

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ

ЛЕКЦИЯ 1.

ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ  
МЕТОДОВ ПРИМЕНЯЕМЫХ В  
ПСИХОЛОГИИ

Дисциплина «Математические методы в психологии» родилась на стыке математических и психологических предметов.

Психология благодаря проникновению математического аппарата смогла выйти за рамки интроспекции и получила возможность количественно описывать и сравнивать наблюдаемые явления

- Слово «статистика» латинского происхождения (от status – состояние).
- В науку этот термин введен в XVIII в. немецким ученым Готфридом Ахенвалем.
- У истоков статистической науки стояли две школы
  - немецкая описательная и
  - английская школа политических арифметиков.

- Начало формированию статистики как метода научного познания было положено трудами бельгийского статистика **Адольфа Кетле** (1796 – 1874), который поставил своей задачей исследовать законы, управляющие обществом. Так благодаря А.Кетле на первый план вместо описательного государственоведения вышла теория статистики, направленная на изучение массовых процессов общественной жизни, измеряемых статистически, и получила широкое развитие практическая статистическая деятельность.

- В настоящее время данный термин употребляется в трех значениях:
- 1. под статистикой понимают отрасль практической деятельности, направленной на получение, обработку и анализ массовых данных о самых различных явлениях общественной жизни (в этом смысле «статистика» выступает как синоним словосочетания «статистический учет»);
- 2. статистикой называют цифровой материал, служащий для характеристики какой-либо области общественных явлений или территориального распределения какого-то показателя;
- 3. статистика – это отрасль знания, особая научная дисциплина и соответственно учебная дисциплина в высших и средних специальных учебных заведениях.

**Предмет статистики.** Она изучает количественную сторону массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной или их содержанием, а также количественное выражение закономерностей общественного развития в конкретных условиях места и времени.

**Цель математической статистики** состоит в создании методов сбора и обработки статистических данных для получения научных и практических выводов.

# ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

1. Определение методов сбора и группировки статистических сведений, которые получены в результате экспериментов или наблюдений.

2. Разработка методов анализа статистических данных: оценки неизвестных вероятностей события, функций и параметров распределения; оценка зависимости случайной величины от других случайных величин; проверка статистических гипотез.

Совокупность приемов, пользуясь которыми статистика исследует свой предмет, составляет **метод статистики**.

Можно выделить три группы статистических **методов**:

- ▣ *1. метод массовых наблюдений.* Первый этап всякого статистического исследования – это статистическое наблюдение. Оно заключается в сборе первичного статистического материала, в научно организованной регистрации всех существенных фактов, относящихся к рассматриваемому объекту;



- ▣ *2.метод группировок*, суть которого заключается в том, чтобы все собранные в результате массового статистического наблюдения факты подвергнуть систематизации и классификации (второй этап статистического исследования);
- ▣ *3.метод обобщающих показателей*, позволяющий характеризовать изучаемые явления и процессы при помощи статистических величин – абсолютных, относительных и средних с целью выявить взаимосвязи и масштабы явлений, закономерности их развития, дать прогнозные оценки.

- ▣ Выделяют *три этапа статистического исследования.*

*1. Сбор статистической информации и ее первичная обработка.* На первом этапе статистического исследования формируются первичные статистические данные, или исходная статистическая информация, которая является фундаментом будущего статистического здания. Если при сборе первичных статистических данных допущена ошибка или материал оказался недоброкачественным, это повлияет на правильность и достоверность как теоретических, так и практических выводов. Поэтому статистическое наблюдение от начальной до завершающей стадии – получения итоговых материалов – должно быть тщательно продуманным и четко организованным.

## *2. Сведения и группировки результатов наблюдения в определенные совокупности.*

Статистическое наблюдение дает исходный материал для обобщения, началом которого служит сводка. Если при статистическом наблюдении о каждой его единице получают сведения, характеризующие ее с многих сторон, то данные сводки характеризуют всю статистическую совокупность или отдельные ее части. На этой стадии совокупность делится по признакам различия и объединяется по признакам сходства, подсчитываются суммарные показатели по группам и в целом. С помощью метода группировок изучаемые явления в зависимости от существенных признаков подразделяются на типы, группы и подгруппы. Метод группировок позволяет ограничивать качественно однородные в существенном отношении совокупности, что служит предпосылкой для определения и применения обобщающих показателей.

### *3. Обобщение и анализ полученных материалов.*

На заключительном этапе анализа с помощью обобщающих показателей рассчитываются относительные и средние величины, дается сводная оценка вариации признаков, характеризуется динамика явлений, рассчитываются показатели, характеризующие тесноту связей в изменении признаков. С целью наиболее рационального и наглядного изложения цифрового материала он представляется в виде таблиц и графиков.

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ

## ЛЕКЦИЯ 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

*Статистическое наблюдение* - это научно организованный по единой программе учет фактов, характеризующих интересующие нас психологические явления и процессы, и сбор полученных на основе этого учета массовых данных.

*Объект наблюдения* - это совокупность социально-психологических явлений и процессов, которые подлежат исследованию.

*Единица наблюдения* – это составная часть объекта наблюдения, которая служит основой счета и обладает признаками, подлежащими регистрации при наблюдении.

Ограничительный признак, которому должны удовлетворять все единицы изучаемой совокупности, называется *цензом*. В приведенном выше примере, цензом является возраст испытуемых, принимающих участие в статистическом исследовании.

Различают *сплошное* и *несплошное статистическое наблюдение*.



Наблюдение, при котором характеристика всей совокупности дается по некоторой ее части, называется *выборочным наблюдением*.

*Генеральной совокупностью* называется совокупность объектов, из которых производится выборка.

*Выборочная совокупность (выборка)* - это совокупность результатов наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , являющаяся частью генеральной совокупности, подвергающаяся статистическому исследованию. Число данных в выборке  $n$  называется *объемом выборки*.

Существует два вида репрезентативности.

- **Количественная репрезентативность** определяется числом наблюдений, гарантирующим получение статистически достоверных сведений.
- **Качественная (структурная) репрезентативность** обозначает структурное соответствие выборочной и генеральной совокупностей.

Существуют различные способы формирования выборочной совокупности. Это **индивидуальный отбор**, включающий такие разновидности, как *собственно случайный*, *механический*, *стратифицированный*, и *серийный (гнездовой) отбор*.

**Переменная** — это то, что можно измерять, контролировать или чем можно манипулировать в исследованиях.

**Измерение** – это приписывание числовых форм объектам. Т

### **Типы шкал измерений:**

*номинативная* (номинальная, категориальная);

*порядковая* (ранговая, ординальная);

*интервальная*;

*шкала отношений*.

### **Типы переменных.**

**Номинальные переменные** используются только для качественной классификации.

**Порядковые переменные** позволяют ранжировать (упорядочивать) объекты, если указано, какие из них в большей или меньшей степени обладают качеством, выраженным данной переменной. Однако они не позволяют определить «на сколько больше» или «на сколько меньше» данного качества содержится в переменной.

**Интервальные переменные** позволяют не только упорядочивать объекты измерения, но и численно выражать и сравнивать различия между ними.

**Относительные переменные** очень похожи на интервальные переменные. Однако их характерной чертой является наличие определенной точки абсолютного нуля, таким образом, для этих переменных являются обоснованными утверждения типа:  $x$  в несколько раз больше или меньше, чем  $y$ .



*Описательные статистики* – это различные вычисляемые показатели, характеризующие распределение значений переменной.

### *Статистические показатели распределения*

Показатели	Назначение показателя	Примеры показателей
Меры центральной тенденции	Описывают положение середины распределения	Среднее арифметическое значение Медиана Мода
Меры изменчивости	Описывают степень разброса (вариабельности, изменчивости) данных относительно среднего	Дисперсия Стандартное отклонение Минимум Максимум Размах Квартили
Показатели формы распределения	Отвечают на вопрос о симметрии и островершинности распределения данных около центра	Эксцесс Коэффициент асимметрии

*Эксцесс* является мерой «сглаженности» («остро-» или «плосковершинности») распределения

Если значение эксцесса близко к 0, это означает, что форма распределения близка к нормальному виду. **Положительный эксцесс** характеризует «*островершинное*» распределение (см. рис. 1). **Отрицательный эксцесс** указывает на «*плосковершинное*» распределение, когда преобладают крайние значения (см. рис. 2). Распределение с эксцессом в диапазоне от -1 до +1 примерно соответствует нормальному виду.



*Рис. 1. Положительный эксцесс  
распределения*

*Рис. 2. Отрицательный эксцесс  
распределения*

*Асимметрия* показывает, в какую сторону относительно среднего сдвинуто большинство значений распределения. Показатель асимметрии (А) вычисляется по формуле:

*Нулевое* значение асимметрии означает симметричность распределения, *положительная* асимметрия указывает на сдвиг распределения в сторону меньших значений, а *отрицательная* асимметрия – в сторону больших значений. За *нормальное* принимается распределение с асимметрией в пределах от -1 до +1.

***Рис. 3. Положительная асимметрия  
распределения***

***Рис. 4. Отрицательная асимметрия  
распределения***

**Медиана** определяется как значение, находящееся в середине распределения, полученного из исходного путем упорядочивания по возрастанию. Медиана разбивает выборку на две равные части. Половина значений переменной лежит ниже медианы, половина – выше.

**Квартили** представляют собой значения, которые делят две половины выборки (разбитые медианой) еще раз пополам.

Различают верхнюю квартиль, которая больше медианы и делит пополам верхнюю часть выборки (значения переменной больше медианы), и нижнюю квартиль, которая меньше медианы и делит пополам нижнюю часть выборки.

**Нижнюю квартиль** часто обозначают символом 25%, это означает, что 25% значений переменной меньше нижней квартили.

**Верхнюю квартиль** часто обозначают символом 75%, это означает, что 75% значений переменной меньше верхней квартили.

Таким образом, медиана и квартили делят диапазон значений переменной на четыре равные части.

**Мода** – это наиболее часто встречающееся значение в ряду данных.

## *Помните,*

что *корректное использование* описательных статистик зависит от *типа измерительной шкалы*, в формате которой представлены ваши данные.

Для результатов, представленных в **шкале наименований** допускается построение частотных таблиц, вычисление моды.

Для результатов, представленных в **порядковой шкале** допускается построение частотных таблиц, вычисление моды, медианы, вычисление любых процентных оценок.

Для результатов, представленных в **шкале интервалов** или **отношений**, допускается использование любых описательных статистик, относящихся к процентным оценкам, мерам центральной тенденции, мерам рассеяния, особенностям распределения.

# графические методы

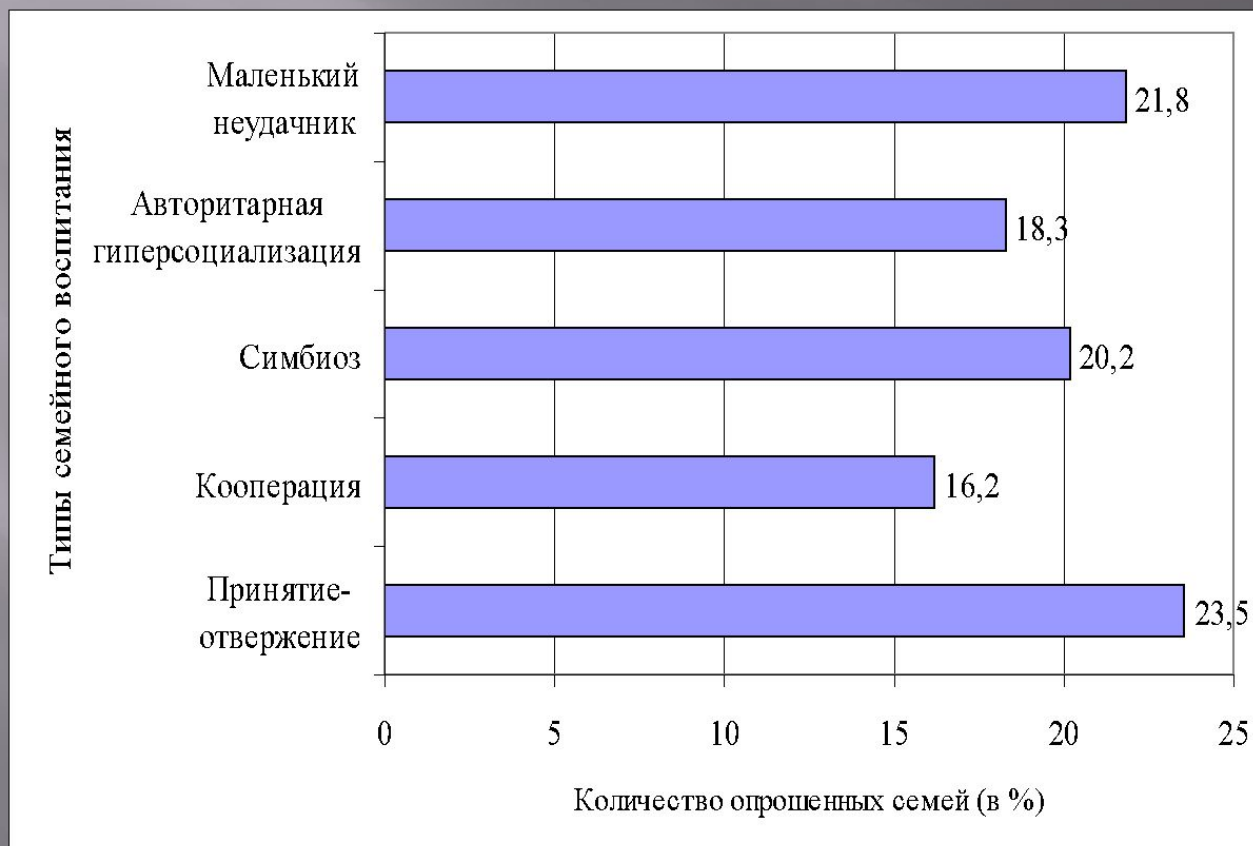
*График - это* условное изображение числовых величин и их соотношений в виде различных геометрических образов таких, как точки, линии, плоские фигуры и т. п.

Каждый график состоит из графического образа и вспомогательных элементов. Совокупность точек, линий и фигур, с помощью которых изображаются статистические данные, называется *графическим образом*.

По *содержанию* или *назначению* можно выделить графики сравнения в пространстве, графики различных относительных величин (структуры, динамики и т. п.), графики вариационных рядов, графики взаимосвязанных показателей.

По *характеру графического образа* различают графики точечные, линейные, плоскостные (столбиковые, почасовые, квадратные, круговые, секторные, фигурные) и объемные.

Для сравнения одноименных показателей чаще всего используются *столбиковые диаграммы*. Значения сравниваемых показателей изображаются при этом в виде прямоугольных столбиков. Высота (или длина) каждого столбика в определенном масштабе соответствует частоте встречаемости этого значения.



**Рис. 1. Столбиковая диаграмма**

Основной формой структурных диаграмм являются *секторные* (круговые диаграммы) и *полосовые диаграммы*.

*Круговая диаграмма*, называемая также «пирогом», представляет собой разноцветные сектора, каждый из которых по площади пропорционален частоте встречаемости признака. К каждому сектору можно прикрепить линии выноски и с их помощью показать соответствующие имена категорий, их значения или процентное выражение. На рис. представлен пример круговой диаграммы, иллюстрирующей результаты диагностики типов образовательной среды учащихся школы.

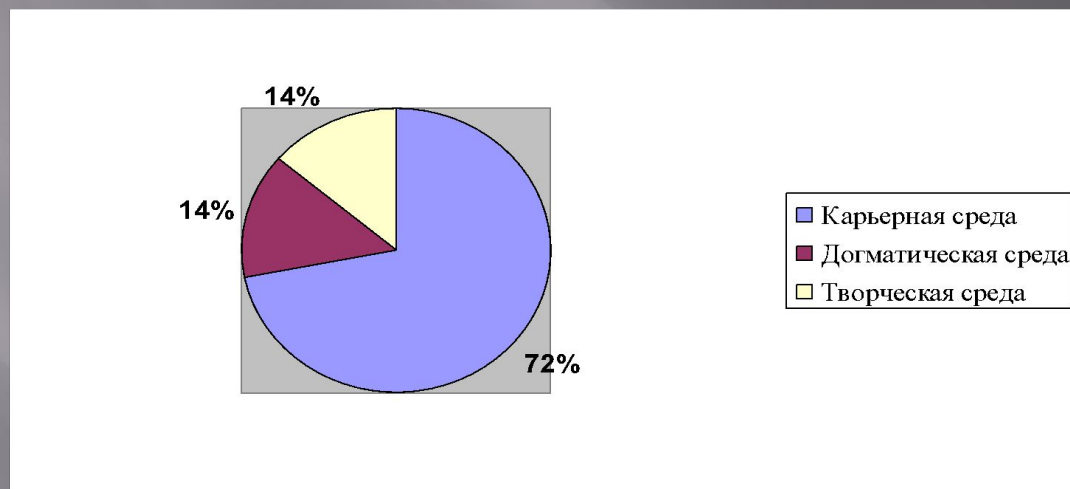


Рис. Секторная (круговая) диаграмма



*Полосовая диаграмма* получается путем преобразования простой диаграммы с подразделением на уровни. Рис. демонстрирует нам уровни развития общеучебных умений учащихся с задержкой психического развития.

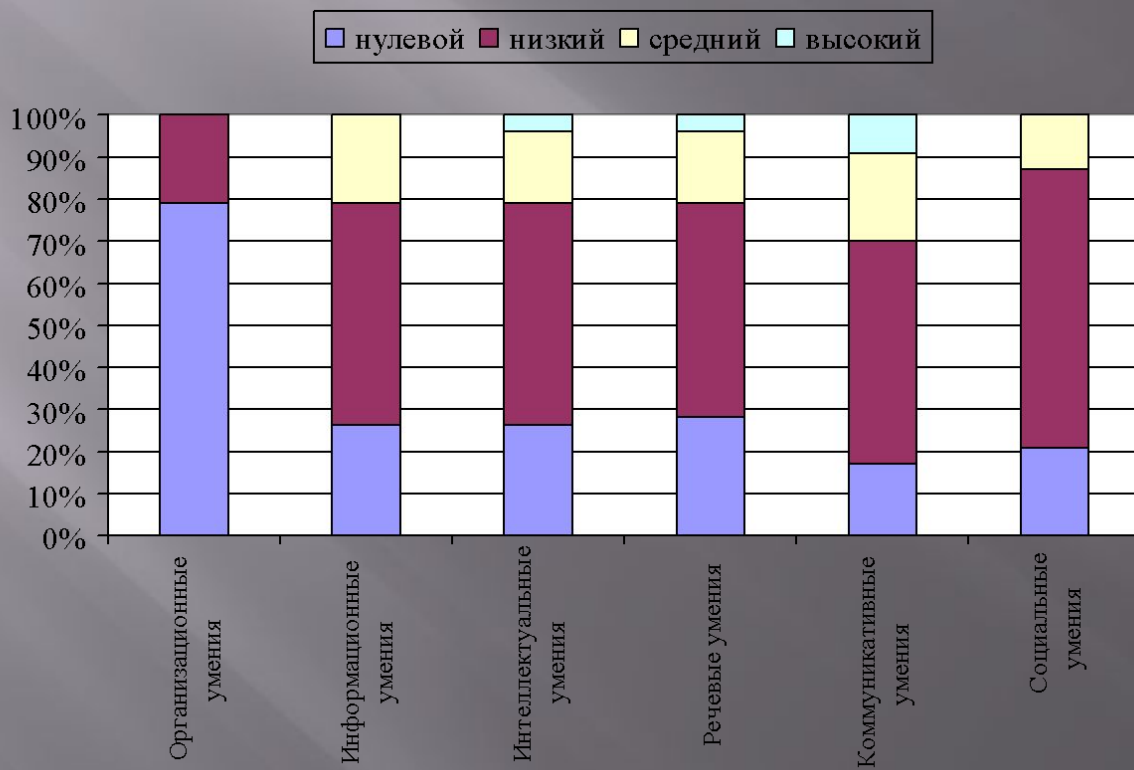


Рис. Полосовая диаграмма

Для изображения *вариационных рядов* применяются линейные и плоскостные диаграммы, построенные в прямоугольной системе координат. При дискретной вариации переменной графиком вариационного ряда служит *полигон частот*, который представляет собой замкнутый многоугольник, абсциссами вершин которого являются значения варьирующегося признака, а ординатами – соответствующие им частоты (см. рис.)

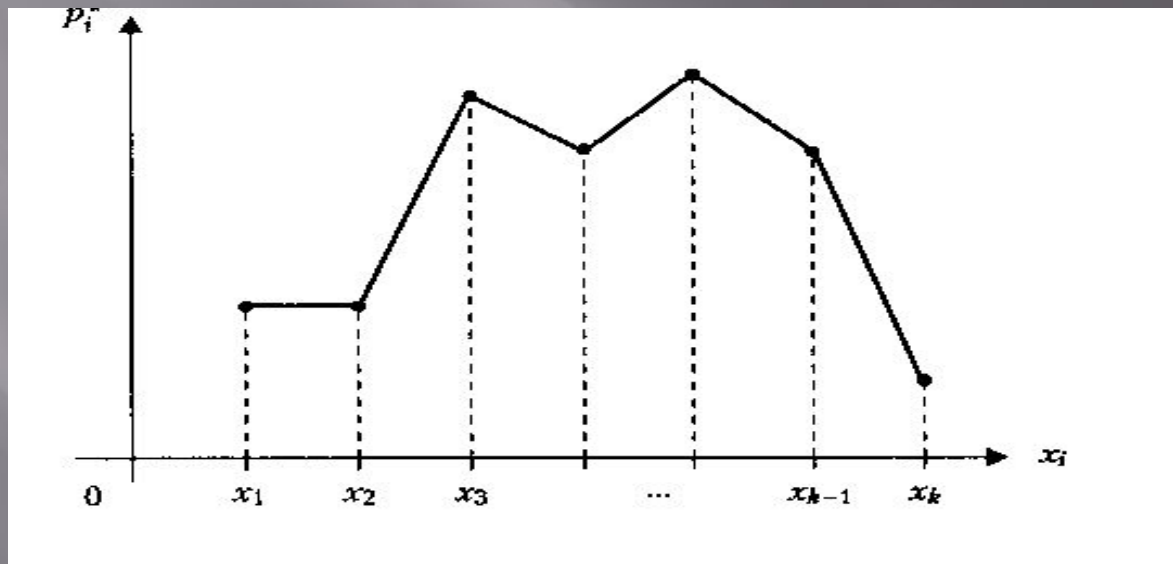


Рис. Полигон частот

При непрерывной вариации используют интервальные вариационные ряды, графическим изображением которых служит *гистограмма* (см. рис.). Для построения гистограммы по оси абсцисс в соответствии с принятым масштабом откладывают границы интервалов. Эти интервалы являются основаниями прямоугольников, площади которых равны либо пропорциональны частотам распределения в соответствующих интервалах.

Рис. Гистограмма

Распределение значений изучаемой переменной может быть представлено на *диаграмме размаха*. На ней отображаются показатели среднего арифметического, стандартного отклонения в обе стороны, размах или медиана, нижняя и верхняя квартили, размах. При этом метрические показатели откладываются по оси ординат.

Рис. Диаграмма размаха

Кроме того диаграммы размаха позволяют сравнить между собой две выборки. Из рис. 7 видно, что в подгруппе девушек у 75 % ценность «счастливая семейная жизнь» занимает 1 - 8 ранговые места. В то время как в группе юношей указанный признак у 75% выборки варьирует с 1 по 12 ранг.

Примечания: 1- юноши, 2- девушки.

Рис. 7. Различия в распределении ценности «счастливая семейная жизнь» между юношами и девушками