

ПД.03 ИНФОРМАТИКА И ИКТ

Специальность : Информационные системы и
программирование.

Требования

- Формирование
- 1 ОК-1:Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
- 3 Знать : Формулы Хартли и Шеннона.

Содержание

- 1. Формула Хартли.
- 2. Формула Шеннона.
- 3. Примеры.

***3. ИЗМЕРЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА
ИНФОРМАЦИИ. ФОРМУЛА
ХАРТЛИ И ШЕННОНА.***

- Необходимость изучения этой темы “*Измерение количества информации. Формула Хартли*” в курсе информатики связана с тем фактом, что теория информации – это один из разделов математики. Поэтому одной из проблем связанных с информацией является измерение ее количества. Однако, само понятие информации можно определить по-разному. Следовательно, можно и по-разному измерить ее количество. Для определения количества информации наиболее распространены формулы Хартли и Шеннона.

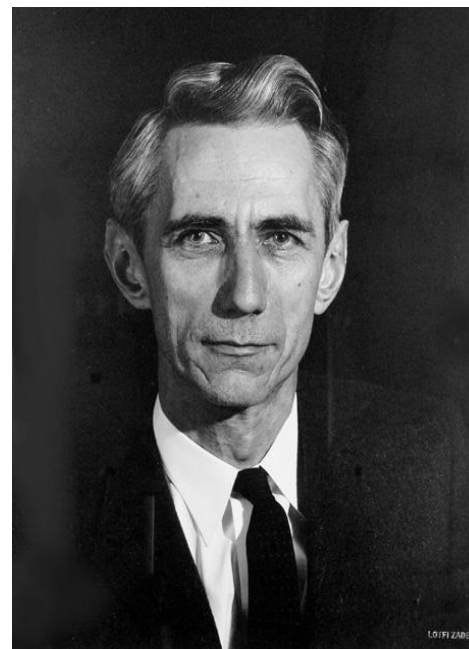
- *Основная проблема изучить какие события являются равновероятными, как найти вероятность события, как найти количество информации в сообщении.*
- В числе первых, кто занимался вопросами теории кодирования и передачи сообщений, был американский ученый Клод Элвуд Шеннон
- Он показал, что информацию можно измерять.
- **Измерение информации.**
- **Величина неопределённости, снимаемой некоторым сообщением, и представляет собой содержащееся в сообщении количество информации.**
- **Вероятность события.**
- **Такой подход к определению количества информации называют содержательным.**

Ученые, которые внесли вклад в теорию информации.



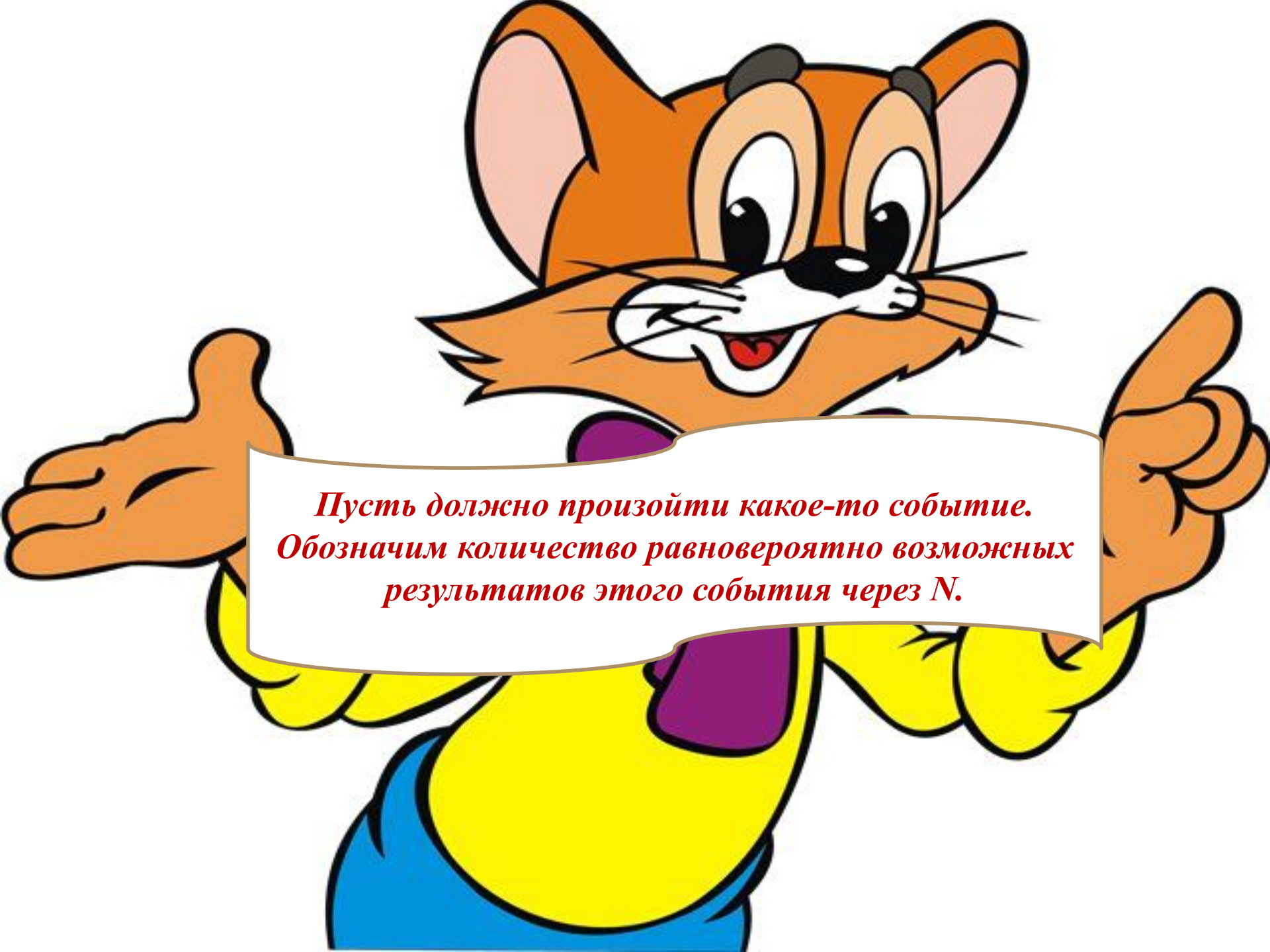
Ральф Винтон Лайон Хартли

сделал вклад в теорию информации, введя в 1928 логарифмическую меру информации $H = K \log_2(M)$, которая называется хартлиевским количеством информации.



Клод Элвуд Шеннон

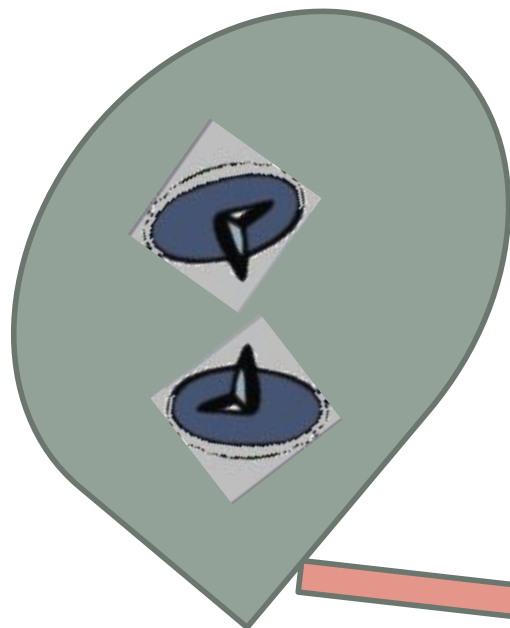
основатель теории информации



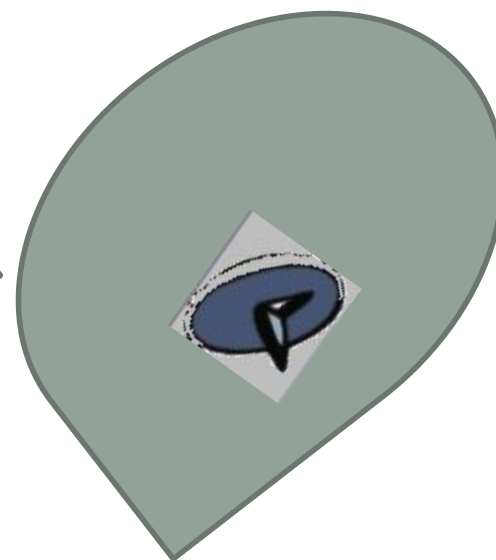
*Пусть должно произойти какое-то событие.
Обозначим количество равновероятно возможных
результатов этого события через N .*

Например, бросаем кнопку.
Выпадает “шляпкой” или
“остриём” -
равновероятные события,
значит $N=2$.





Происшедшее событие

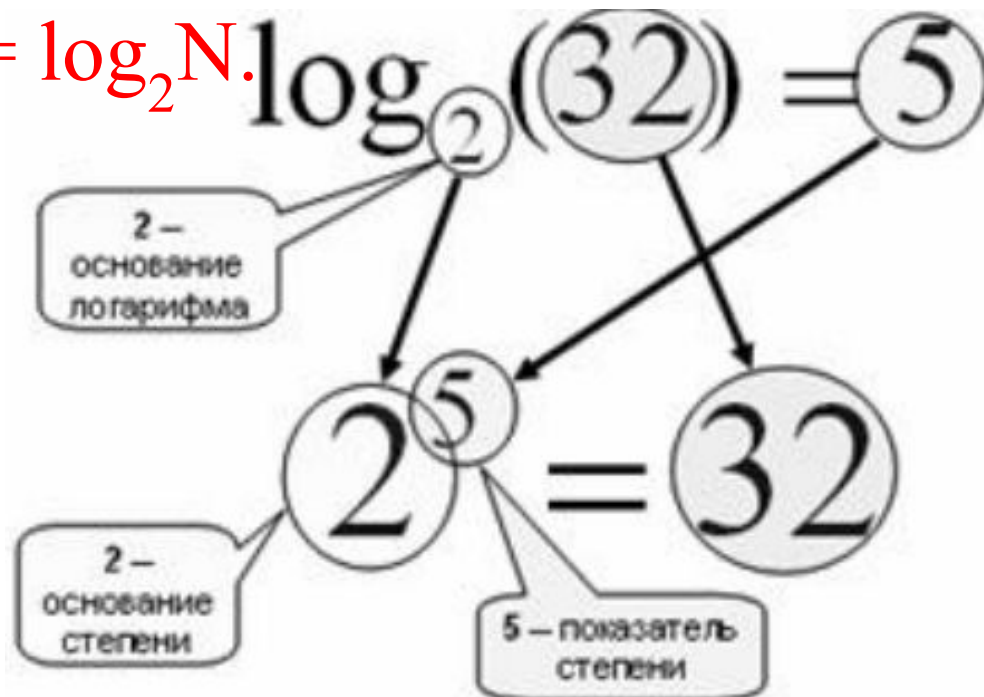


Возможные события .
Они равновероятны.

Сообщение о результате приводит в уменьшению
неопределенности наших знаний в 2 раза.

Американский инженер Р. Хартли (1928 г.) процесс получения информации рассматривает как выбор одного сообщения из конечного наперёд заданного множества из N равновероятных сообщений, а количество информации I , содержащееся в выбранном сообщении, определяет как двоичный логарифм N .

Формула Хартли: $I = \log_2 N$. $\log_2 (32) = 5$



Существует множество ситуаций, когда возможные события имеют различные вероятности реализации. Например, если монета несимметрична (одна сторона тяжелее другой), то при ее бросании вероятности выпадения "орла" и "решки" будут различаться.

$$I = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i,$$

Формулу для вычисления количества информации в случае различных вероятностей событий предложил К. Шеннон в 1948 году. В этом случае количество информации определяется по формуле:

где I - количество информации;

N - количество возможных событий;

p_i - вероятность i -го события.

СОБЫТИЯ



**имеют различные
вероятности реализации**

$$i = \log_2(1/p)$$

p – вероятность события

i – количество информации в сообщении о данном событии

$$I = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$$

Формула Шеннона

равновероятны

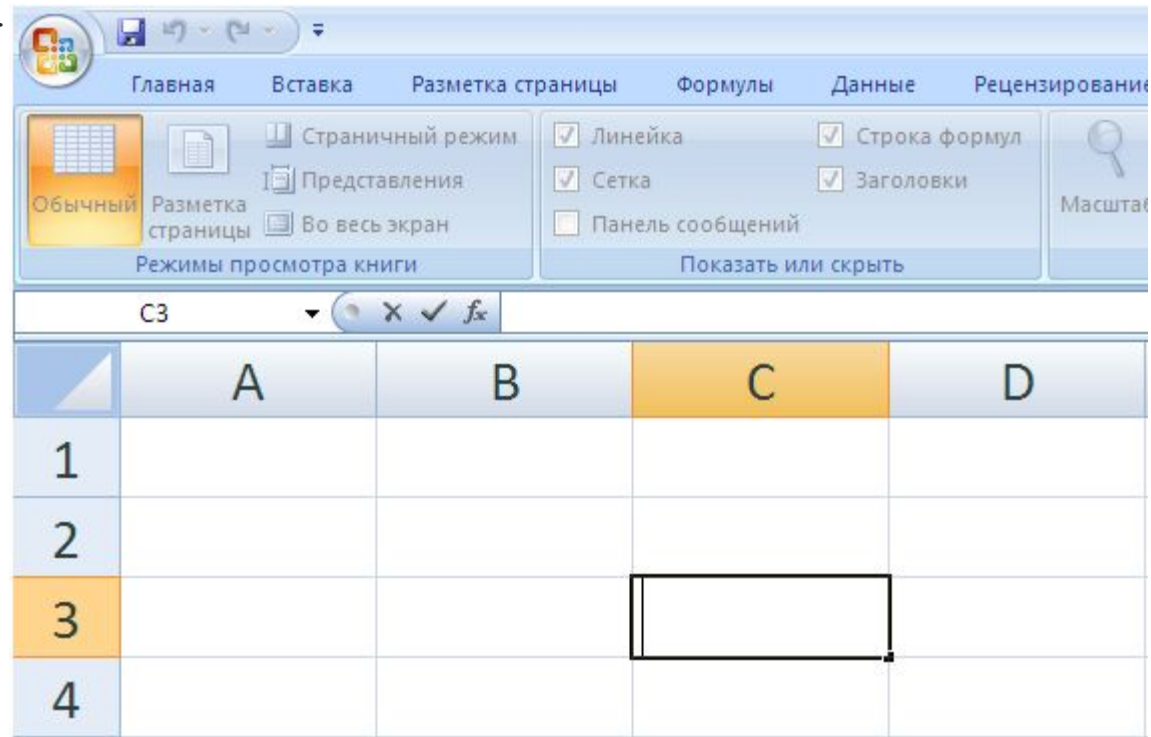
Расчет количества информации по Хартли

$$I = \log_2 N$$

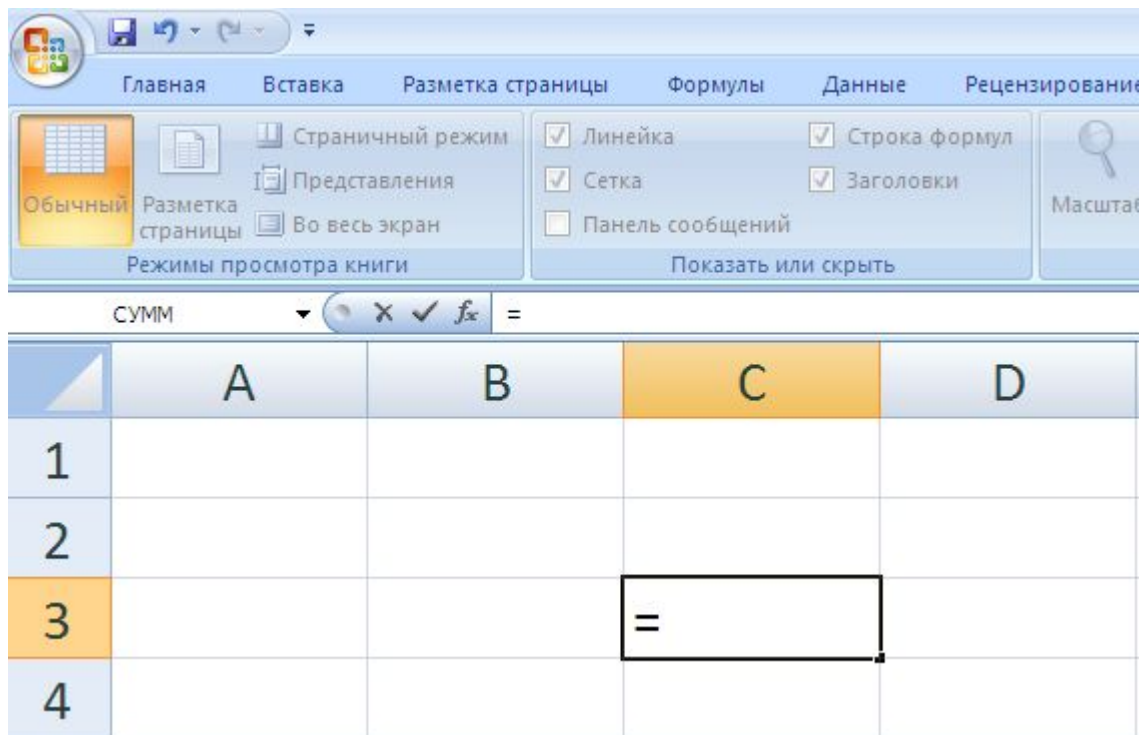
$$N = 2^I$$

Если рассматривать информационный подход к нахождению логарифма в среде Microsoft Excel, то мы может применить алгоритм:

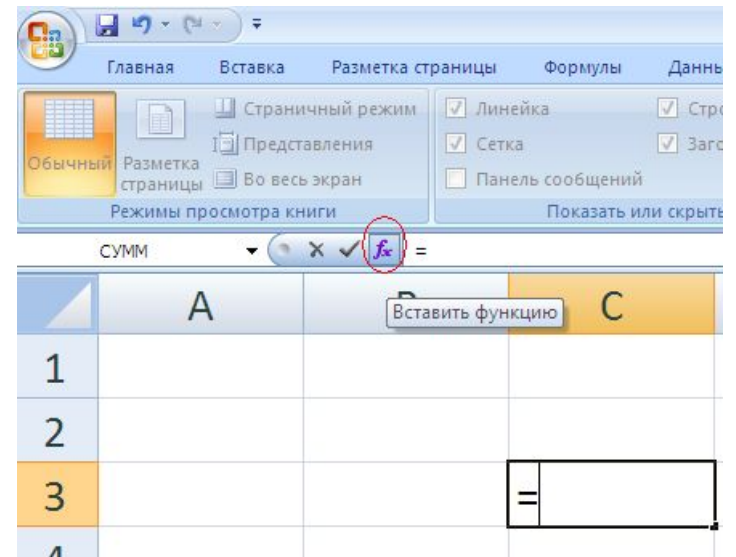
- Рассмотрим пример.
- Пусть нам необходимо найти $\text{Log}_2(1/3)$
- 1. открыть Microsoft Excel.
- 2. выделить ячейку.



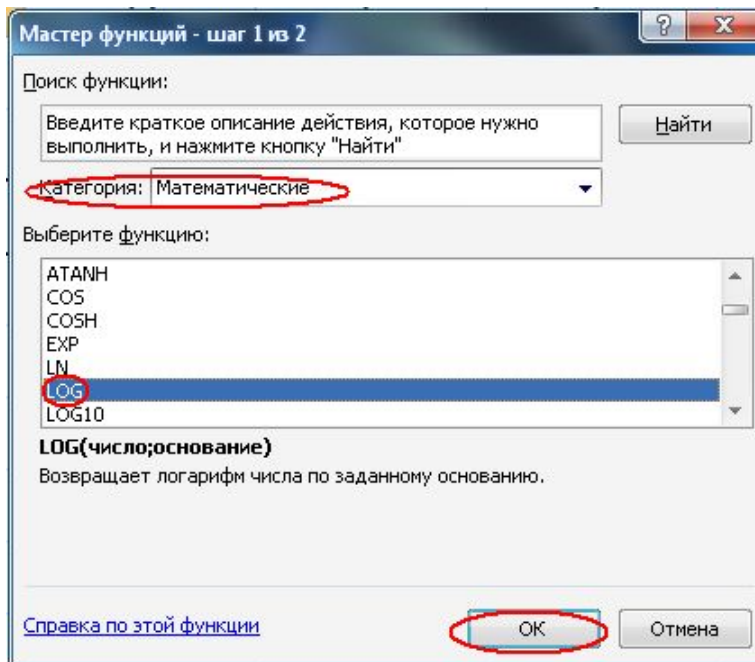
- 3. в ячейку ввести знак равно



4. Нажать f(x)

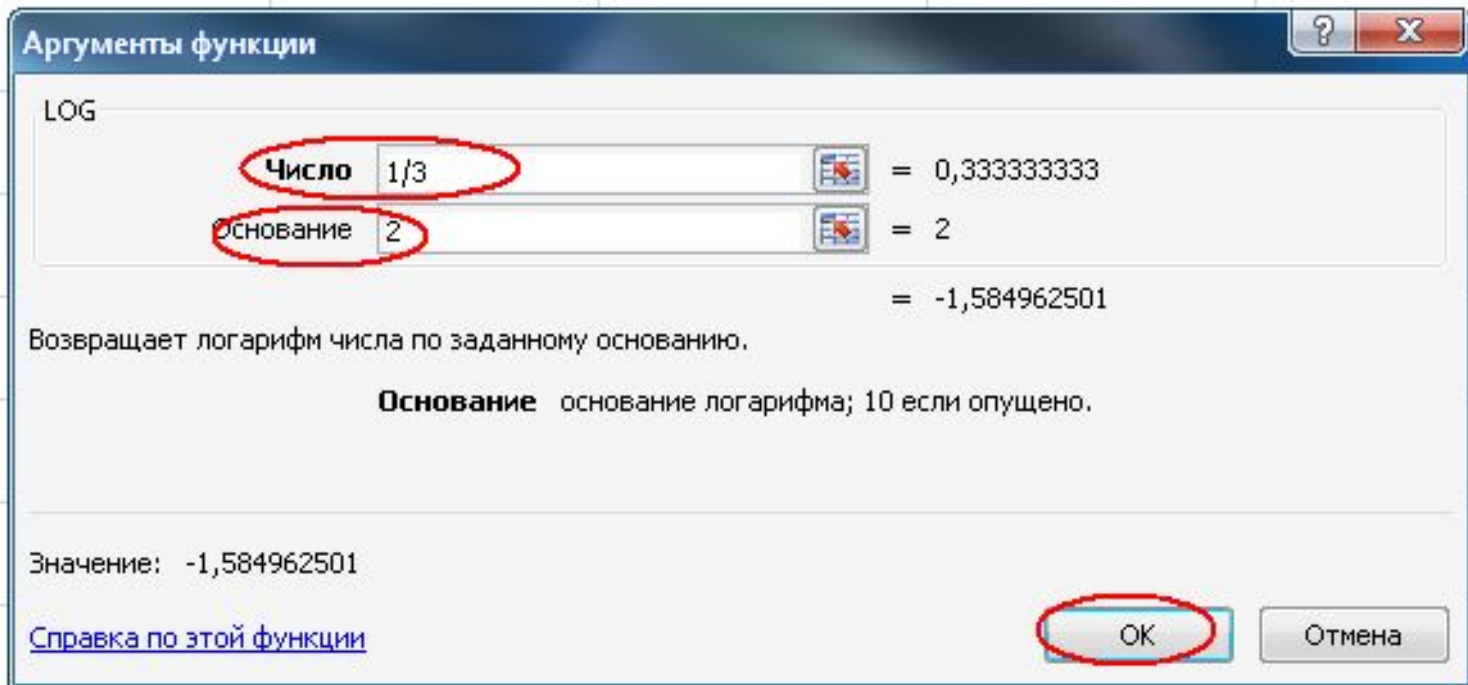


5.



6.

$=\text{LOG}(1/3;2)$



Ответ: $-1,58496$

Рассмотрим решение задач.

Задача 1.

Книга состоит из 64 страниц. На каждой странице 256 символов.

Какой объем информации содержится в книге, если используемый алфавит состоит из 32 символов?

1) 81 920 байт; 2) 40 Кбайт; 3) 16 Кбайт; 4) 10 Кбайт.

- **Решение.**
- По условию задачи мощность алфавита равна 32 символам.
- Найдем информационную емкость одного символа
- **$I = \log_2 N = \log_2 32 = 5$ (бит).**
- Определим информационную емкость одной страницы:
- поскольку на странице 256 символов, то имеем $256 * 5 = 1280$ (бит).
- Определим информационную емкость всей книги: $64 * 1280 = 81920$ (бит).
- $81920 \text{ бит} = 81920 / 8 \text{ байт} = 10240 \text{ байт} = 10240 / 1024 \text{ килобайт} = 10 \text{ килобайт}$
- **Правильный ответ 4) 10 Кбайт.**

- Задача 2.

Чему равен информационный объем одного символа английского языка?

Решение.

В английском языке 26 букв. Тогда информационный объем одного символа

можно найти так: $N=26$. Но 2 в любой степени не может быть равно точно

числу 26. Ближайшая степень числа 2, большая, чем 26, это 32.

Значит, принимаем $N=32$, $N=\log_2 32=5$ битов.

Т. к. $2^5=32$.

Ответ: 5 битов.

Задача 3.

Какое количество вопросов достаточно задать вашему собеседнику, чтобы наверняка определить месяц, в котором он родился?

- Будем рассматривать 12 месяцев как 12 возможных событий. Если спрашивать о конкретном месяце рождения, то, возможно, придется задать 11 вопросов (если на 11 первых вопросов был получен отрицательный ответ, то 12-й задавать не обязательно, так как он и будет правильным).
- Правильно задавать «двоичные» вопросы, т.е. вопросы, на которые можно ответить только «Да» или «Нет». Например, «Вы родились во второй половине года?». Каждый такой вопрос разбивает множество вариантов на два подмножества: одно соответствует ответу «Да», а другое — ответу «Нет».
- Правильная стратегия состоит в том, что вопросы нужно задавать так, чтобы количество возможных вариантов каждый раз уменьшалось вдвое. Тогда количество возможных событий в каждом из полученных подмножеств будет одинаково и их отгадывание равновероятно. В этом случае на каждом шаге ответ («Да» или «Нет») будет нести максимальное количество информации (1 бит).
- По формуле Хартли и с помощью калькулятора получаем:
- $I = \log_2 12 = 3,6$ бит
- Количество полученных бит информации соответствует количеству заданных вопросов, однако количество вопросов не может быть нецелым числом. Округляем до большего целого числа и получаем ответ: при правильной стратегии необходимо задать не более 4 вопросов. Какие же это **могут быть** вопросы?

- **Первый вопрос:** «Вы родились во второй половине года?»
- **Варианты ответов:** (вариант 1) **Нет (значит это могут быть месяцы с 1 по 6),**
- (вариант 2) **Да (значит это могут быть месяцы с 7 по 12).**
- **Второй вопрос:** (вариант 1) «Вы родились весной?», (вариант 2) «Вы родились осенью?».
- **Варианты ответов:** (вариант 1) **Нет (значит остаются месяцы 1, 2, 6),**
- (вариант 2) **Да (значит остаются месяцы 7, 8, 12).**
- **Третий вопрос** (вариант 1) «Вы родились зимой?» , (вариант 2) «Вы родились летом?»
- **Варианты ответов:** (вариант 1) **Нет (остается 6-ой месяц),** (вариант 2) **Да «Остается 7 или 8 месяц»**
- **Четвертый вопрос:** (вариант 1) «Вы родились в июне?», (вариант 2) «Вы родились в августе?»
- **Ответ: не более 4 вопросов.**

Самостоятельное задания: Нужно таблица степеней(ниже), инженерный калькулятор(wise calculator). В тетради.

Задача 1.

- При игре в кости используется кубик с шестью гранями.
- Сколько бит информации получает игрок при каждом бросании кубика.

• Задача 2.

- В доме 32 квартиры. Среди них имеются:
 - - трехкомнатные квартиры
 - - двухкомнатные квартиры
 - - однокомнатные квартиры
- Сообщение о том, что ваш знакомый живет в двухкомнатной квартире содержит 2 бита информации. Сколько в доме двухкомнатных квартир?

Задача 3.

Какое количество информации получит второй игрок при игре в крестики-нолики на поле 8×8 , после первого хода первого игрока, играющего крестиками?

Задача 4.

В лотерейном барабане 256 шаров. Сколько информации содержит сообщение о первом выпавшем номере?

Задача 5.

Сообщение, записанное буквами из 16 символьного алфавита, содержит 10 символов. Какой объем информации в битах оно несет?

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{11} = 2048$$

Литература

- Г.С. Гохберг, А.В. Зафиевский, А.А. Короткин
Информационные технологии
- В.Ф. Ляхович, В.А. Молодцов, Н.Б. Рыжикова «Основы информатики»