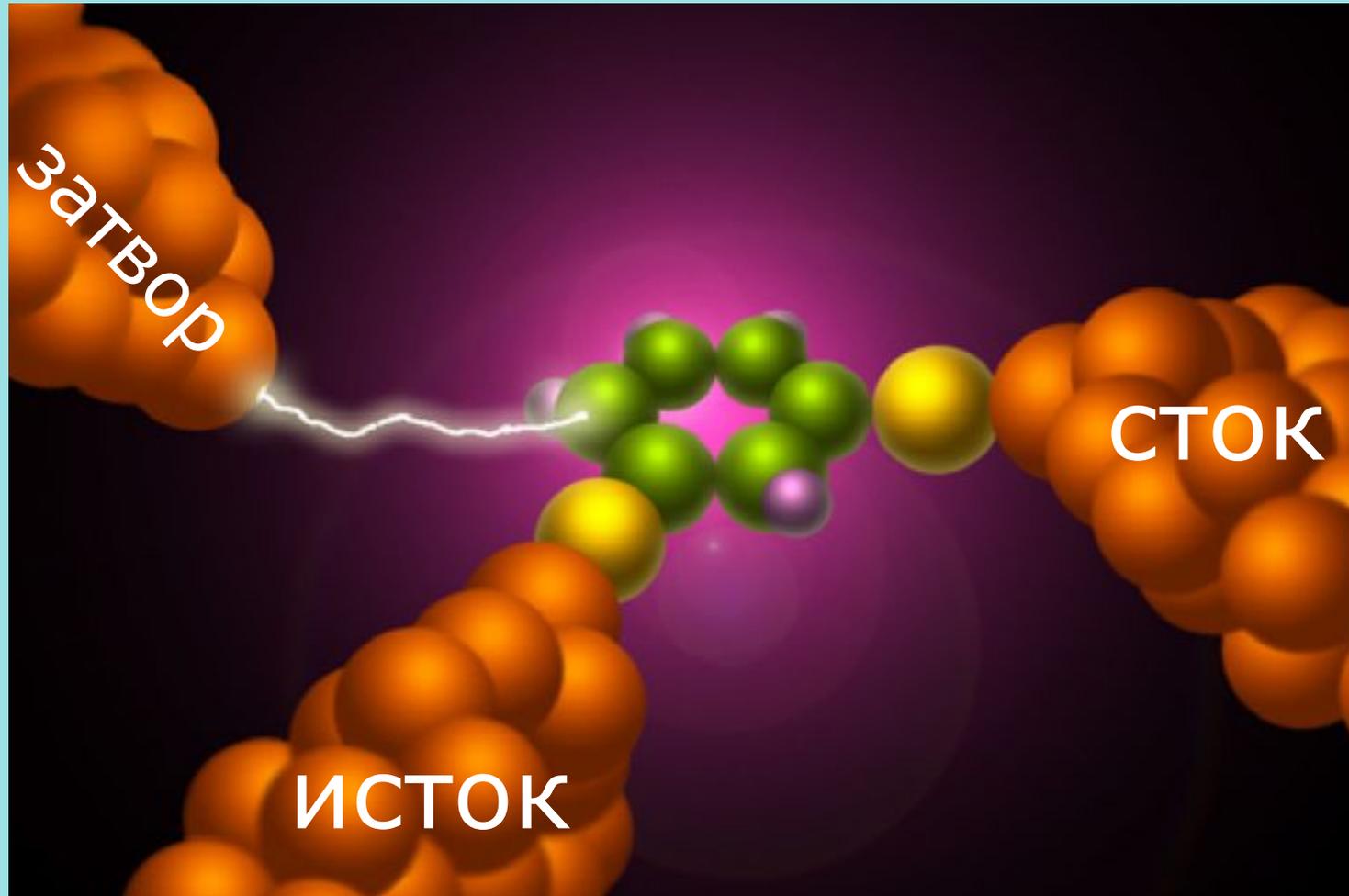
- мемристоры – 4-ый элемент цепей



# • Магнитные квантовые точки



- молекулярные транзисторы



Quantum interference effect transistor

# План разработки квантовых компьютеров

## Development Roadmap

IBM Quantum

