

23.11.21.

Тема:

Логарифмическая функция.

Свойства, график.

Решение примеров.

*Учащиеся должны освоить теоретическую часть, прислать ответы на вопросы и решение задач, содержащиеся в практической части.*

Видео для усвоения материала:

<https://infourok.ru/videouroki/1225>

<https://infourok.ru/videouroki/1229>

## Теоретическая часть:

Прочитать и понять.

Выделенное жирным шрифтом – выучить.

В математике и её приложениях часто встречается **логарифмическая функция**

$$y = \log_a x,$$

где  $a$  — заданное число,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

Логарифмическая функция обладает свойствами:

1) Область определения логарифмической функции — множество всех положительных чисел.

- Это следует из определения логарифма, так как выражение  $\log_a x$  имеет смысл только при  $x > 0$ . ○

2) Множество значений логарифмической функции — множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.

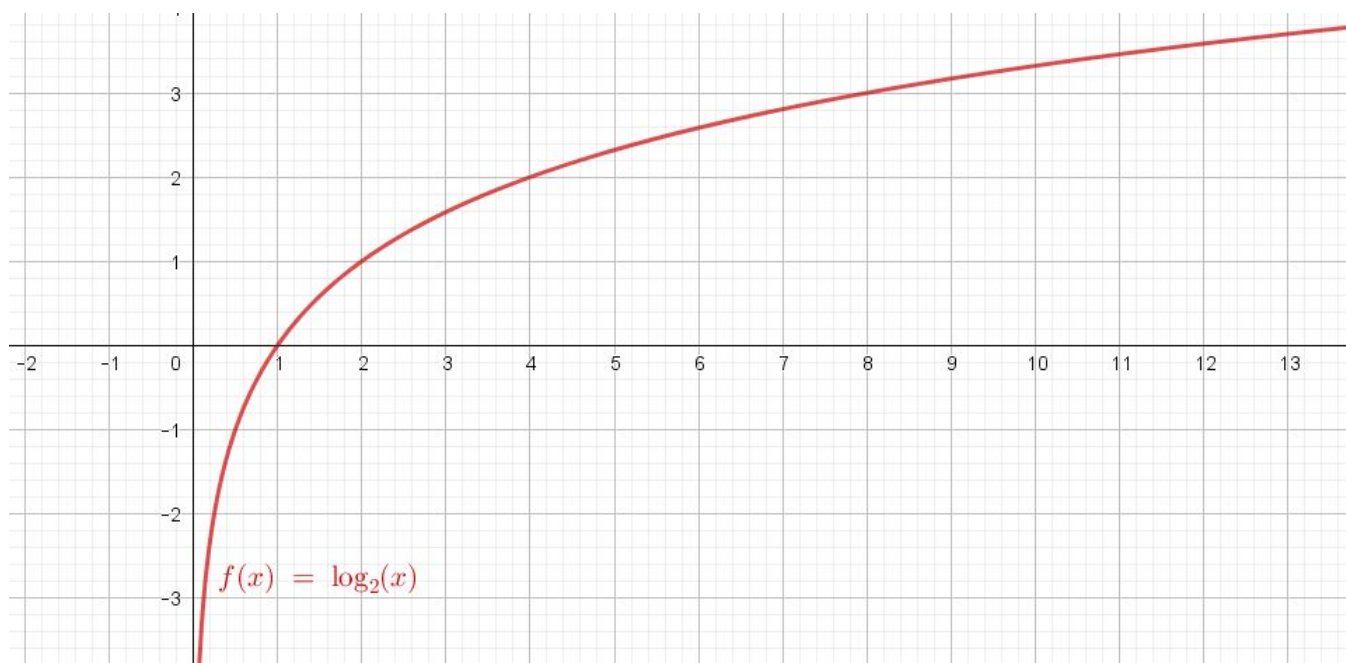
- Это следует из того, что для любого действительного числа  $b$  есть такое положительное число  $x$ , что  $\log_a x = b$ , т. е. уравнение  $\log_a x = b$  имеет корень. Такой корень существует и равен  $x = a^b$ , так как  $\log_a a^b = b$ . ○

3) Логарифмическая функция не является ограниченной.

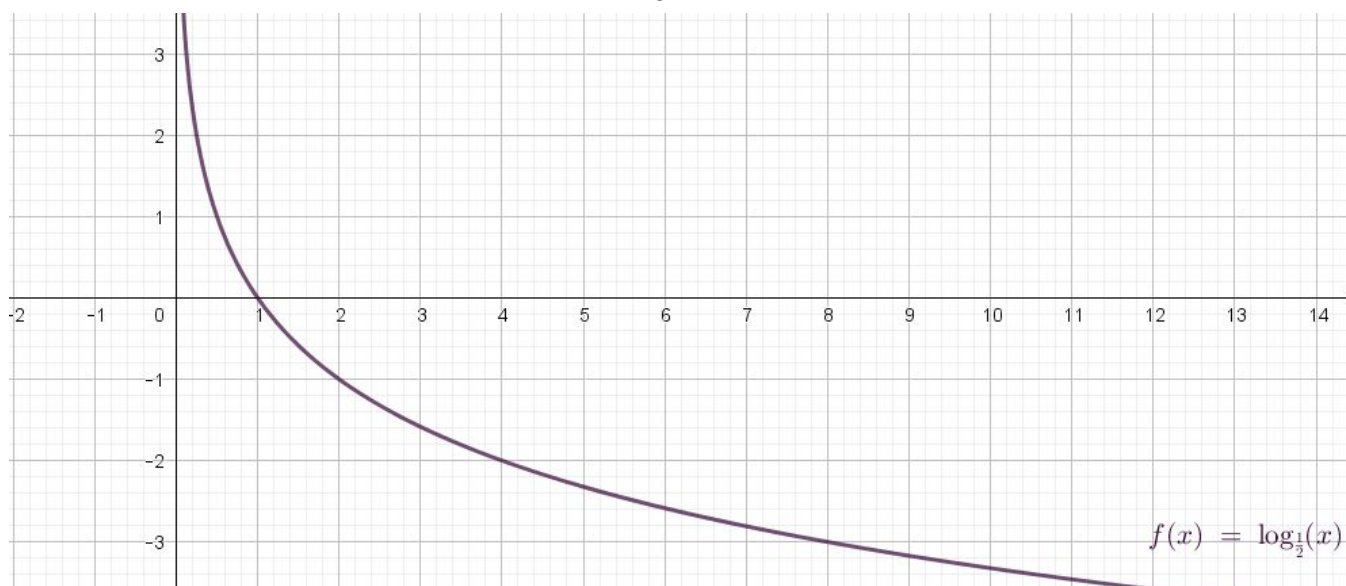
4) Логарифмическая функция  $y = \log_a x$  является возрастающей на промежутке  $(0; +\infty)$ , если  $a > 1$ , и убывающей, если  $0 < a < 1$ .

5) Если  $a > 1$ , то функция  $y = \log_a x$  принимает положительные значения при  $x > 1$ , отрицательные при  $0 < x < 1$ . Если  $0 < a < 1$ , то функция  $y = \log_a x$  принимает положительные значения при  $0 < x < 1$ , отрицательные при  $x > 1$ .

## График логарифмической функции с основанием $> 1$



## График логарифмической функции с основанием $< 1$



Отметим, что график любой логарифмической функции  $y = \log_a x$  проходит через точку  $(1; 0)$ . При решении уравнений часто используется следующая теорема:

**Теорема.** Если  $\log_a x_1 = \log_a x_2$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0$ , то  $x_1 = x_2$ .

**Задача 1** Решить уравнение  $\log_5 (3x - 2) = \log_5 7$ .

► Используя доказанную теорему, получаем  $3x - 2 = 7$ , откуда  $3x = 9$ ,  $x = 3$ . ◀

## Десятичный и натуральный логарифм.

Для логарифмов чисел составлены специальные таблицы (таблицы логарифмов). Логарифмы вычисляют также с помощью микрокалькулятора. И в том и в другом случае находятся только десятичные или натуральные логарифмы.

*Десятичным логарифмом числа* называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут  $\lg b$  вместо  $\log_{10} b$ .

*Натуральным логарифмом числа* называют логарифм этого числа по основанию  $e$ , где  $e$  — иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут  $\ln b$  вместо  $\log_e b$ .

Вычисления  $\lg b$  и  $\ln b$  проводятся на микрокалькуляторе с помощью клавиш  $\boxed{\lg}$  и  $\boxed{\ln}$ .

Например, вычисляя  $\lg 13$ , получаем

$$\lg 13 \approx \underline{1,1139433};$$

вычисляя  $\ln 13$ , получаем

$$\ln 13 \approx \underline{2,5649493}.$$

Оказывается, что достаточно знать значения только десятичных или только натуральных логарифмов чисел, чтобы находить логарифмы чисел по любому основанию. Для этого используется формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad (1)$$

где  $b > 0$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $c > 0$ ,  $c \neq 1$ .

#### Задача

С помощью микрокалькулятора вычислить  $\log_3 80$  с точностью до 0,01.

► 1) С помощью десятичных логарифмов по формуле (2) находим:  $\log_3 80 = \frac{\lg 80}{\lg 3} \approx \underline{3,9886927}$ .

2) С помощью натуральных логарифмов:

$$\log_3 80 = \frac{\ln 80}{\ln 3} \approx \underline{3,9886928}.$$

#### Ответ

$\log_3 80 \approx 3,99$ . ◀

Формула перехода от одного основания логарифма к другому иногда используется при решении уравнений.

#### Задача

Решить уравнение  $\log_2 x + \log_4 x = \frac{3}{2}$ .

► По формуле перехода  $\log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{\log_2 x}{2}$ .

Поэтому уравнение принимает вид  $\log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = \frac{3}{2}$ , откуда  $\log_2 x = 1$ ,  $x = 2$ . ◀

## Практическая часть.

**303** Выразить данный логарифм через десятичный и вычислить на микрокалькуляторе с точностью до 0,01:

1)  $\log_7 25$ ; 2)  $\log_5 8$ ; 3)  $\log_9 0,75$ ; 4)  $\log_{0,75} 1,13$ .

**304** Выразить данный логарифм через натуральный и вычислить на микрокалькуляторе с точностью до 0,01:

1)  $\log_7 5$ ; 2)  $\log_8 15$ ; 3)  $\log_{0,7} 9$ ; 4)  $\log_{1,1} 0,23$ .

**307** Решить уравнение:

1)  $\log_5 x = 2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$ ;      2)  $\log_2 x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x = 9$ ;

3)  $\log_3 x = 9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4$ ;      4)  $\log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3$ ;

**327** Решить уравнение:

1)  $\log_3 (5x - 1) = 2$ ;      2)  $\log_5 (3x + 1) = 2$ ;

3)  $\log_4 (2x - 3) = 1$ ;      4)  $\log_7 (x + 3) = 2$ ;

5)  $\lg (3x - 1) = 0$ ;      6)  $\lg (2 - 5x) = 1$ .