

## Практическое занятие 9

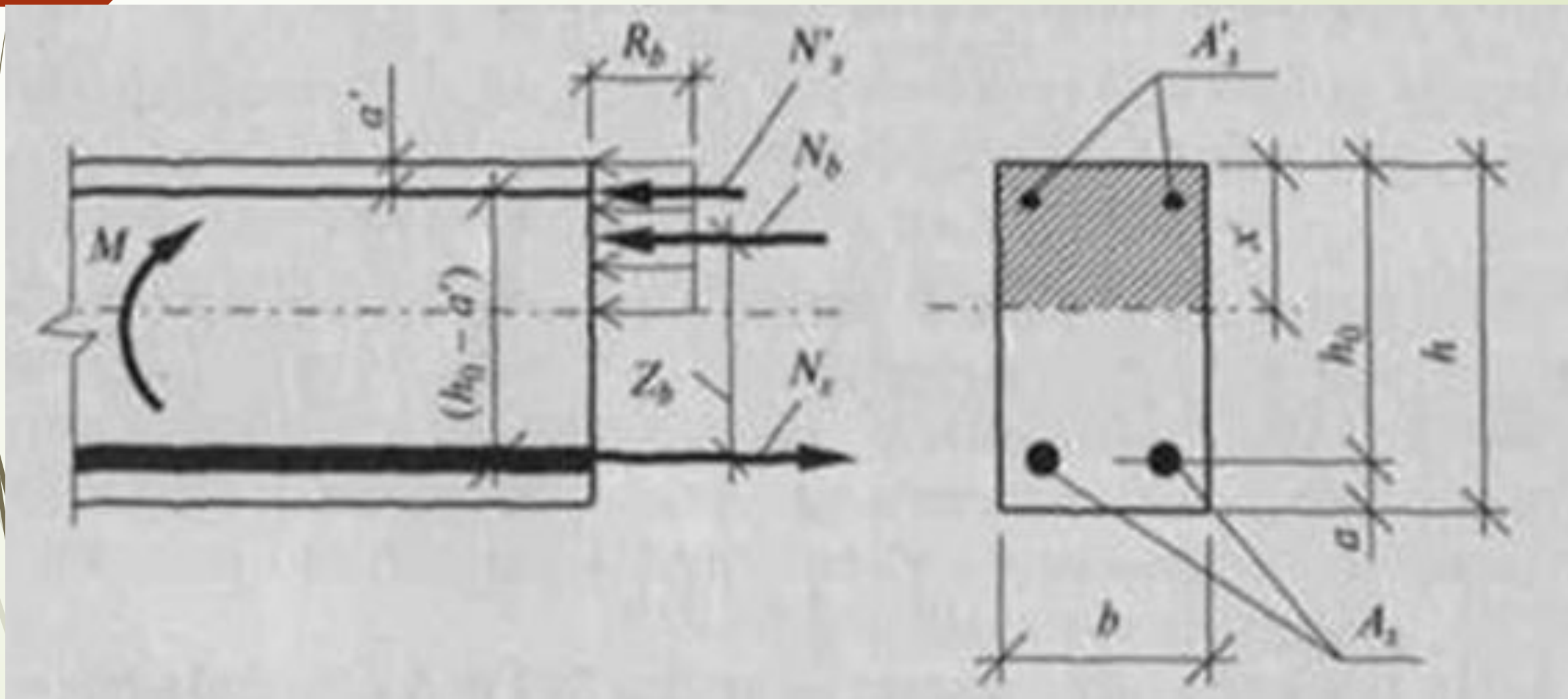
Расчет прочности изгибаемых элементов с двойной арматурой

## Арматура в балках может располагаться:

1. в сжатой и растянутой зонах (двойное армирование) ,
2. либо только в растянутой зоне (одиночное армирование)

- Сечения балок называются сечениями с двойным армированием *при наличии расчетной арматуры в сжатой зоне бетона.*
- Необходимость постановки расчетной арматуры в сжатой зоне бетона возникает в случае, если бетон сжатой зоны не выдерживает приходящихся на него сжимающих напряжений, а увеличивать размеры сечения элемента или прочность бетона по каким-либо причинам нельзя.
- Арматура, поставленная в сжатую зону бетона, работает вместе с бетоном на сжатие, возникающее при этой схеме работы усилие в сжатой арматуре определяется как  $N'_s = R_{sc} A'_s$  (рис. 7.36). Следует учитывать, что арматура в сжатой зоне не так эффективна, как в растянутой зоне бетона, поэтому сечения получаются менее экономичными по сравнению с сечениями с одиночной арматурой.
- Арматура в сжатую зону ставится, если расчетом установлено, что относительная высота сжатой зоны  $\xi$  оказалась больше, чем  $\xi_R$ , т. е. имеет место разрушение по случаю 2 (разрушается сжатая зона) или  $x > \xi_R h_0$  и решено не изменять прочность бетона и размеры сечения

## Расчетные схемы напряженного состояния поперечного сечения балки с двойной арматурой



Условия равновесия:

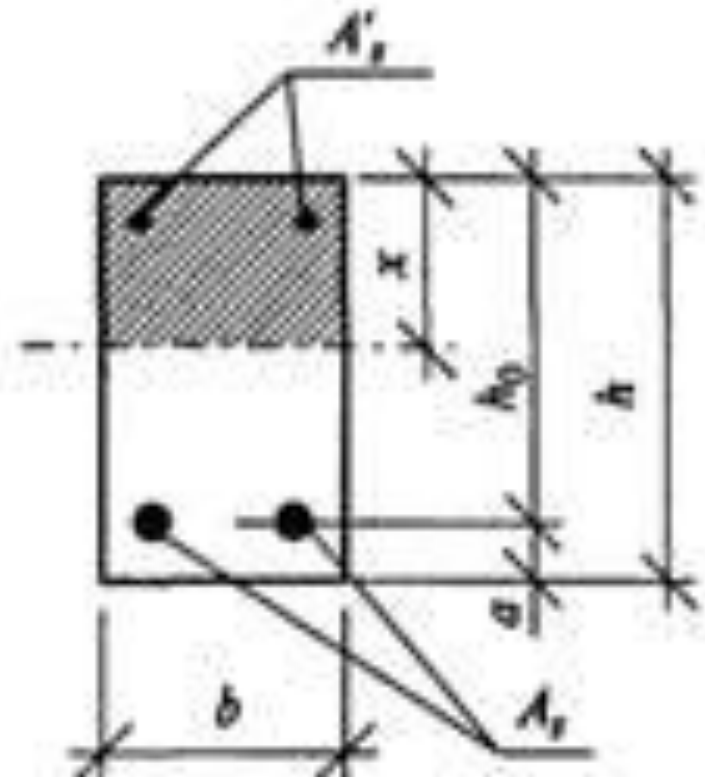
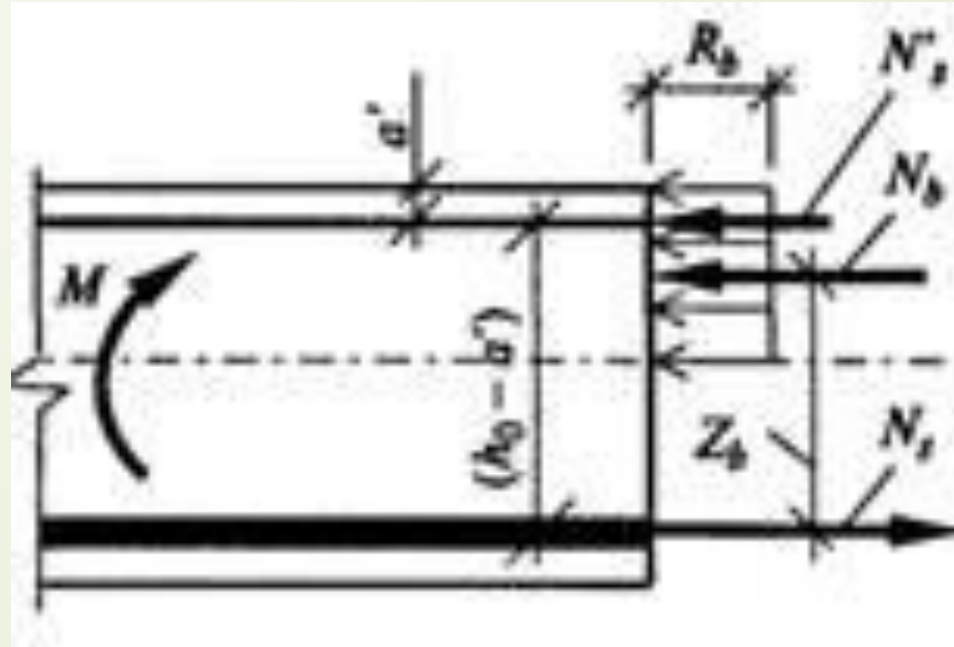
1)  $R_b b x + R_{\sigma} A'_s = R_r A_s;$

2)  $M - R_b b x (h_0 - 0,5x) - R_{\sigma} A'_s (h_0 - a') = 0.$

Условия прочности:

1a)  $R_b b x = R_r A_s - R_{\sigma} A'_s;$

2a)  $M \leq R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{\sigma} A'_s (h_0 - a').$



В практике проектирования часто встречаются случаи двойного армирования, т.е. установки в сжатую зону арматуры, хотя она там используется менее эффективно. Это производится в случаях для одиночного армирования при  $\xi = \frac{x}{h_0} \geq \xi_R$  - низкая прочность бетона, недостаточная высота сечения. При этом сжатую арматуру должна раскреплять поперечная арматура.

Расчет прямоугольных сечений производится следующим образом в зависимости от высоты сжатой зоны

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_y b} \quad (1)$$

а) при  $\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R$  - из условия

$$M < R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A_s' (h_0 - a'); \quad (2)$$

б) при  $x > x_R$  - из условия

$$M < a_R R_b b h_0^2 + R_{sc} A_s' (h_0 - a'), \quad (3)$$

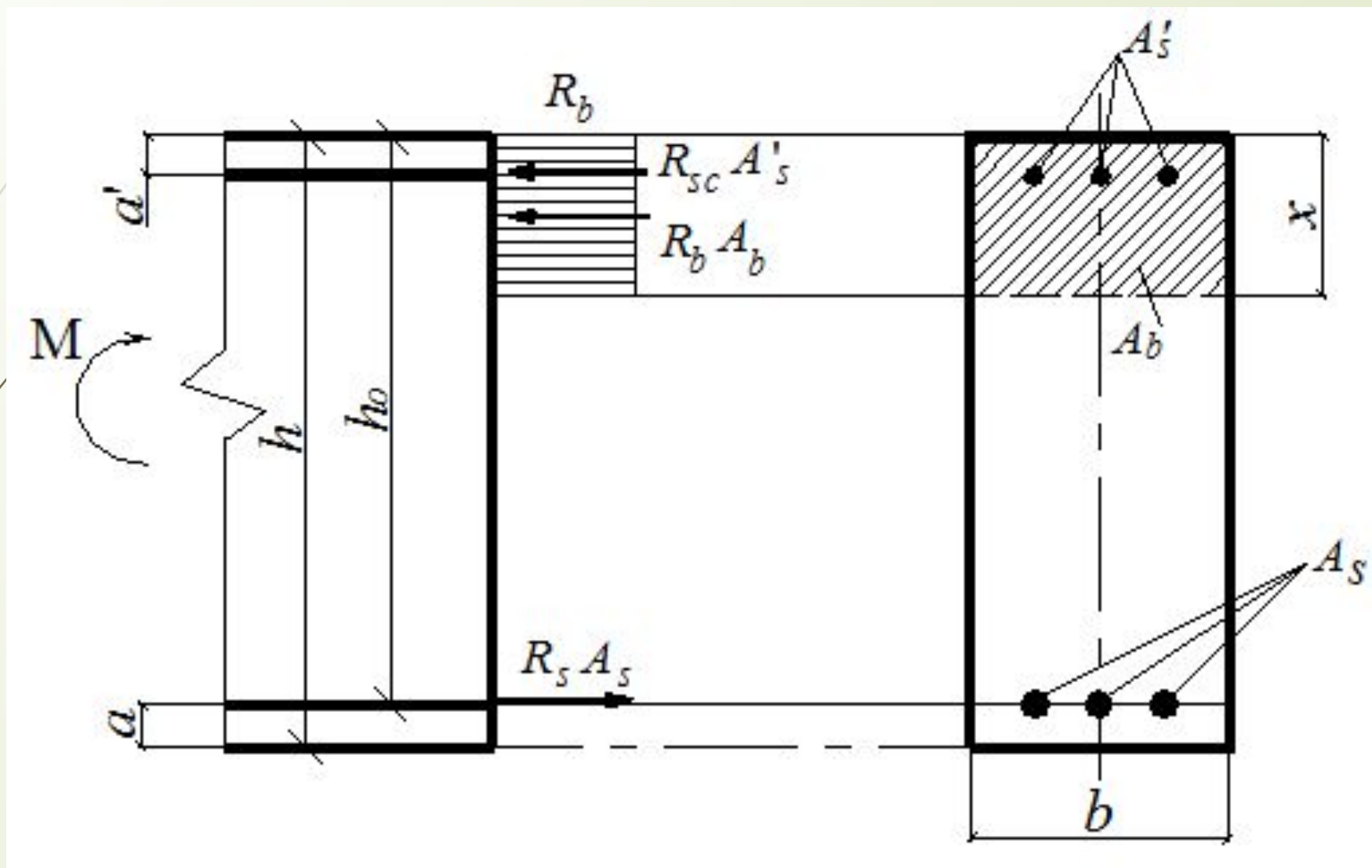
где  $a_R = x_R(1 - 0,5x_R)$ .

Если  $x \leq a', 0$  прочность проверяют из условия

$$M \leq R_s A_s (h_0 - a'). \quad (4)$$

Изгибаемые элементы рекомендуется проектировать так, чтобы обеспечить выполнение условия  $x \leq x_R$ . Невыполнение этого условия можно допустить лишь в случаях, когда площадь сечения растянутой арматуры определена из расчета по предельным состояниям второй группы или принята по конструктивным соображениям.

Схема усилий и эпюра напряжений в поперечном прямоугольном сечении  
изгибаемого железобетонного элемента с двойным армированием



Задача 1 типа. Определить площади сечения растянутой  $A_s$  и сжатой  $A'_s$  арматуры, соответствующие минимуму их суммы.

Учитывая, что  $x = \xi_R h_0$  площадь арматуры определяют по формулам:

$$A'_s = \frac{M - \alpha_R R_b b h_0^2}{R_s (h_0 - a')}; \quad (5)$$

$$A_s = \alpha_R R_b b h_0 / R_s + A'_s, \quad (6)$$

где  $\alpha_R$  и  $a_R$  – определяются по зависимостям (см. формулу 3).

Задача второго типа. Заданы размеры сечения  $b$  и  $h$  и площадь сжатой арматуры  $A'_s$ . Требуется определить площадь сечения растянутой арматуры. Определяют параметр

$$\alpha_m = \frac{M - R_{sc} A'_s (h_0 - a')}{R_b b h_0^2} \geq 0.$$

Если  $\alpha_m < \alpha_R$  то площадь растянутой арматуры определится

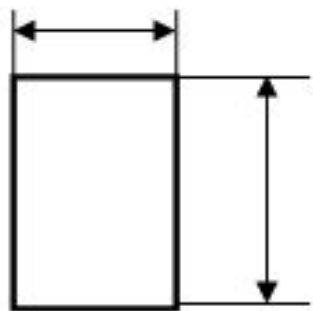
$$A_s = \xi R_b b h_0 / R_s + A'_s R_{sc} / R_s.$$

Если  $\alpha_m > \alpha_R$  то сжатой арматуры недостаточно.



Тема: Подбор площади рабочей арматуры при заданных размерах прямоугольного сечения с двойным армированием

Исходные данные:



Длина балки -  $L_1 = 6,4$  м.

Длина пролета -  $L_2 = 6,0$  м.

Расчетная нагрузка на перекрытия -  $q^{\text{табл}} = 6,67$  кН/м<sup>2</sup>.

Класс бетона - В 20.

Класс арматуры - А II.

Сечение балки  $b = 25$  см;  $h = 40$  см

## 1. Сбор нагрузок.

$$q = q^{\text{табл}} * L_2 + q^{\text{с.в.}}$$

$q^{\text{табл}}$  - расчетная нагрузка на перекрытия, кН/м<sup>2</sup>

$L_2$  - длина пролета, м;

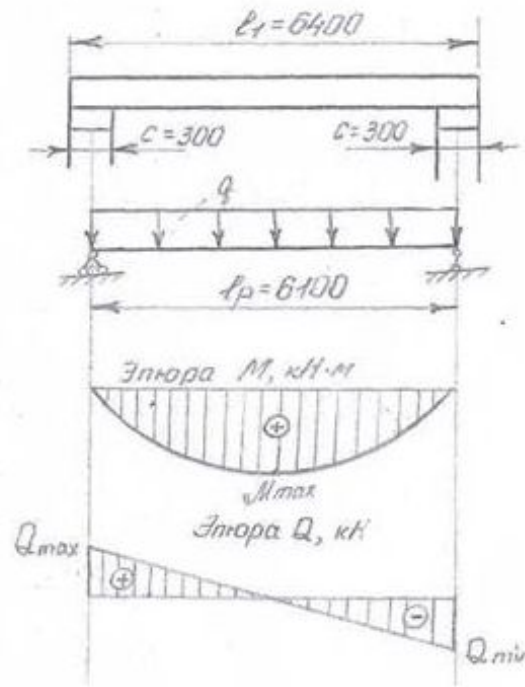
$q^{\text{с.в.}}$  - собственный вес балки, кН/м;

$$q^{\text{с.в.}} = S * 1 * \rho * 9,81 * \gamma_f = 0,25 * 0,4 * 1 * 2,5 * 9,81 * 1,1 = 2,69 \text{ кН/м}^2$$

$$q = 6,67 * 6 + 2,69 = 42,71 \text{ кН/м}^2$$

## 2. Статический расчет

Расчетная схема



2.1. Определяем расчетный пролет балки

$$l_p = l_1 - 2 \cdot (c/2) = l_1 - c = 6,4 - 0,3 = 6,1 \text{ м}$$

2.2. Определяем максимальный изгибающий момент

$$M_{\max} = \frac{q \cdot l_p^2}{8} = \frac{42,71 \cdot (6,1)^2}{8} = 198,65 \text{ кНм} =$$

$$= 19865 \text{ кНсм}$$

2.3. Определяем максимальную поперечную силу:

$$Q_{\max} = \frac{q \cdot l_p}{2} = \frac{42,71 \cdot 6,1}{2} = 130,26 \text{ кН}$$

### 3. Конструктивный расчет

#### 3.1. Расчет по нормальному сечению

3.1.1. Задаемся классом бетона: В 20  $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$

3.1.2. Задаемся классом арматуры: А II  $R_s = 280 \text{ МПа} = 28 \text{ кН/см}^2$

3.1.3. Задаемся размерами сечения:  $b = 25 \text{ см}; h = 40 \text{ см}.$

3.1.4. Определяем рабочую высоту сечения:  $h_0 = h - a = 40 - 3,5 = 36,5 \text{ см}$

где  $a$  – защитный слой бетона, см

(если  $M_{max} \leq 200 \text{ кН*м}$ , то  $a = 3,5 \text{ см}$ ,  $M_{max} \geq 200 \text{ кН*м}$ , то  $a = 5 \text{ см}$ )

3.1.5. Определяем коэффициент  $A_0$  ( $\alpha_0$ ):

$$A_0(\alpha_0) = \frac{M_{max}}{R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{19865}{1,15 \cdot 25 \cdot 36,5^2} = 0,518$$

3.1.6. Определяем  $A_0^{max}$  согласно классам бетона та арматуры (приложение 4):  $A_0^{max} = 0,43.$

3.1.7. Проверяем условие:  $A_0 (a_0) \leq A_0^{max}$  – принимаем одиночное армирование.

$A_0 (a_0) > A_0^{max}$  – принимаем двойное армирование.

0,518 > 0,43 – принимаем двойное армирование (растянутой и сжатой зон).

3.1.8. Определяем необходимую площадь поперечного сечения сжатой арматуры:

$$A_s^{сжат} = \frac{M_{max} - A_0^{max} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2}{R_{sc} \cdot (h_0 - a')} = \frac{19865 - 0,43 \cdot 1,15 \cdot 25 \cdot 36,5^2}{28 \cdot (30 - 3)} = 6,67 \text{ см}^2$$

где  $a' = 3$  см – защитный слой бетона сжатой зоны;

$R_{sc} = R_s$  (для арматуры классов АII, АIII)

3.1.9. Определяем необходимую площадь поперечного сечения арматуры растянутой зоны:

$$A_s = \frac{\xi_R \cdot R_b \cdot b \cdot h_0 + R_{sc} \cdot A_s'}{R_s} = \frac{0,59 \cdot 1,15 \cdot 25 \cdot 36,55 + 28 \cdot 6,67}{28} = 27,87 \text{ см}^2$$

По сортаменту (приложение 1) подбираем арматуру сжатой и растянутой зон сечения.

**Условия равновесия:**

1)  $R_b b x + R_{sc} A_s' = R_s A_s$

**Условия прочности:**

2а)  $M \leq R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A_s' (h_0 - a')$

При подборе сечений с двойной арматурой по заданным моменту, классу бетона и арматуры возможны два варианта задачи второго типа:

- 1-й вариант:
- Задано: момент  $M$ , размеры  $b$  и  $h$ ,
- требуется определить площади сечения арматуры  $A_s$  и  $A_s'$ .
- Принимая  $x = x_R \times h_o$ , то есть полагая полное использование возможностей сжатого бетона, определяем требуемую площадь сжатой арматуры  $A_s'$ :
- $A_s' = (M - a_R R_b b h_o^2) / [R_{sc} (h_o - a_s')]$ ;
- Из условия равенства нулю суммы проекций всех сил на продольную ось элемента получим:
- $A_s = (R_{sc} A_s' + x_R R_b b h_o) / R_s$ .

□

□ 2-й вариант:

Задано: момент  $M$ , размеры сечения  $b$  и  $h$ , и площадь сечения сжатой арматуры  $A_s'$ ; требуется определить площадь сечения растянутой арматуры  $A_s$ .

□ Решение :

□ Находим

$$\square a_m = [M - R_{sc} A_s' (h_0 - a_s')] / R_b b h_0^2.$$

□ Если  $a_m \leq a_R$ , по таблицам находят  $\xi$  и вычисляют требуемую площадь растянутой арматуры:

$$\square A_s = (R_{sc} A_s' + \xi R_b b h_0) / R_s.$$

□ *Примечание.*

□ *Если окажется  $a_m > a_R$ , это означает, что заданного количества  $A_s'$  недостаточно.*

□ *Требуется прекратить решение этой задачи, считать, что арматура  $A_s'$  не известна, и перейти к решению первого варианта задачи. То есть найти требуемую площадь ее по общим правилам.*

**Пример** Д а н о: железобетонная балка сечением  $25 \times 50$  см. В сжатой зоне установлена арматура  $2\emptyset 12$  А-III, а в растянутой зоне арматура  $4\emptyset 16$  А-III;  $a = 3,5$  см;  $a' = 3,0$  см. Бетон В15,  $\gamma_{b2} = 0,9$ . Определить предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением (проверка прочности).

**Р е ш е н и е**

По прилож. 1,5,6 находим  $R_b = 8,5 \cdot 0,9 = 7,65$  МПа;  $R_s = R_{sc} = 365$  МПа;  $A_s = 8,04$  см<sup>2</sup>;  $A_s' = 2,26$  см<sup>2</sup>;  $h_0 = h - a = 500 - 35 = 465$  мм.

Из формулы (3.14.) определим высоту сжатой зоны

$$x = \frac{(R_s A_s - R_{sc} A_s')}{R_b b} = \frac{(365 \cdot 8,04 - 365 \cdot 2,26)}{7,65 \cdot 250} = 110,31 \text{ мм};$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{110,31}{465} = 0,237;$$

$$\xi_{R} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\sigma_{SR}}{\sigma_{su}} \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)} = \frac{0,789}{1 + \frac{365}{500} \left(1 - \frac{0,789}{1,1}\right)} = 0,654,$$

где  $\alpha = 0,85 - 0,008 \cdot 7,65 = 0,789$ .

Таким образом,  $\xi = 0,237 < \xi_R = 0,654$ , имеет место случай 1.

Подставляя значение  $x$  в (3.13), получим

$$M = 7,65 \cdot 250 \cdot 110,31 \left(465 - \frac{110,31}{2}\right) + 365 \cdot 2,26(465 - 30) = 122,35 \cdot 10^6 \text{ Нмм} = 122,35 \text{ кНм}$$



**Пример** Д а н о: железобетонная балка, у которой сечение бетона и характеристики материалов те же, что и в примере 3.4. На балку действует расчётный изгибающий момент  $M=200$  кНм. Определить площадь сечения двойной арматуры.

**Р е ш е н и е**

Определим  $\alpha_m$  как для сечения с одиночной арматурой

$$\alpha_m = \frac{200 \cdot 10^6}{7,65 \cdot 250(465)^2} = 0,484.$$

Предельное значение  $\alpha_m = \alpha_R$ , соответствующее  $\xi_R = 0,654$  из табл. 3.1. равно 0,451. Так как условие  $\alpha_m < \alpha_R$  не выполняется ( $0,484 > 0,451$ ), то необходимо двойное армирование. Из уравнения (3.15) найдём

$$A_s' = \frac{200 \cdot 10^6 - 0,451 \cdot 7,65 \cdot 250 \cdot (465)^2}{365(465 - 30)} = 85,03 \text{ мм}^2 = 0,85 \text{ см}^2.$$

Из уравнения (3.14 а) площадь сечения растянутой арматуры при  $\xi = \xi_R$

$$\text{равно } A_s = \frac{(7,65 \cdot 250 \cdot 0,654 \cdot 465 + 365 \cdot 85,03)}{365} = 1678,48 \text{ мм}^2 = 16,78 \text{ см}^2.$$

По прилож. 6 принимаем:

в сжатой зоне  $2\emptyset 10$  А-III ( $A_s' = 1,57 \text{ см}^2$ );

в растянутой зоне  $3\emptyset 28$  А-III ( $A_s = 18,47 \text{ см}^2$ ).

**Пример** Д а н о: железобетонная балка с сечением и характеристиками материалов, принятыми в примере 3.4. В сжатой зоне установлена арматура  $2\text{Ø}10$  А-III ( $A_s' = 1,57\text{см}^2$ ), расчётный изгибающий момент  $M=150$  кНм. Определить площадь сечения растянутой арматуры.

**Р е ш е н и е**

Из уравнения (3.13 а) найдём

$$\alpha_m = \frac{150 \cdot 10^6 - 365 \cdot 157(465 - 30)}{7,65 \cdot 250(465)^2} = 0,302.$$

По табл. 3.1.  $\xi = 0,371$ ,  $\alpha_R = 0,451$  (см. пример 3.5.).

Таким образом, условие  $\alpha_m < \alpha_R$  выполняется, т.е. имеет место случай 1, и заданного количества арматуры  $A_s'$  достаточно.

Из уравнения (3.14 а) площадь сечения растянутой арматуры

$$A_s = \frac{(365 \cdot 157 + 7,65 \cdot 250 \cdot 0,371 \cdot 465)}{365} = \\ = 1060,93 \text{ см}^2 = 10,6 \text{ см}^2.$$

По прилож. 6 принимаем  $3\text{Ø}22$  А-III ( $A_s=11,4 \text{ см}^2$ ).

Условие прочности имеет вид

$$M \leq R_b b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} A_s' (h_0 - a') \quad (3.13)$$

а уравнение проекций всех сил на продольную ось элемента

$$R_s A_s = R_b b x + R_{sc} A_s' . \quad (3.14)$$

$$M \leq \alpha_m R_b b h_0^2 + R_{sc} A_s' (h_0 - a') , \quad (3.13 \text{ a})$$

$$R_s A_s = R_b b \xi h_0 + R_{sc} A_s' . \quad (3.14 \text{ a})$$

$$M \leq \alpha_R R_b b h_0^2 + R_{sc} A_s' (h_0 - a') . \quad (3.15)$$

**Предельные значения коэффициентов  $\xi$  и  $A_0$**

Класс арматуры, коэффициенты		Класс прочности бетона						
		<b>B12,5</b>	<b>B15</b>	<b>B20</b>	<b>B25</b>	<b>B30</b>	<b>B35</b>	<b>B40</b>
A-III, Bp-I	$\xi_R$	0,662	0,652	0,627	0,604	0,582	0,564	0,542
	$A_{0R}$	0,443	0,440	0,430	0,422	0,413	0,405	0,395
A-II	$\xi_R$	0,689	0,680	0,650	0,632	0,610	0,592	0,571
	$A_{0R}$	0,452	0,449	0,439	0,432	0,424	0,417	0,408
A-I	$\xi_R$	0,708	0,698	0,674	0,652	0,630	0,612	0,591
	$A_{0R}$	0,457	0,455	0,447	0,439	0,432	0,425	0,416
A-IIIb	$\xi_R$		0,71	0,68	0,66	0,64	0,62	0,60
	$A_{0R}$		0,458	0,449	0,442	0,435	0,428	0,420
A-IV	$\xi_R$		0,59	0,56	0,54	0,51	0,50	0,48
	$A_{0R}$		0,416	0,403	0,394	0,380	0,375	0,365
A-V	$\xi_R$			0,54	0,52	0,50	0,48	0,46
	$A_{0R}$			0,394	0,385	0,375	0,365	0,354
B-II, Bp-II	$\xi_R$			0,51	0,48	0,46	0,45	0,42
	$A_{0R}$			0,380	0,365	0,354	0,349	0,332

## Предельные значения коэффициентов $A_0$ и $\xi$

(при значении коэффициента условий работы бетона 0,9)

Класс арматуры	$\xi_r$	$A_{0r}(A_{0max})$
A240 (A-I)	0,612	0,425
A300 (A-II)	0,577	0,410
A400 (A-III)	0,53	0,39

24.03.20  
22

РАСЧЕТНЫЕ ПЛОЩАДИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ И МАССА  
АРМАТУРЫ; СОРТАМЕНТ ГОРЯЧЕКАТАНОЙ СТЕРЖНЕВОЙ  
АРМАТУРЫ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ, ОБЫКНОВЕННОЙ И  
ВЫСОКОПРОЧНОЙ АРМАТУРНОЙ ПРОВОЛОКИ

Диаметр, мм	Расчетные площади поперечного сечения, см <sup>2</sup> , при числе стержней										Масса, кг/м	Сортамент горячекатанной арматуры периодического профиля из стали классов								Сортамент арматурной проволоки	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		A II	A III	A IV	A IVС	A V	A V	A VI	A VI	Вр I	Вр II
3	0 071	0 14	0 21	0 28	0 35	0 42	0 49	0 57	0 64	0 71	0 052									x	x
4	0 126	0 25	0 38	0 5	0 63	0 76	0 88	1 01	1 13	1 26	0 092									x	x
5	0 196	0 39	0 59	0 79	0 98	1 18	1 37	1 57	1 77	1 96	0 144									x	x
6	0 283	0 57	0 85	1 13	1 42	1 7	1 98	2 26	2 55	2 83	0 222		x								x
7	0 385	0 77	1 15	1 54	1 92	2 31	2 69	3 08	3 46	3 85	0 302										x
8	0 503	1 01	1 51	2 01	2 54	3 02	3 52	4 02	4 53	5 03	0 395		x								x
9	0 636	1 27	1 91	2 54	3 18	3 82	4 45	5 09	5 72	6 36	0 499										
10	0 785	1 57	2 36	3 14	3 93	4 71	5 5	6 28	7 07	7 85	0 617	x	x	x	x	x	x	x	x		
12	1 313	2 26	3 39	4 52	5 65	6 79	7 92	9 05	10 18	11 31	0 888	x	x	x	x	x	x	x	x		
14	1 539	3 08	4 62	6 16	7 69	9 23	10 77	1 31	13 85	15 39	1 208	x	x	x	x	x	x	x	x		
16	2 011	4 02	6 03	8 04	10 05	12 06	14 07	16 08	18 1	20 11	1 578	x	x	x	x	x	x	x	x		
18	2 545	5 09	7 63	10 18	12 72	15 27	17 81	20 36	22 90	25 45	1 998	x	x	x	x	x	x	x	x		
20	3 142	6 28	9 41	12 56	15 71	18 85	21 99	25 14	28 28	31 42	2 466	x	x	x	x	x	x	x	x		
22	3 801	7 6	11 4	15 2	19	22 81	26 61	30 41	34 21	38 01	2 984	x	x	x	x	x	x	x	x		
25	4 909	9 82	14 73	19 63	24 54	29 45	34 36	39 27	44 13	49 09	3 853	x	x		x	x	x		x		
28	6 158	12 32	18 47	24 63	30 79	36 95	43 1	49 26	55 42	61 58	4 834	x	x		x	x	x		x		
32	8 042	16 08	24 13	32 17	40 21	48 25	56 3	64 34	72 38	80 42	6 313	x	x		x						
36	10 18	20 36	30 54	40 72	50 9	61 08	71 26	81 44	91 62	101 8	7 99	x	x								
40	12 56	25 12	37 68	50 24	62 8	75 36	87 92	100 48	113 04	125 6	9,87	x	x								

Примечание знаком «X» отмечены прокладываемые диаметры арматуры.