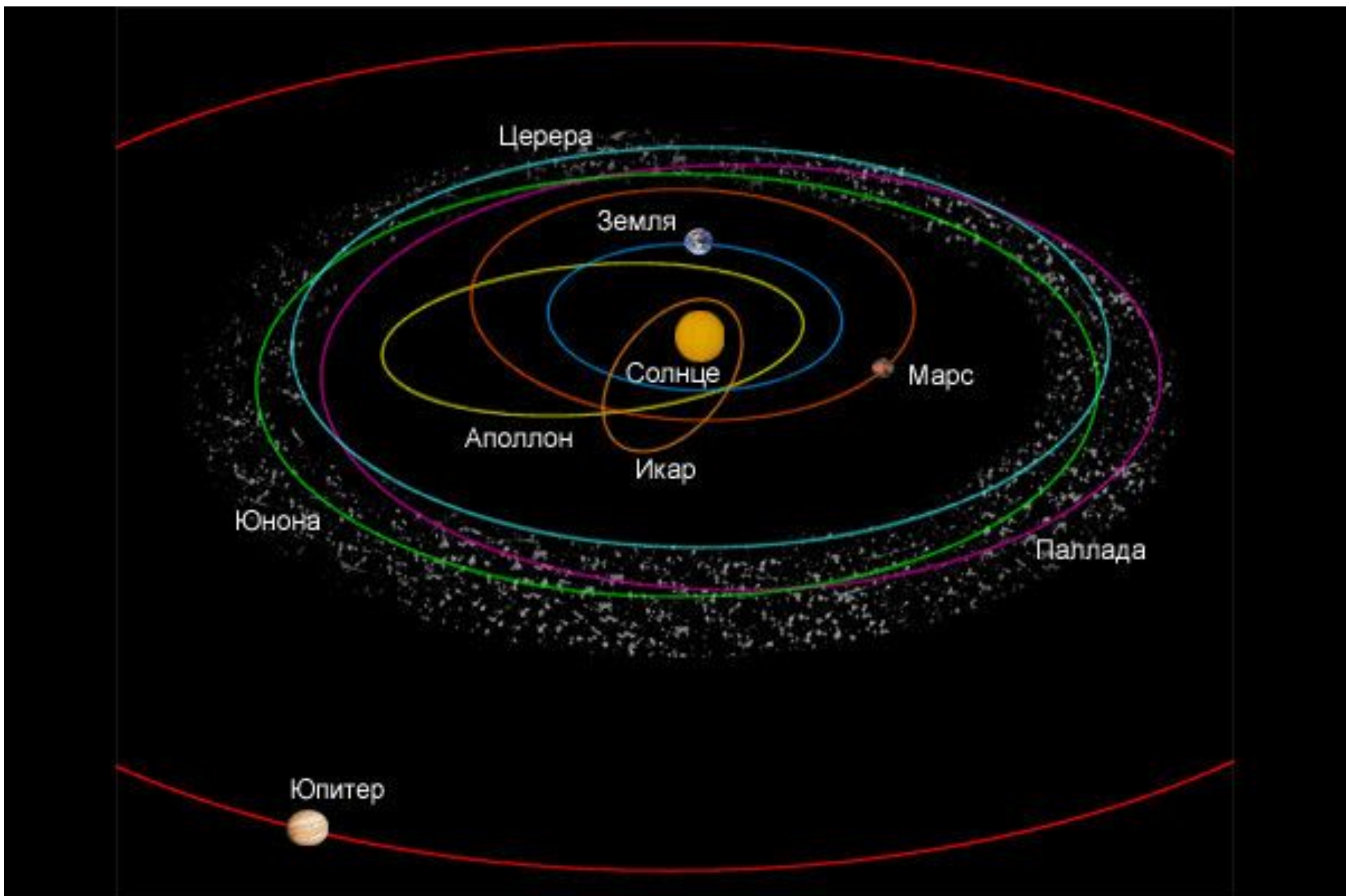
Законы Кеплера

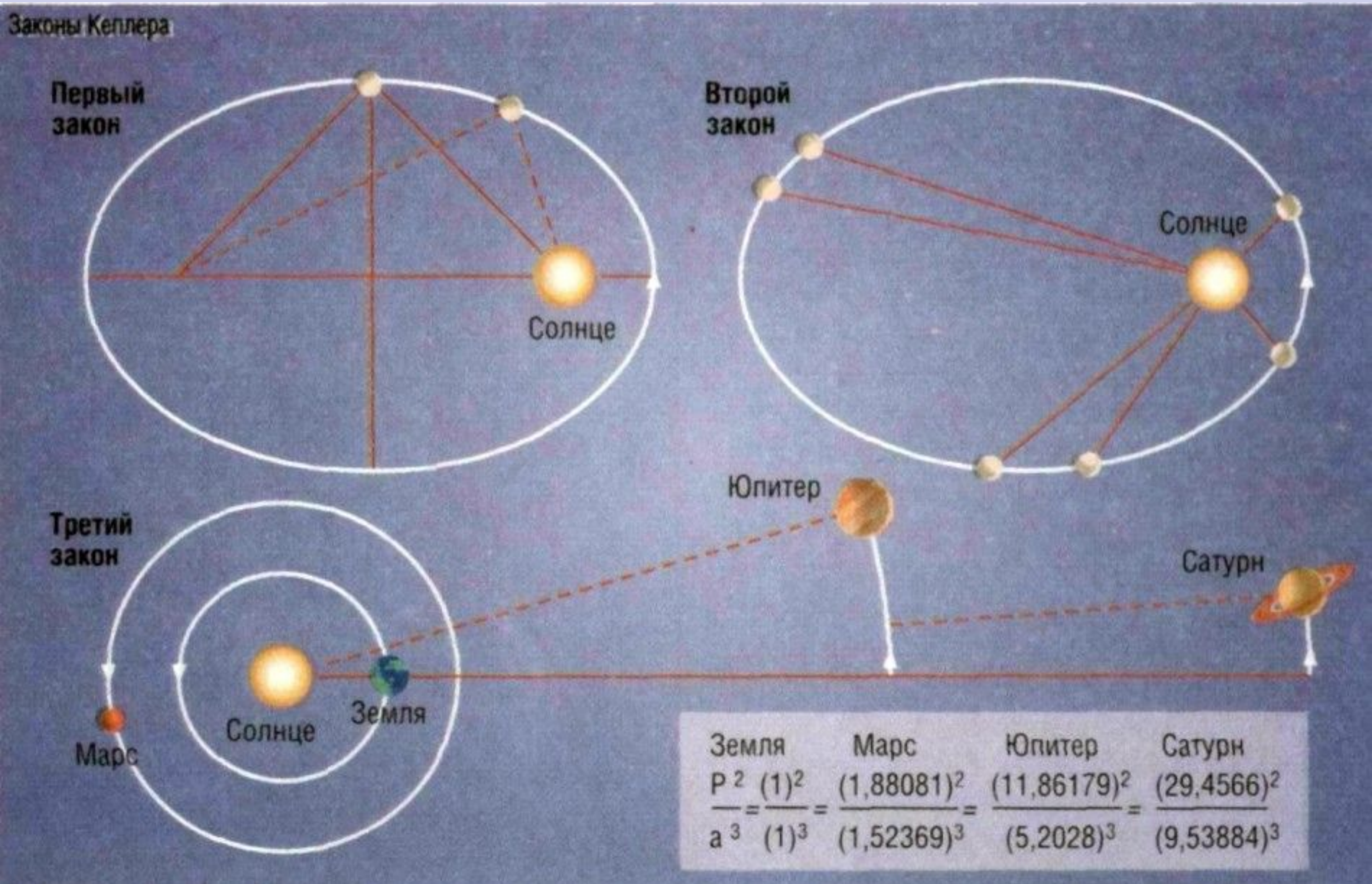
Чеснокова Елена Анатольевна, преподаватель математики и астрономии.
Одинцовский филиал ОЧУ ВО «Международный юридический институт»

Иоганн Кеплер *(1571-1630). Выдающийся немецкий астроном и математик, открывший законы движения планет вокруг Солнца. Кеплер был активным сторонником учения Коперника и своими работами способствовал его утверждению и развитию.*

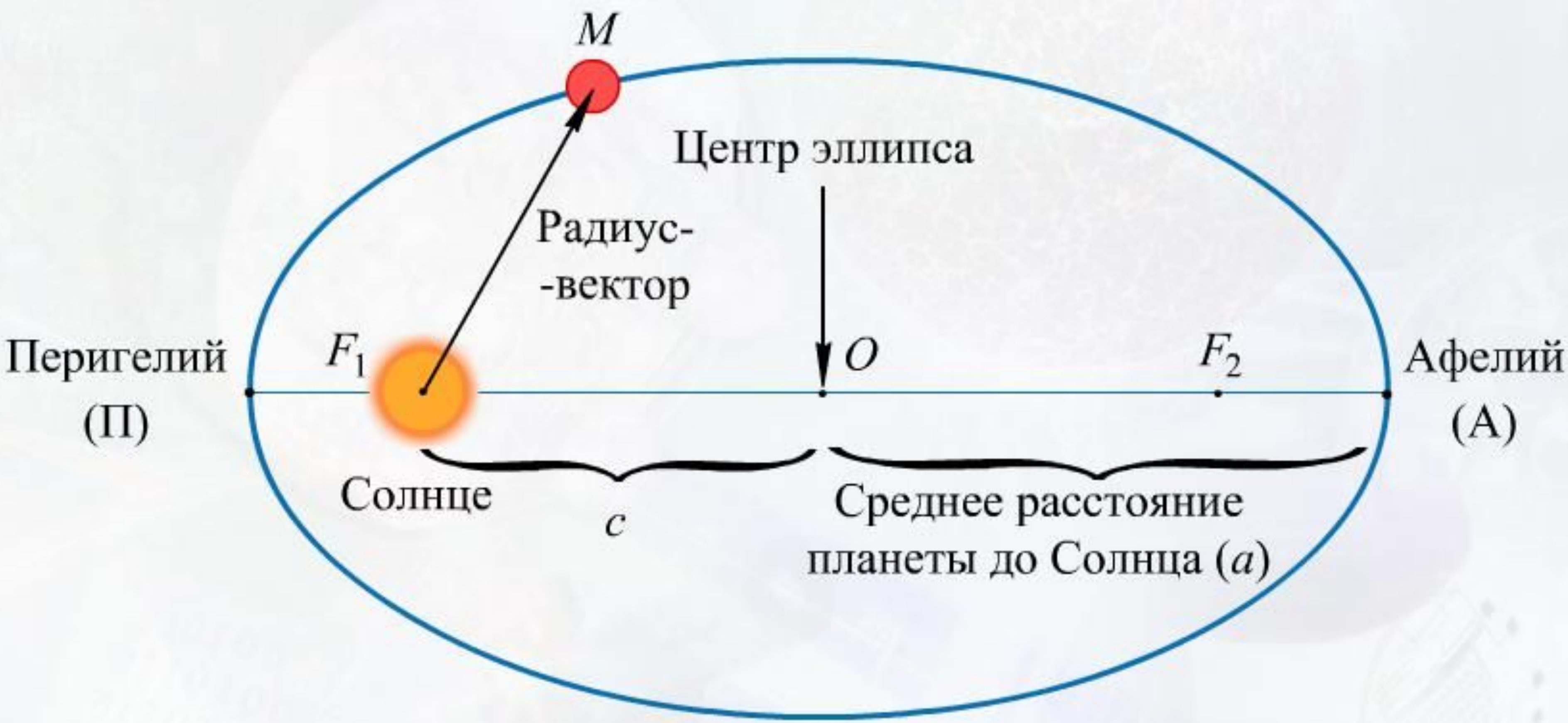
Заслуга открытия законов движения планет принадлежит выдающемуся немецкому ученому *Иоганну Кеплеру* (1571-1630). В начале XVII в. Кеплер, изучая обращение Марса вокруг Солнца, установил три закона движения планет.



Три закона движения планет Иоганна Кеплера

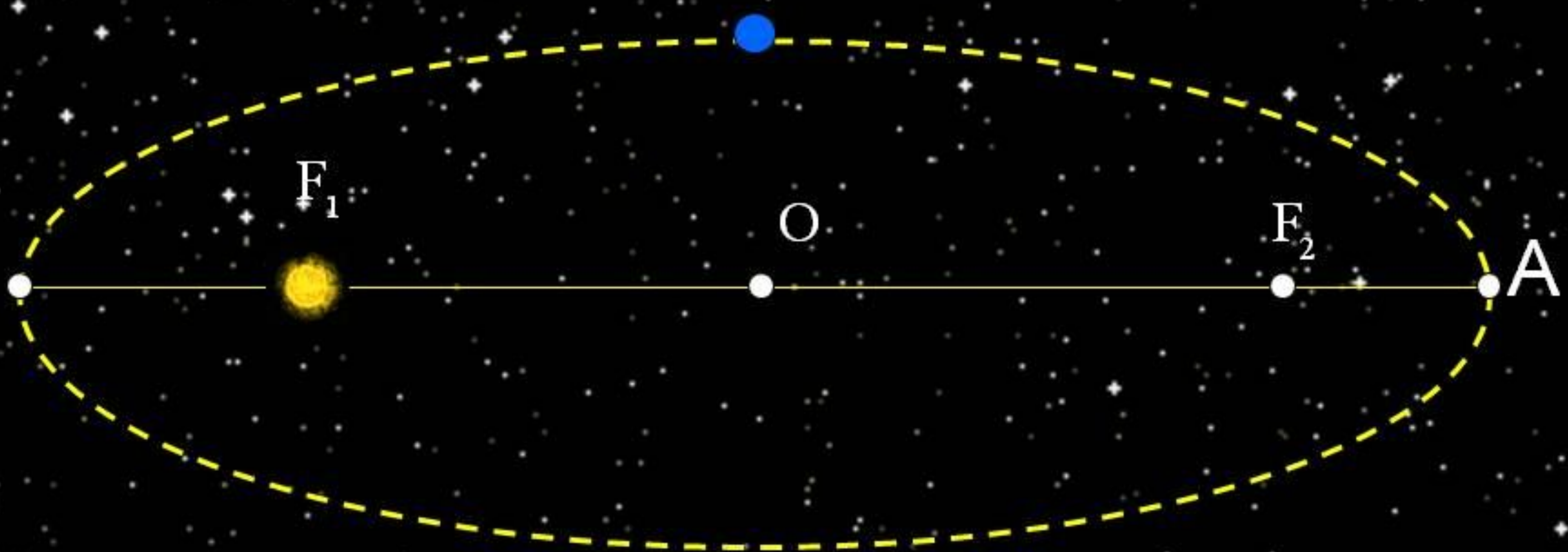


Первый закон Кеплера. **Каждая планета обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце**.



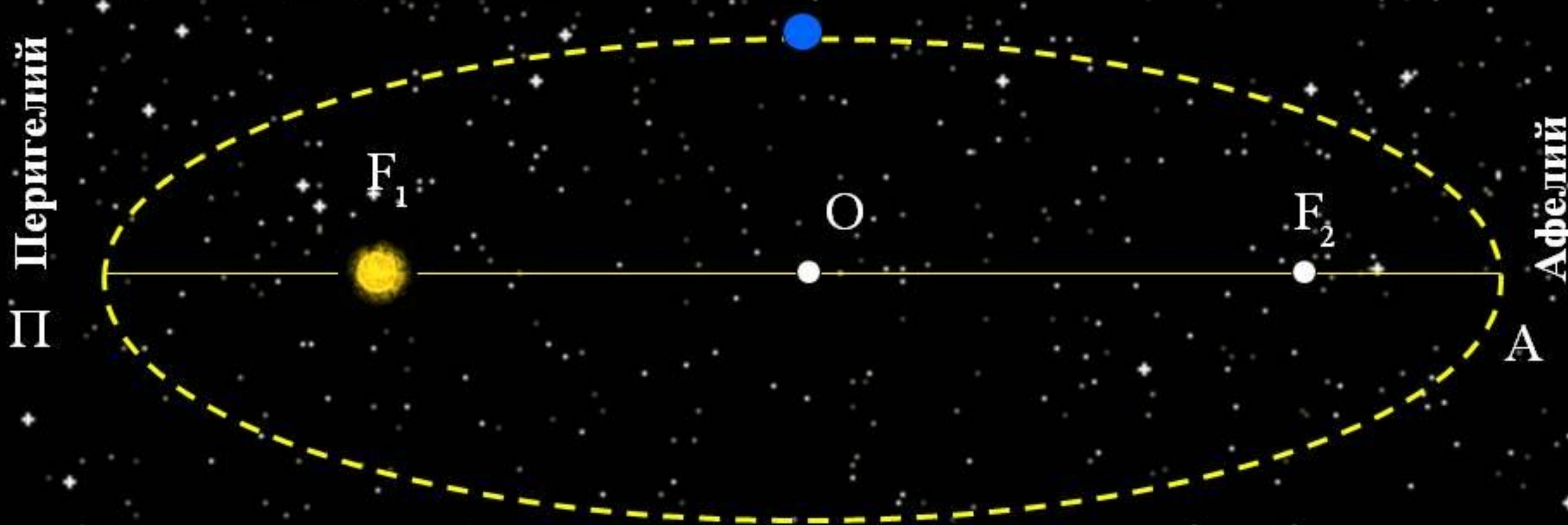
Орбита планеты — эллипс

Первый закон Кеплера



Каждая планета движется вокруг Солнца по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце

Первый закон Кеплера



Ближайшая к Солнцу точка орбиты – перигелий.

Наиболее удалённая точка орбиты – афелий.

Эллипсом (см. рис. 30) называется плоская замкнутая кривая, имеющая такое свойство, что сумма расстояний каждой ее точки от двух точек, называемых фокусами, остается постоянной. Эта сумма расстояний равна длине большой оси DA эллипса. Точка O - центр эллипса, K и S - фокусы. Солнце находится в данном случае в фокусе S. DO=OA=a - большая полуось эллипса. Большая полуось является средним расстоянием планеты от Солнца:

$$a = \frac{DS + SA}{2}.$$

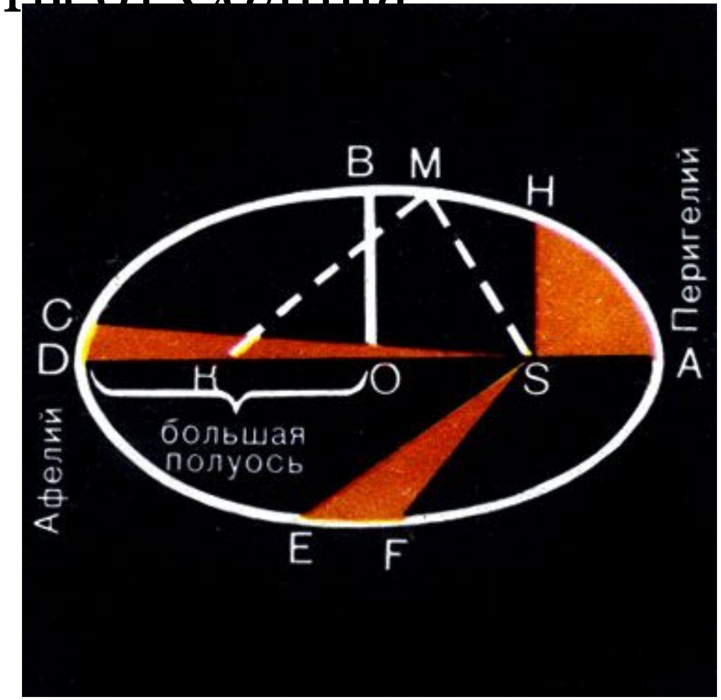
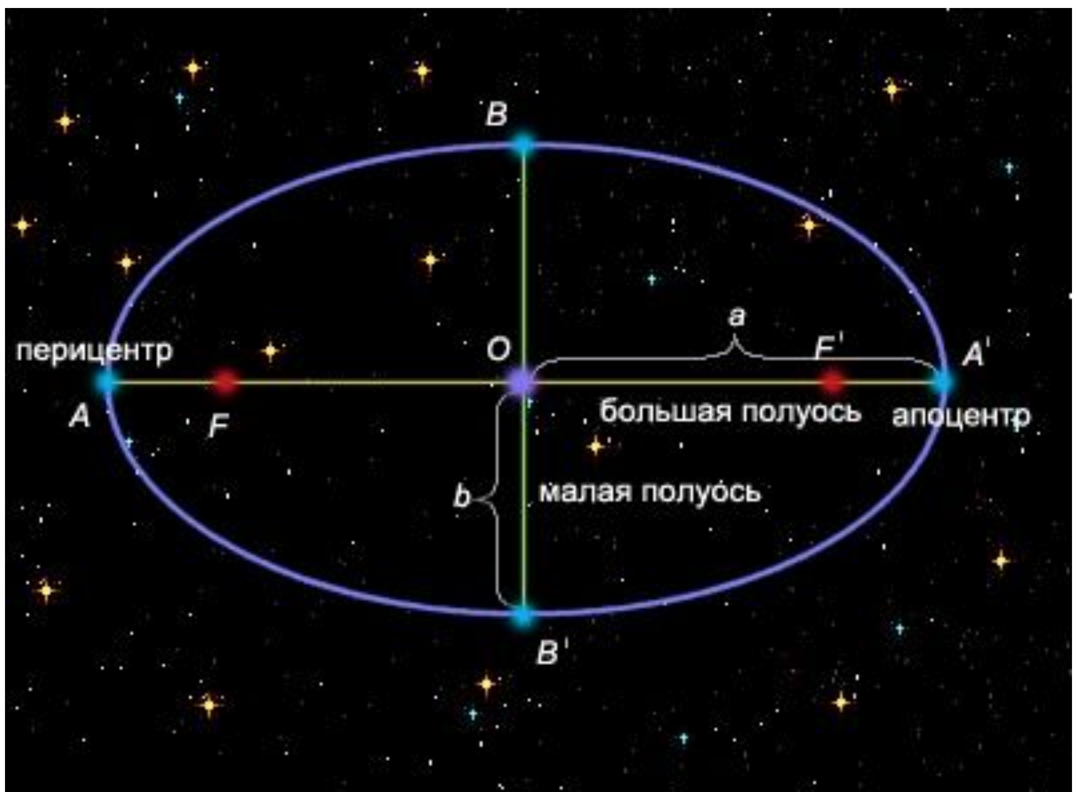


Рис. 30.

Фокус (от лат. focus — «очаг») — точка, в которой собирается прошедший через оптическую сис тему параллельный пучок световых лучей. Если пучок параллелен главной оптической оси системы, то фокус лежит на этойоси и называется главным.

Термин «фокус» в его современном понимании ввёл Кеплер в 1604 году.

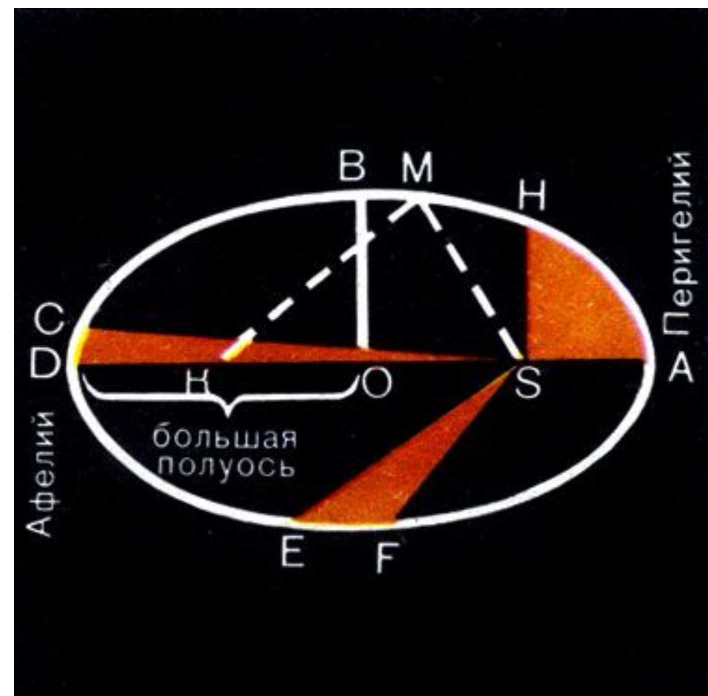


Ближайшая к Солнцу точка орбиты А называется *перигелием*, а самая далекая от него точка D - *афелием*.

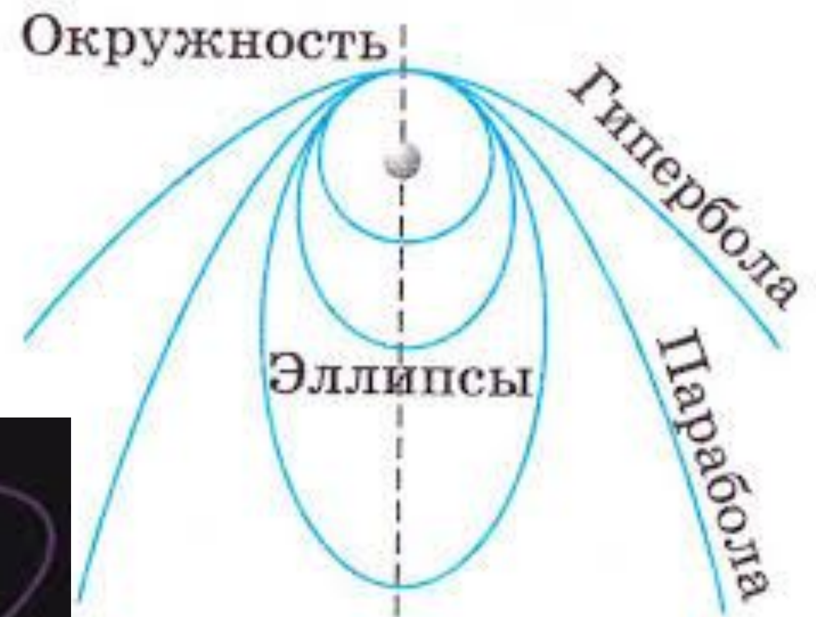
Степень вытянутости эллипса характеризуется его эксцентриситетом **е**. Эксцентриситет равен отношению расстояния фокуса от центра (OK=OS) к длине большой полуоси а, т. е.

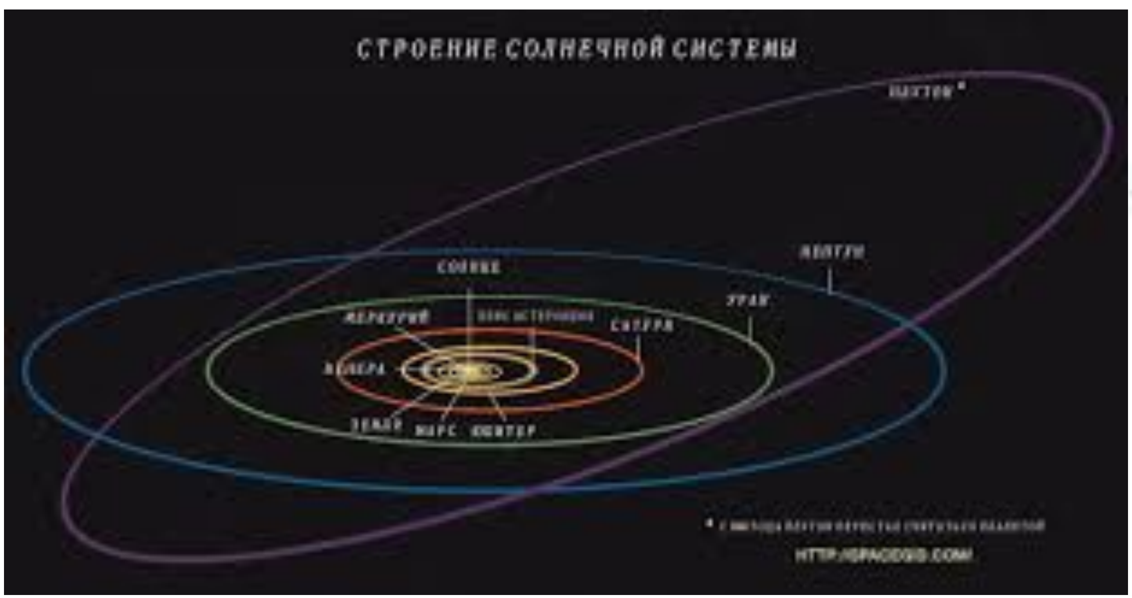
$$e = \frac{OS}{OA}.$$

При совпадении фокусов с центром (е=0) эллипс превращается в окружность.



Орбиты планет - эллипсы, мало отличающиеся от окружностей; их эксцентриситеты малы. Например, эксцентриситет орбиты Земли e=0,017.

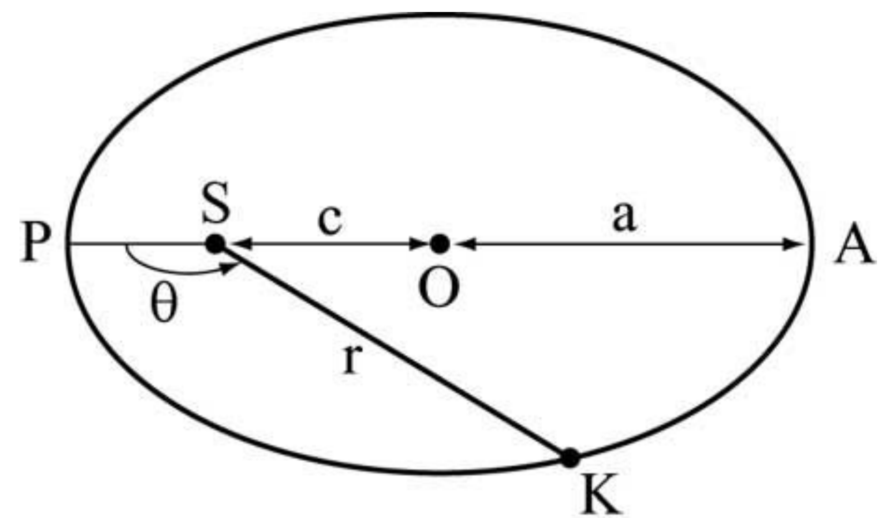




Первый закон Кеплера

Степень вытянутости эллипса характеризуется **эксцентриситетом *e***

$$e = \frac{c}{a}$$

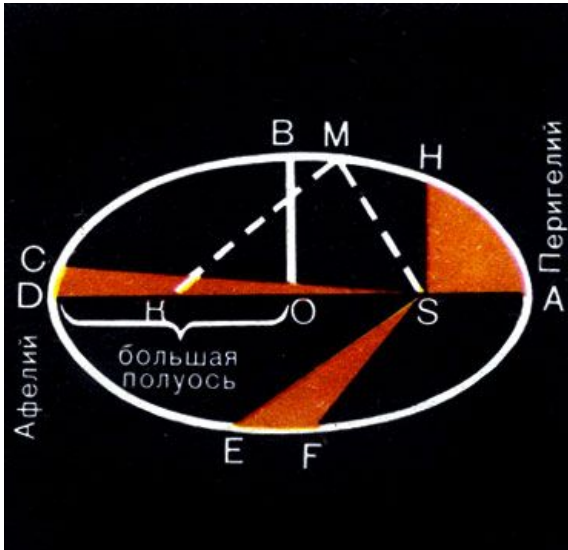


c - **расстояние от центра до фокуса,**

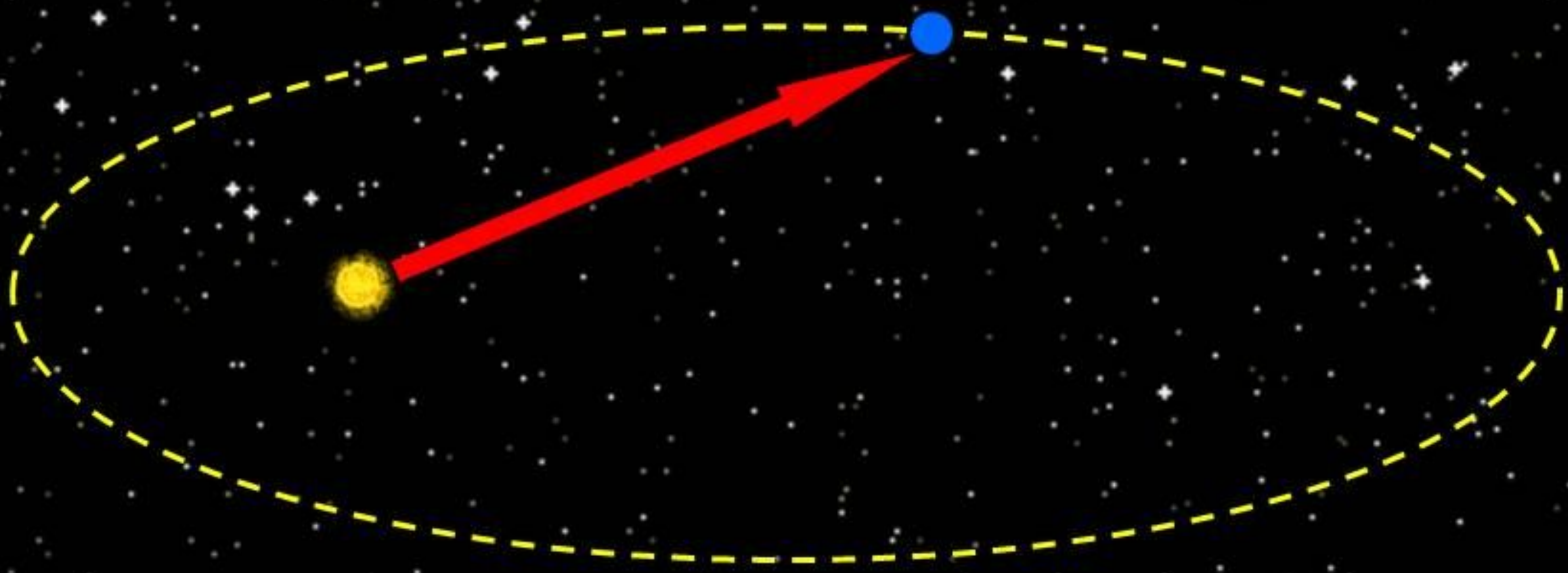
a – **большая полуось.**

$\overset{\frown}{CD}$ *орой закон Кеплера* (закон площадей). **Радиус-вектор планеты за одинаковые промежутки времени описывает равные площади**, т. е. площади SAH и SCD равны (см. рис. 30), если дуги $\overset{\frown}{AH}$ и $\overset{\frown}{CD}$ описаны планетой за одинаковые промежутки времени. Но длины этих дуг, ограничивающих равные площади, различны:>. Следовательно, линейная скорость движения планеты неодинакова в разных точках ее орбиты.

Рис. 30. Закон площадей (второй закон Кеплера)

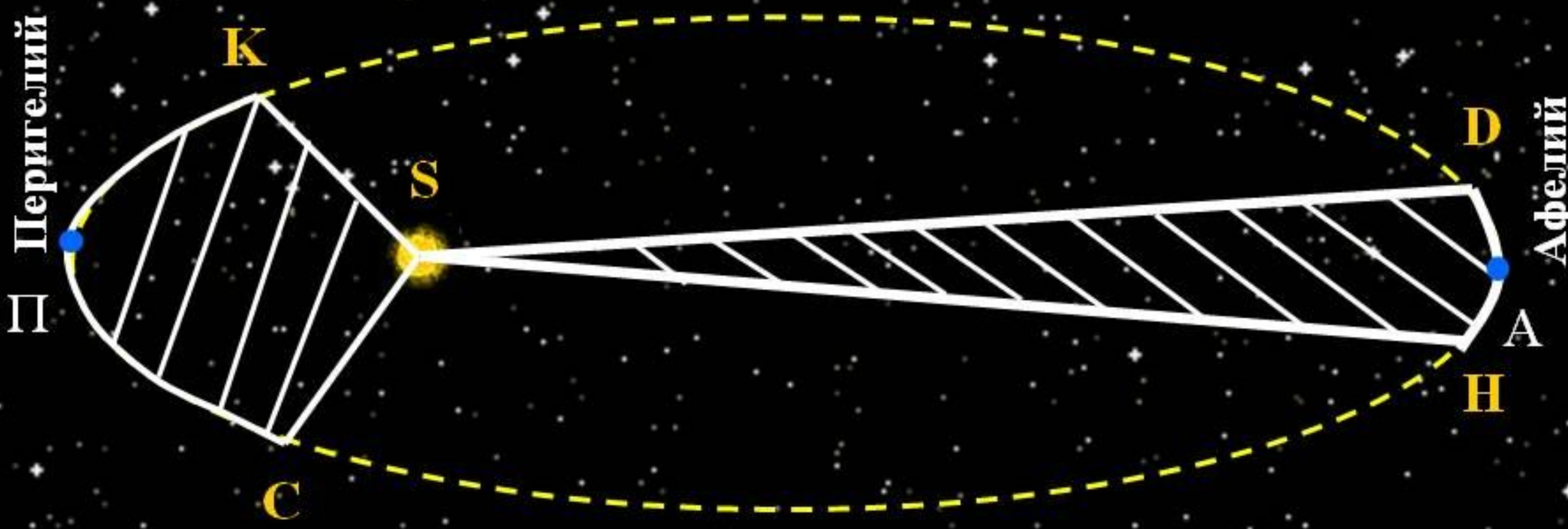


Второй закон Кеплера



Радиус – вектор планеты за равные промежутки времени описывает равные площади.

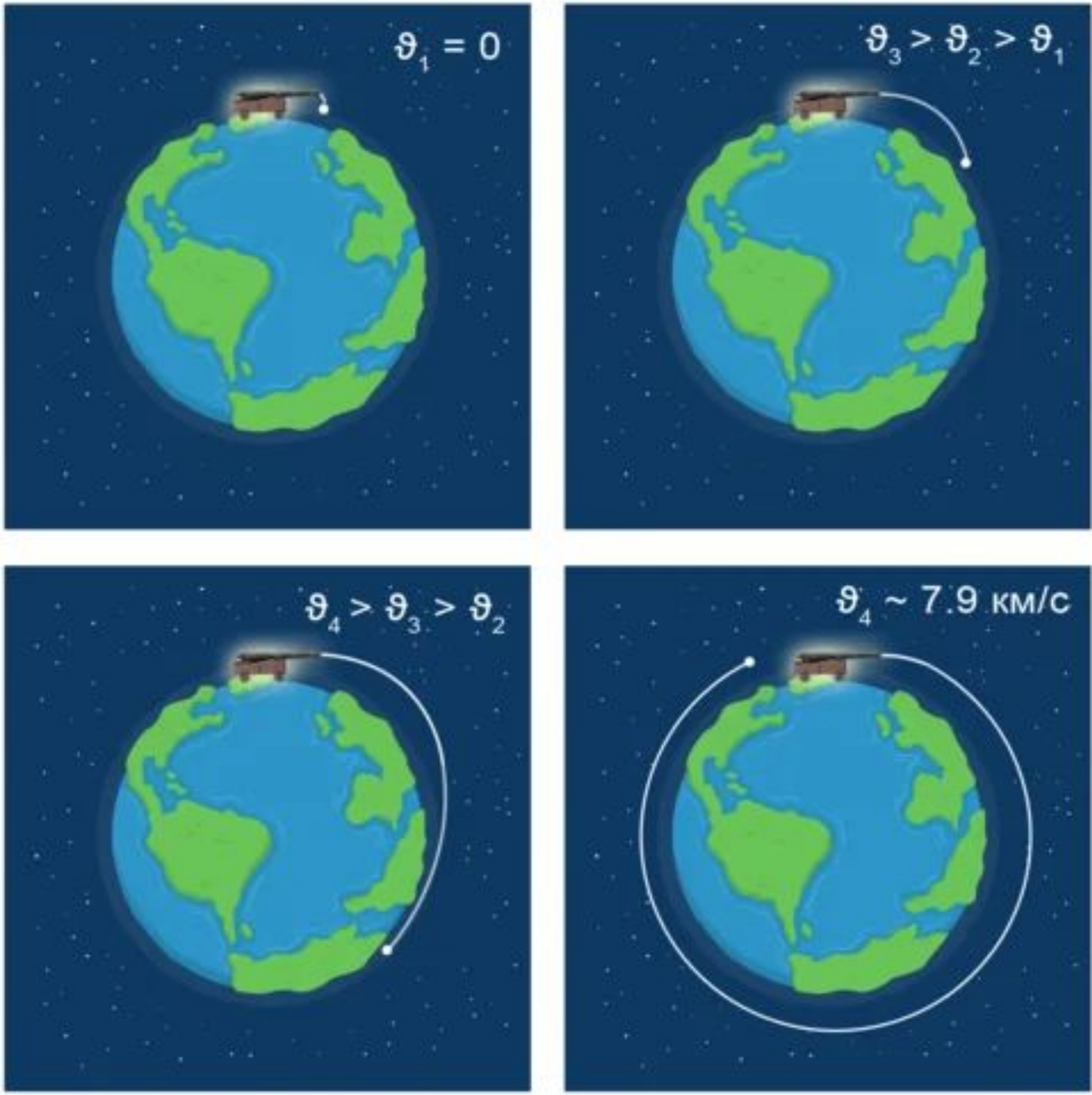
Второй закон Кеплера



Площади SKC и SDH равны.

Линейная скорость планеты вблизи перигелия больше, чем вблизи афелия.

Скорость планеты при движении ее по орбите тем больше, чем ближе она к Солнцу. В перигелии скорость планеты наибольшая, в афелии наименьшая. Таким образом, второй закон Кеплера количественно определяет изменение скорости движения планеты по эллипсу.



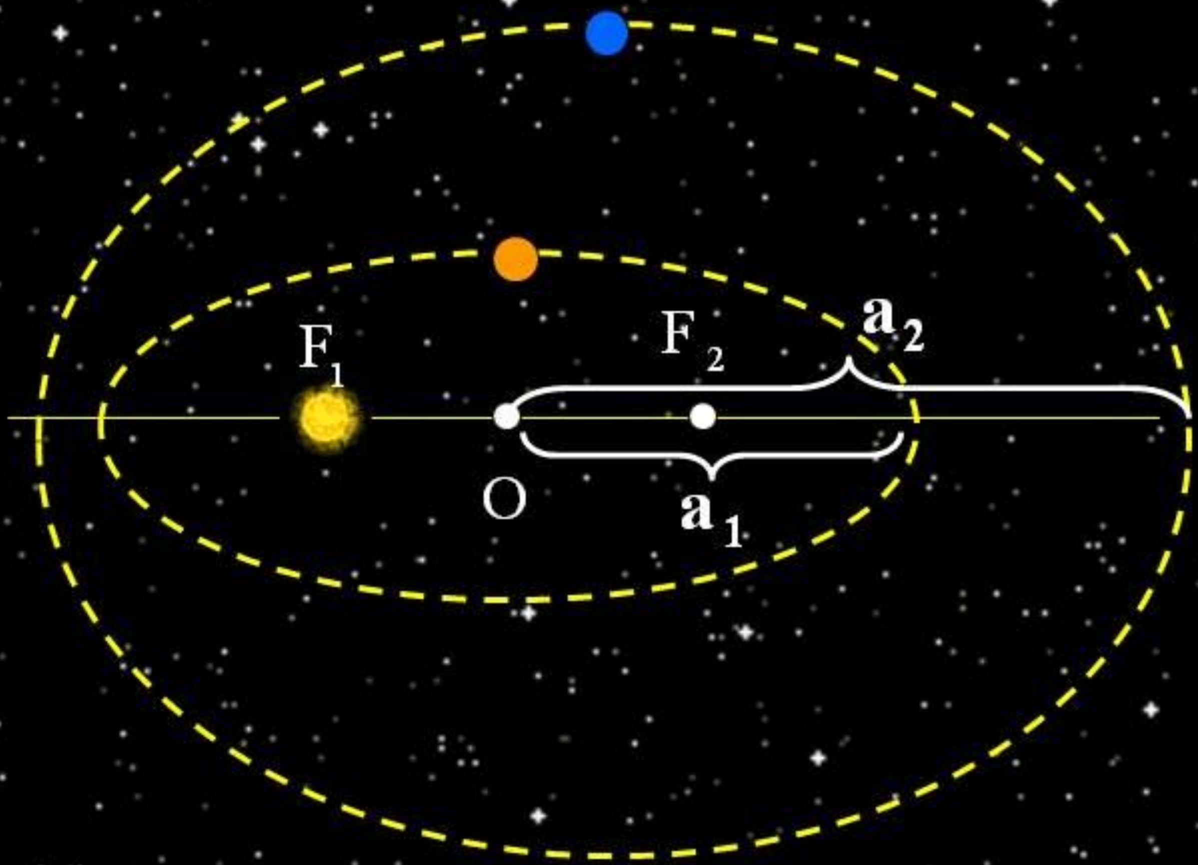
Третий закон Кеплера. **Квадраты звездных периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит.**

Если большую полуось орбиты и звездный период обращения одной планеты обозначить через a_1,T_1, а другой планеты - через a_1, T_2, то формула третьего закона будет такова:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

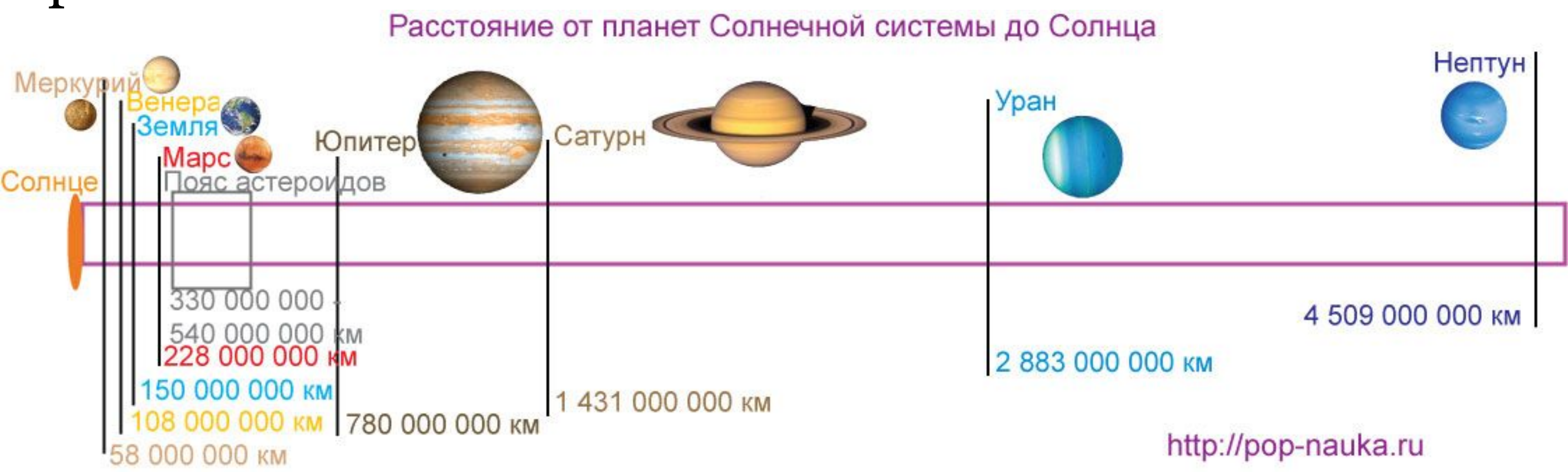
Третий закон Кеплера

Квадраты звёздных периодов обращения двух планет относятся как кубы больших полуосей их орбит.

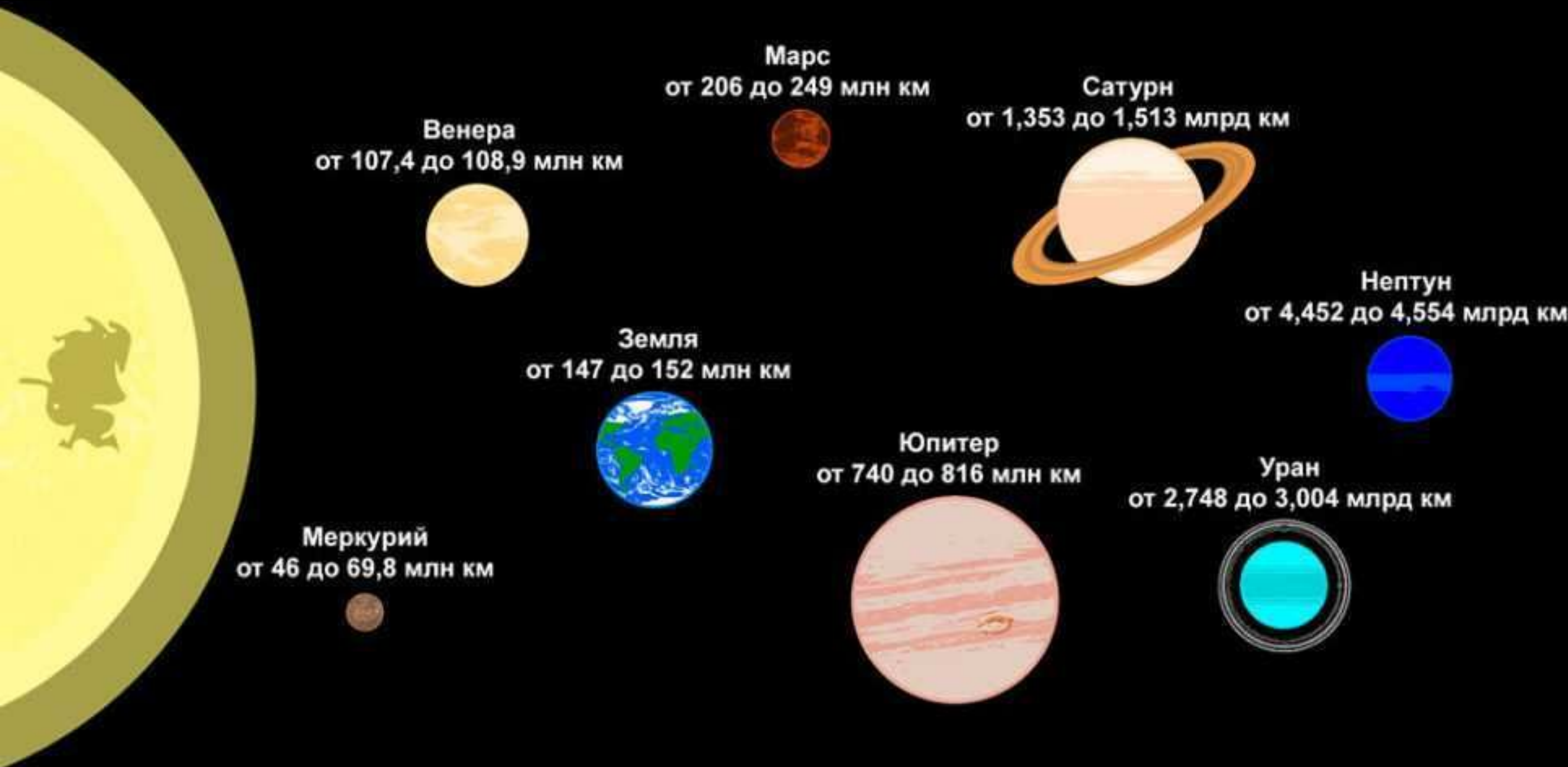


$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

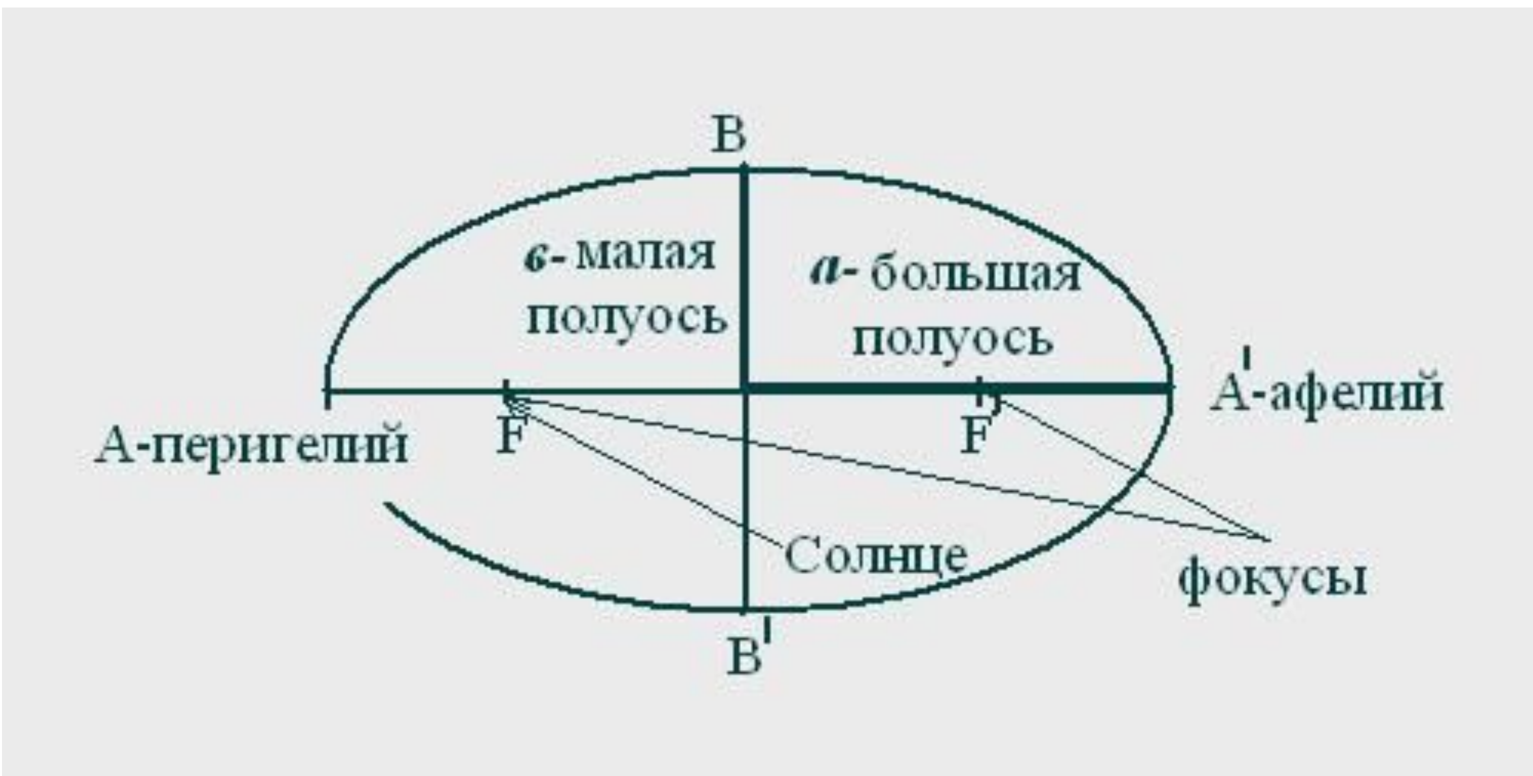
Этот закон Кеплера связывает средние расстояния планет от Солнца с их звездными периодами и позволяет установить относительные расстояния планет, от Солнца, поскольку звездные периоды планет уже были вычислены, исходя из синодических периодов, иначе говоря, позволяет выразить большие полуоси всех планетных орбит в единицах большой полуоси земной орбиты.



Средние расстояния планет от Солнца

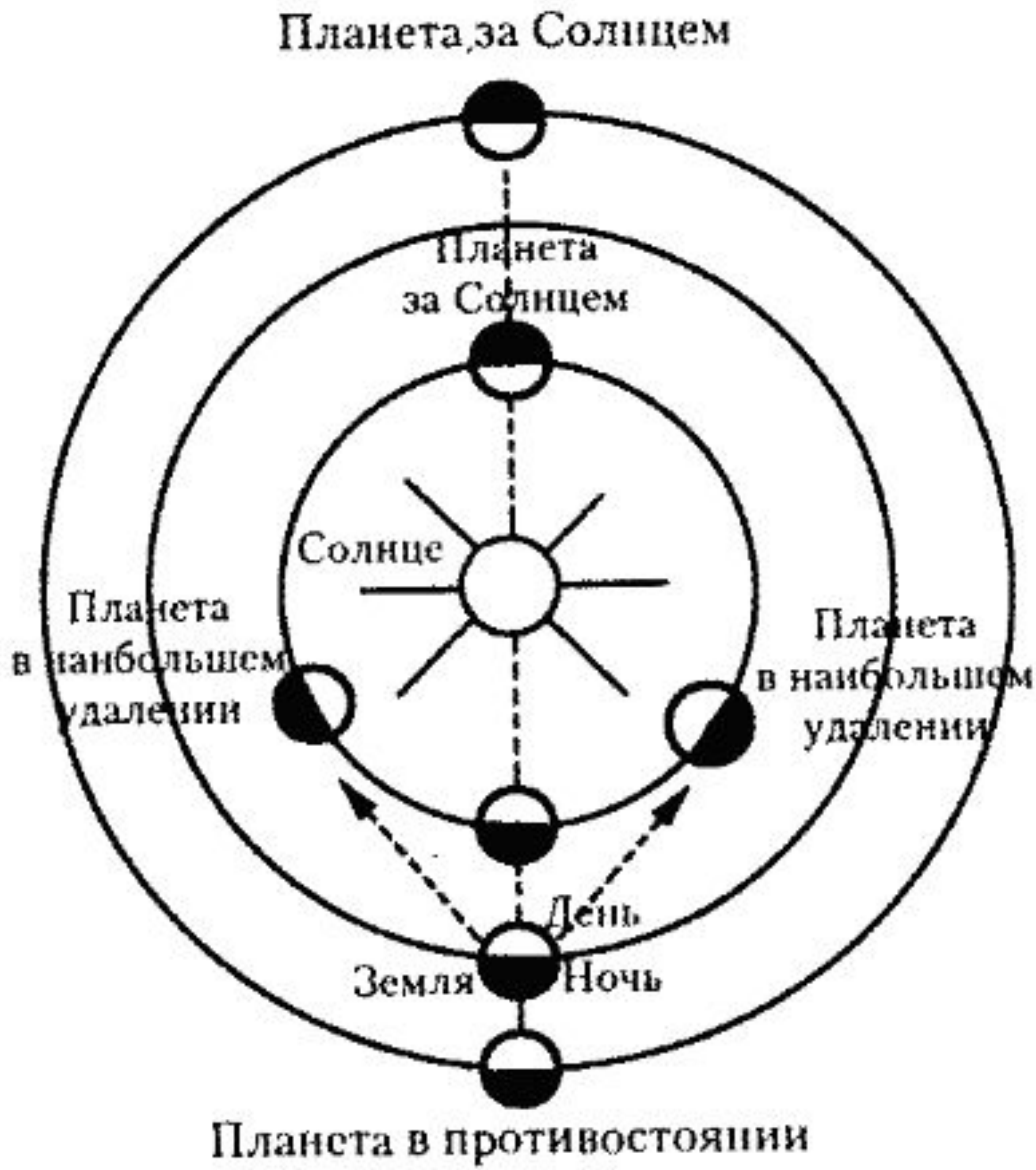


Большая полуось земной орбиты принята за астрономическую единицу расстояний (a=1 а. е.). Ее значение в километрах было определено позднее, лишь в XVIII в.



Необходимые астрономические единицы

- 1 пс = 206265 а.е. (1 парсек)
- 1 с.г.= 63240 а.е. (1 световой год)
- 1 а.е.=149 600 000 км (1 астрономическая единица)
- 1 с.г.= 9 460 000 000 000 км
- 1 пс = 3,26 с.г. = 30 860 000 000 000 км
- d_{H_2O} = 0,000 000 000 3 м (диаметр молекулы воды)
- $m_л$ = 73 400 000 000 000 000 000 т (масса Луны)


Планета за Солнцем
Планета
за Солнцем
Солнце
Планета
в наибольшем
удалении
Планета
в наибольшем
удалении
День
Земля
Ночь
Планета в противостоянии

Кеплер исследовал движения всех известных в то время планет и эмпирически вывел три закона движения планет относительно Солнца.

Первый закон Кеплера

Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Второй закон Кеплера

Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает равные площади.

Третий закон Кеплера

Квадраты сидерических периодов обращений двух планет относятся как кубы больших полуосей их орбит.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Задача. Противостояния некоторой планеты повторяются через 2 года. Чему равна большая полуось ее орбиты?

Дано:	Решение.
$S = 2$ года $T_\oplus = 1$ год $a_\oplus = 1$ а. е. $a - ?$	Большую полуось орбиты можно определить из третьего закона Кеплера: $\frac{T^2}{T_\oplus^2} = \frac{a^3}{a_\oplus^3}$, $a^3 = \frac{a_\oplus^3 T^2}{T_\oplus^2}$, а звездный период — из соотношения между сидерическим и синодическим периодами:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}, \qquad T = \frac{T_\oplus S}{S - T_\oplus}. \qquad T = \frac{1 \text{ год} \cdot 2 \text{ года}}{2 \text{ года} - 1 \text{ год}} = 2 \text{ года},$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{(1 \text{ а. е.})^3 \, (2 \text{ года})^2}{(1 \text{ год})^2}} \approx 1{,}59 \text{ а. е.}$$

Ответ: $a \approx 1{,}59$ а. е.

Упражнени

1. Марс дальше от Солнца, чем Земля, в 1,5 раза. Какова продолжительность года на Марсе? Орбиты планет считать круговыми.

2. Определите период обращения искусственного спутника Земли, если наивысшая точка его орбиты над Землей 5000 км, а наинизшая 300 км. Землю считать шаром радиусом 6370 км. Сравните движение спутника с обращением Луны.

3. Синодический период планеты 500 сут. Определите большую полуось ее орбита и звездный период обращения.

Определение расстояний и размеров тел в Солнечной системе

1. Определе

Среднее расстояние всех планет от Солнца в астрономических единицах можно вычислить, используя третий закон Кеплера. Определив *среднее расстояние Земли от Солнца* (т. е. значение 1 а. е.) в километрах, можно найти в этих единицах расстояния до всех планет Солнечной системы.

С 40-х годов XX века радиотехника позволила определять расстояния до небесных тел посредством радиолокации, о которой вы знаете из курса физики. Советские и американские ученые уточнили радиолокацией расстояния до Меркурия, Венеры, Марса и Юпитера.

Радиолокация — область науки и техники, объединяющая методы и средства локации (обнаружения и измерения координат) и определения свойств различных объектов с помощью радиоволн.

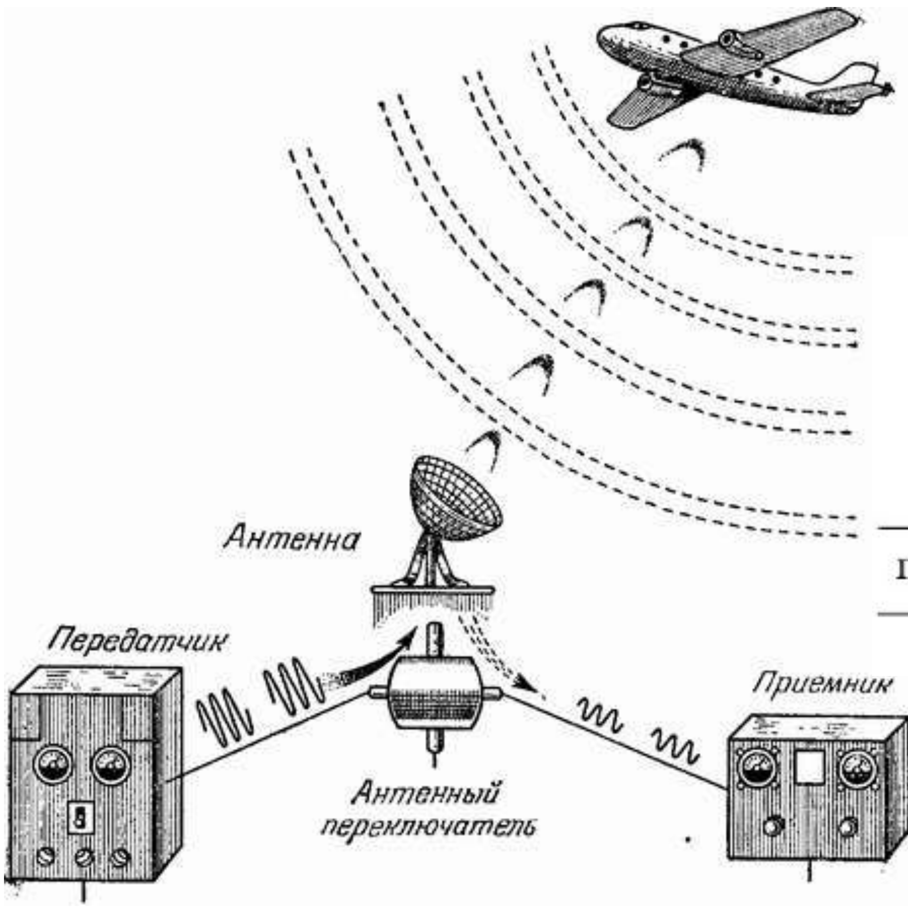


Рис. 5.41

Вспомните, как по времени прохождения радиолокационного сигнала можно определить расстояние до объекта.

Пример решения задачи №1:

Задание: Годичный параллакс Веги (α Лиры) равен $0{,}12''$.
Каково расстояние до неё в парсеках и световых годах?

Дано:

$\pi = 0{,}12''$

Найти:

r = **-** ? Пк

r = **-** ? Св.лет

Решение:

$$r_{пк} = \frac{1}{\pi}; \quad r_{пк} = \frac{1}{0{,}12} Пк = 8{,}33 Пк$$

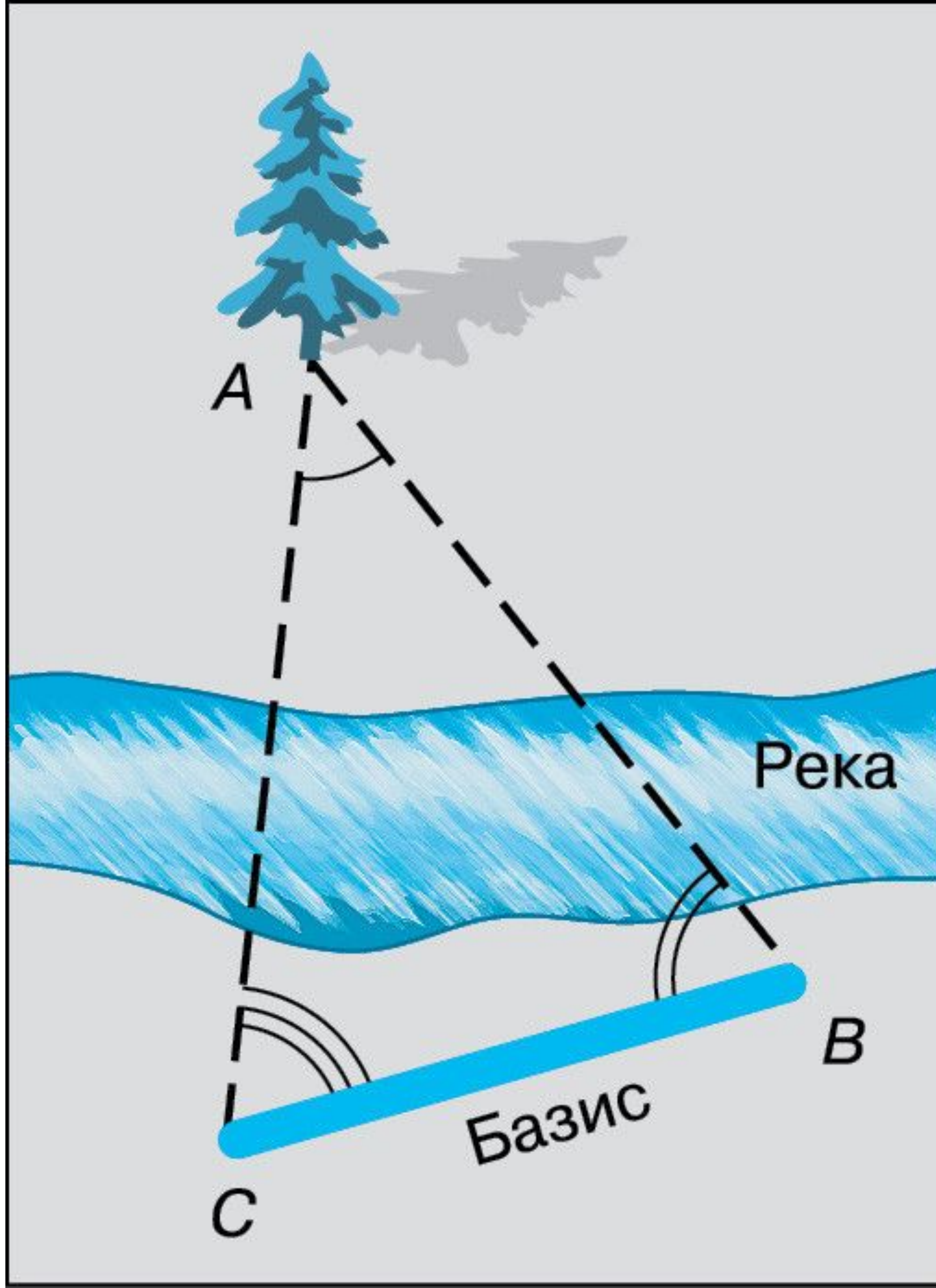
$$r_{св.лет} = 3{,}26 св.лет \cdot 8{,}33 =$$

$$= 27{,}1 св.лет.$$

Ответ: $r_{пк} = 8{,}33 Пк.$

$r_{св.лет} = 27{,}1 св.лет.$

Классическим способом определения расстояний был и остается угломерный геометрический способ. Им определяют расстояния и до далеких звезд, к которым метод радиолокации неприменим. Геометрический способ основан на явлении *параллактического смещения*.



Параллактическим смещением называется изменение направления на предмет при перемещении наблюдателя (рис. 31).

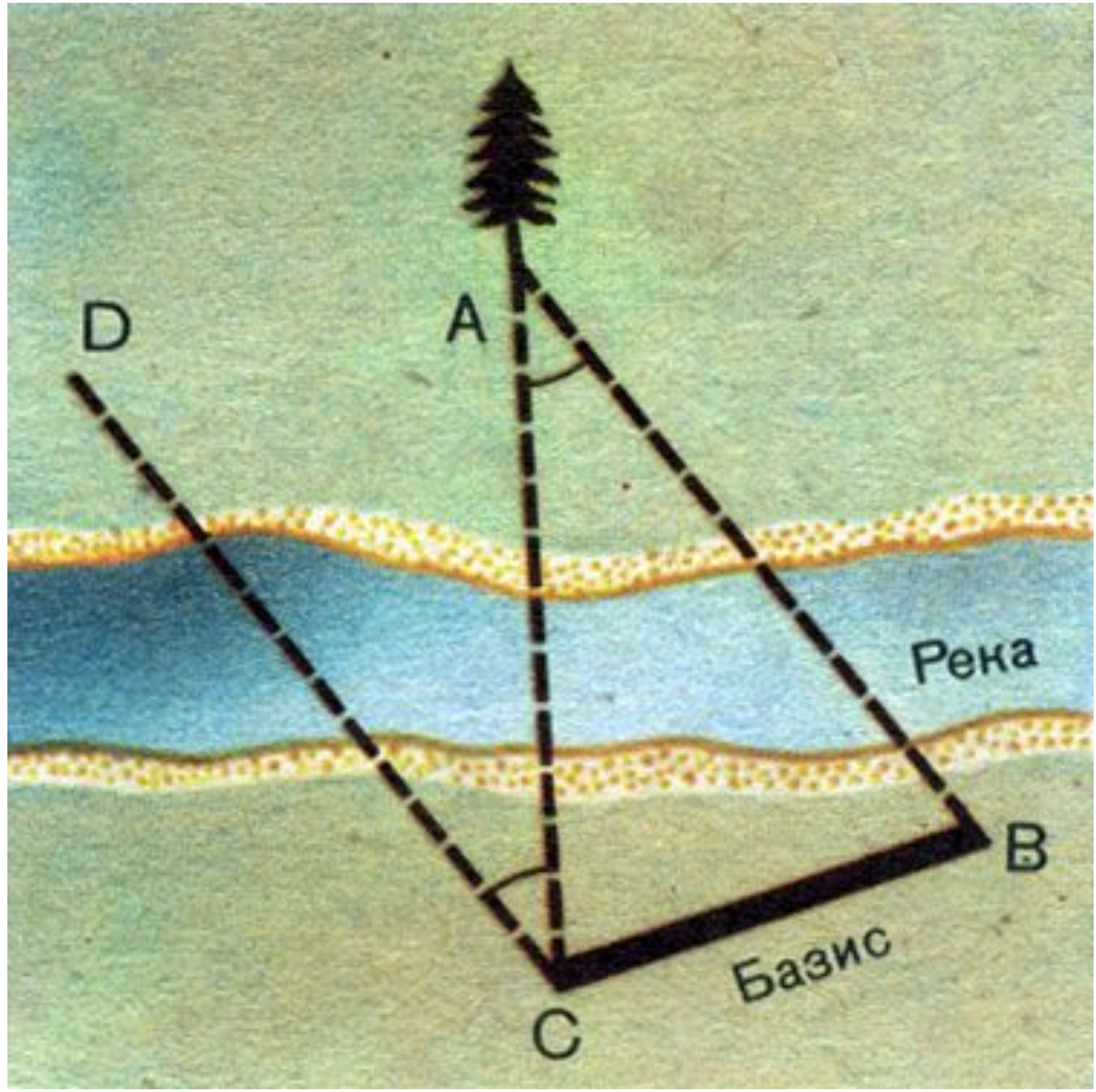
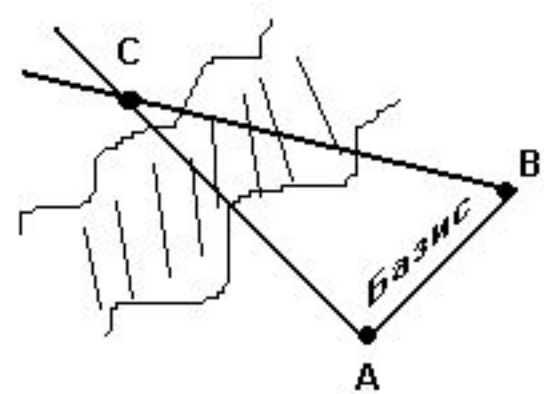


Рис. 31. Измерение расстояния до недоступного предмета по параллактическому смещению

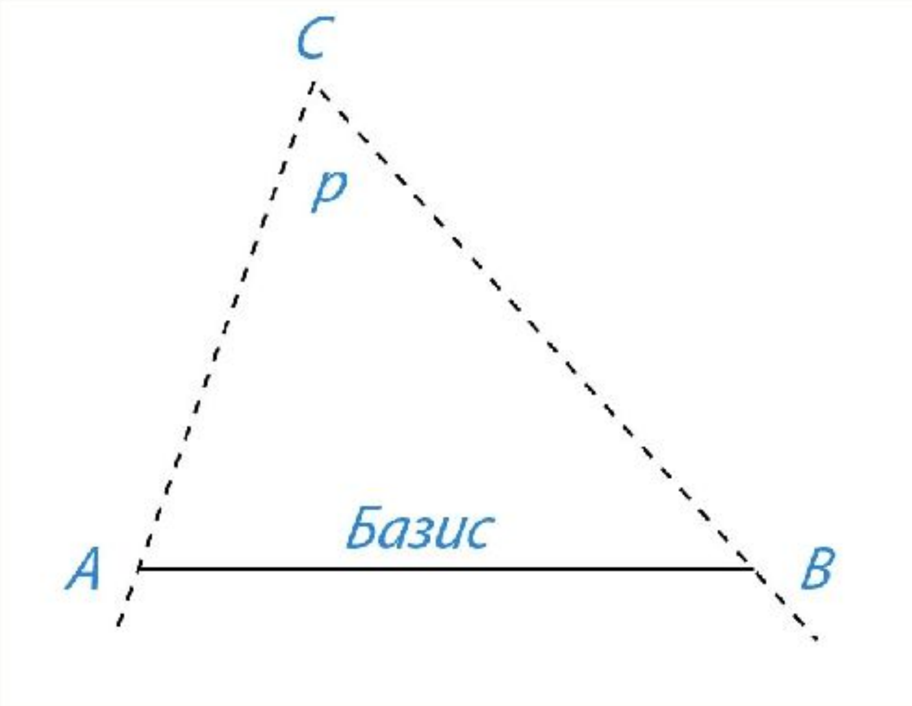
Посмотрите на вертикально поставленный карандаш сначала одним глазом, затем другим. Вы увидите, как он при этом переменил положение на фоне далеких предметов, направление на него изменилось. Чем дальше вы отодвинете карандаш, тем меньше будет параллактическое смещение. Но чем дальше отстоят друг от друга точки наблюдения, т. е. чем больше *базис*, тем больше параллактическое смещение при той же удаленности предмета. В нашем примере базисом было расстояние между глазами.



Параллакс

Параллакс *(греч.* , *от* , *«смена, чередование»)* - угол, под которым из недоступного места (точка С) будет виден отрезок АВ, называемый базисом.

Базис - тщательно измеренное расстояние от наблюдателя до какой-либо достигнутой для наблюдения точки (отрезок *АВ*) ***(обыкновенно за базис принимают радиус Земли)***



Для измерения расстояний до тел Солнечной системы за базис удобно взять радиус Земли. Наблюдают положения светила, например Луны, на фоне далеких звезд одновременно из двух различных пунктов. Расстояние между ними должно быть как можно больше, а соединяющий их отрезок должен составлять с направлением на светило угол, по возможности близкий к прямому, чтобы параллактическое смещение было максимальным. Определив из двух точек A и B (рис. 32) направления на наблюдаемый объект, несложно вычислить угол p, под которым с этого объекта был бы виден отрезок, равный радиусу Земли.

Следовательно, чтобы определить расстояния до небесных тел, нужно знать значение базиса - радиуса нашей планеты.

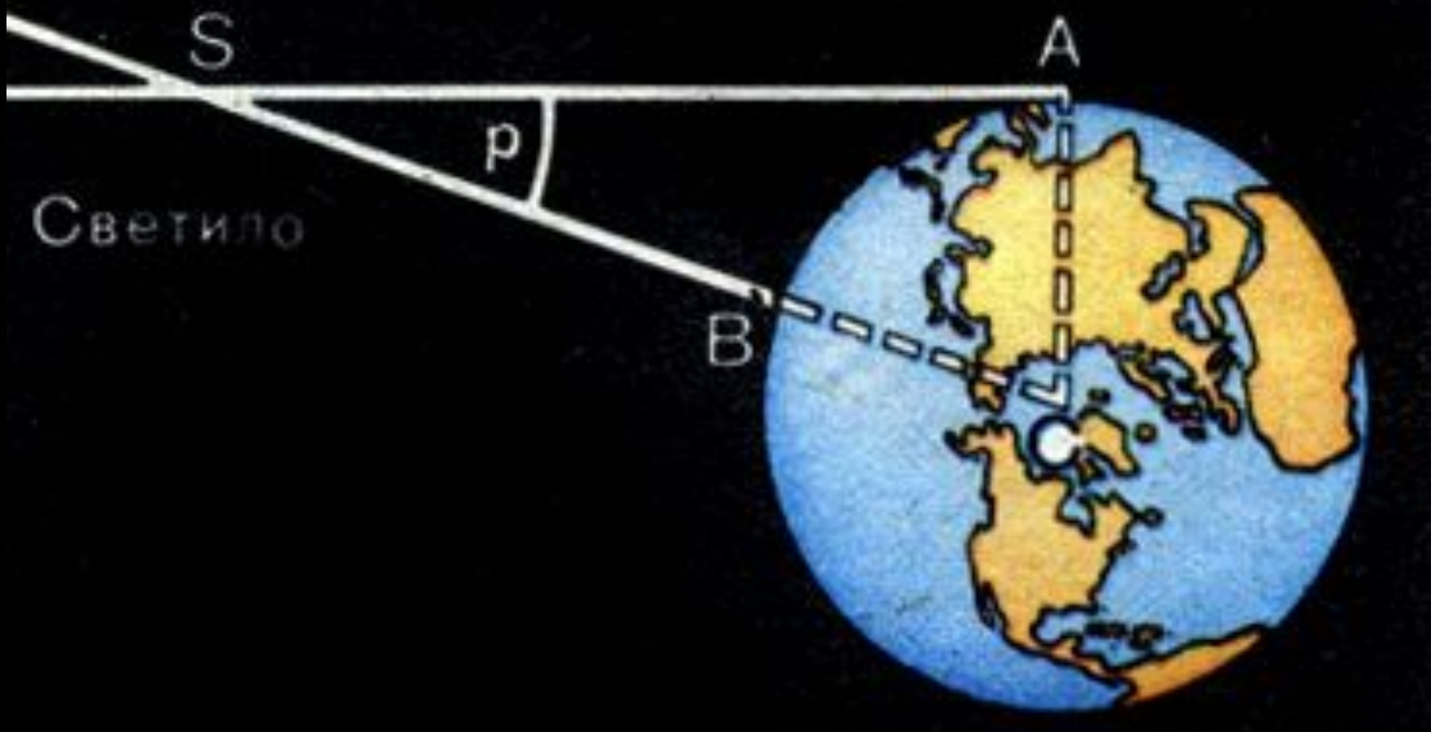


Рис. 32. Горизонтальный параллакс светила

2 . р а з м е р и ф

На фотоснимках, сделанных из космоса, Земля выглядит как шар, освещенный Солнцем, и показывает такие же фазы, как Луна (см. рис. 42 и 43).

Рис. 42. Земля над горизонтом Луны

Рис. 43. Фотография Земли, сделанная из космоса

Точный ответ о форме и размере Земли дают *градусные измерения*, т. е. измерения в километрах длины дуги в 1° в разных местах на поверхности Земли. Этот способ еще в III в, до н. э. применял живший в Египте греческий ученый *Эратосфен*. Теперь этот способ используется в *геодезии* - науке о форме Земли и об измерениях на Земле с учетом ее кривизны.

Эратосфен Киренский

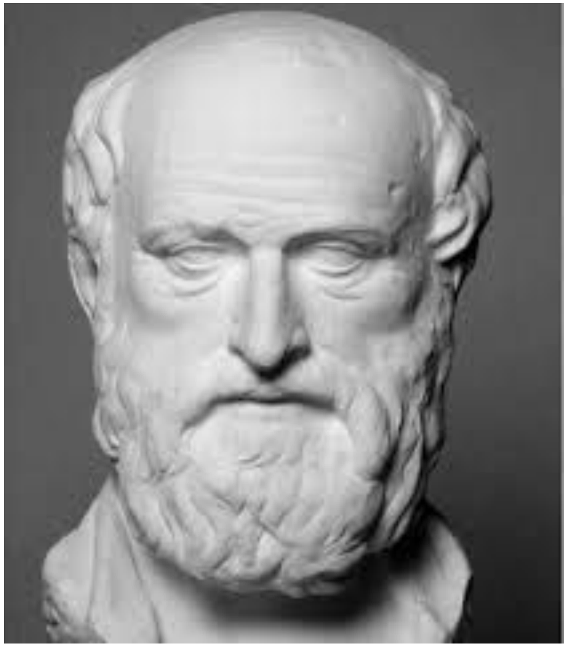
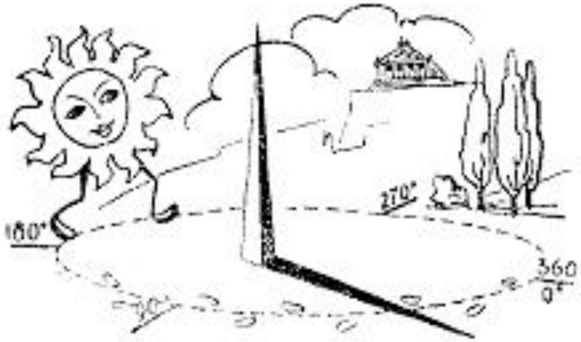
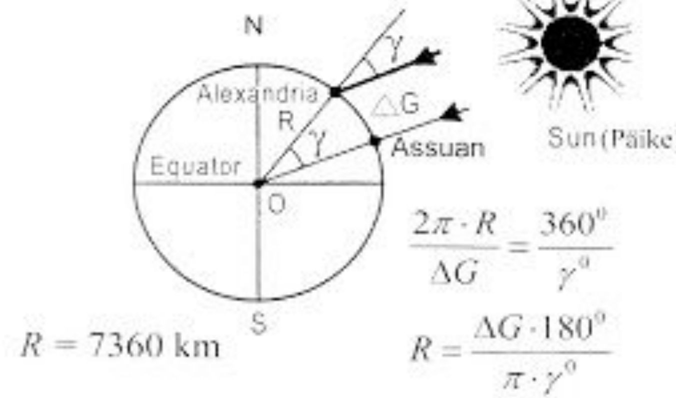


Схема измерения земного шара Эратосфена





Градусным измерением называется измерение дуги на земной поверхности, имеющее целью найти фигуру и размеры обитаемой нами планеты.

Физическая и теоретические поверхности Земли

На ровной местности выбирают два пункта, лежащие на одном меридиане, и определяют длину дуги между ними в градусах и километрах. Затем вычисляют, скольким километрам соответствует длина дуги, равная 1°. Ясно, что длина дуги меридиана между выбранными точками в градусах равна разности географических широт этих точек: $\Delta\varphi = = \varphi_1 - \varphi_2$. Если длина этой дуги, измеренная в километрах, равна l, то при шарообразности Земли одному градусу (1°) дуги будет соответствовать длина в километрах:

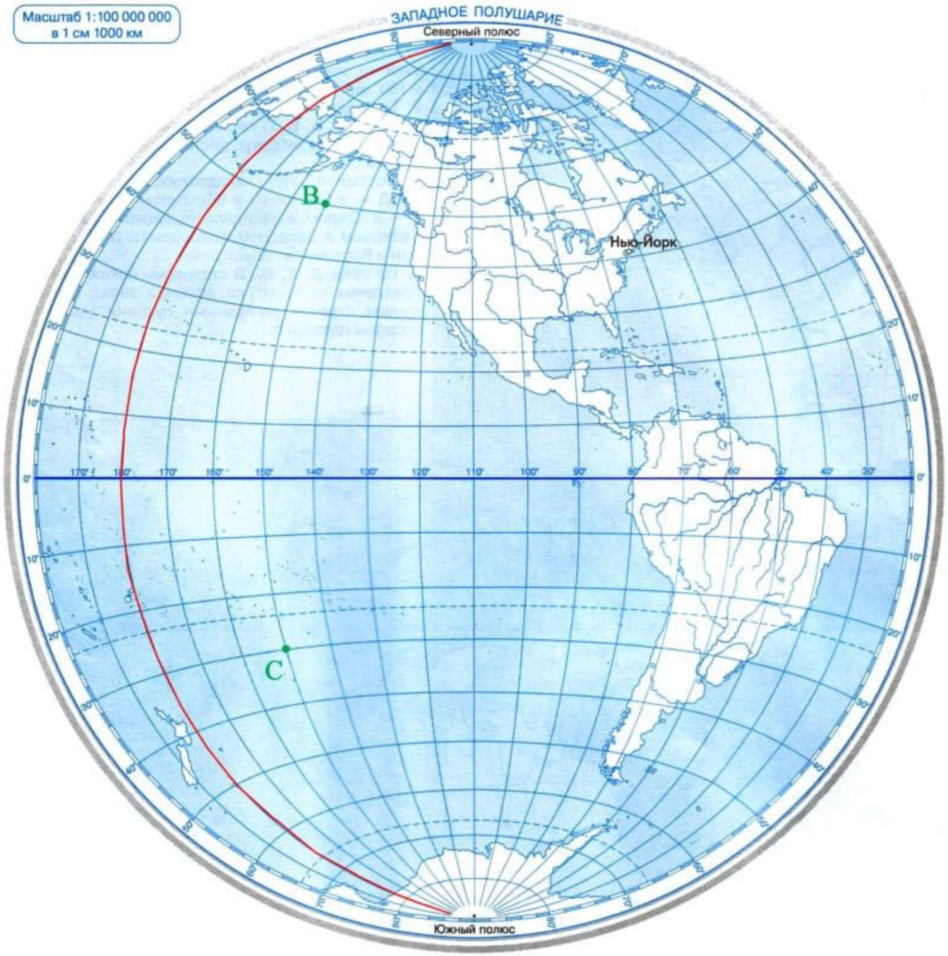
$$n = \frac{l}{\Delta\varphi}.$$

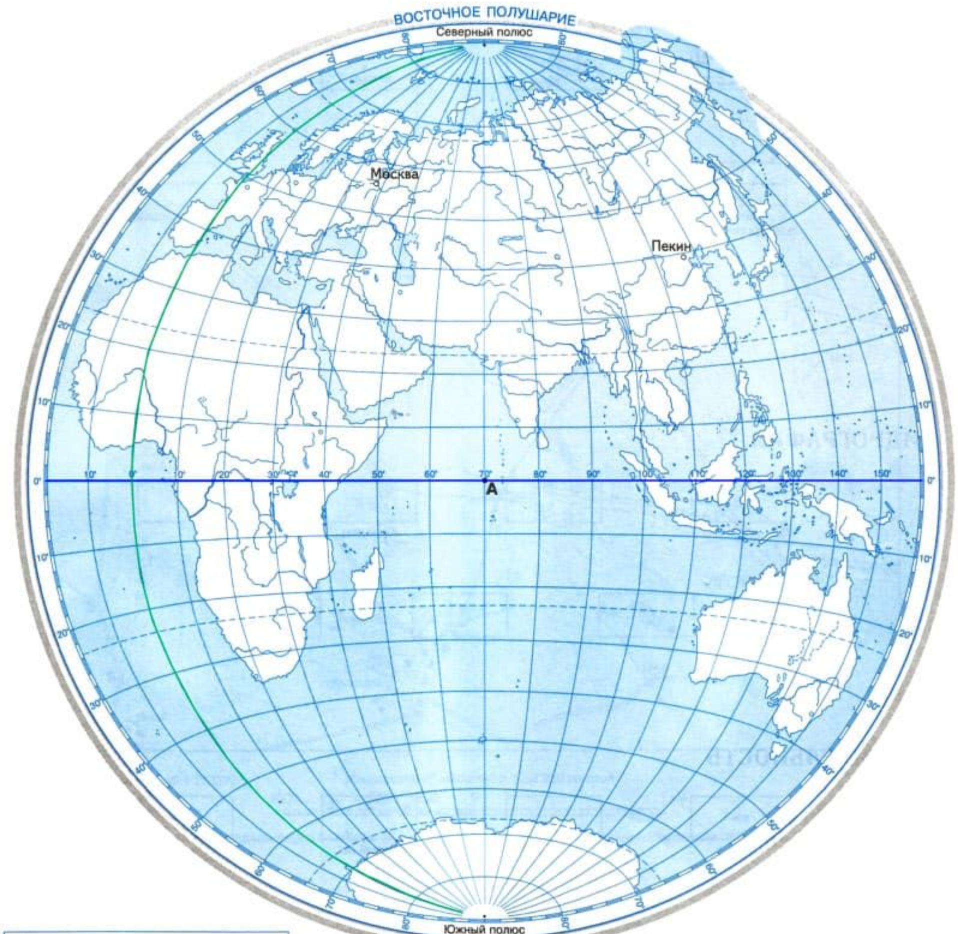
Тогда длина окружности земного меридиана L, выраженная в километрах, равна L = 360°n. Разделив ее на 2π, получим радиус Земли.

Одна из наибольших дуг меридиана от Ледовитого океана до Черного моря была измерена в России и в Скандинавии в середине XIX в. под руководством *В. Я. Струве* (1793-1864), директора Пулковской обсерватории. Большие геодезические измерения в нашей стране выполнены после Великой Октябрьской социалистической революции.

В.Я. Струве

Масштаб 1:100 000 000
в 1 см 1000 км





УСЛОВНЫЕ ЗНАКИ

Экватор

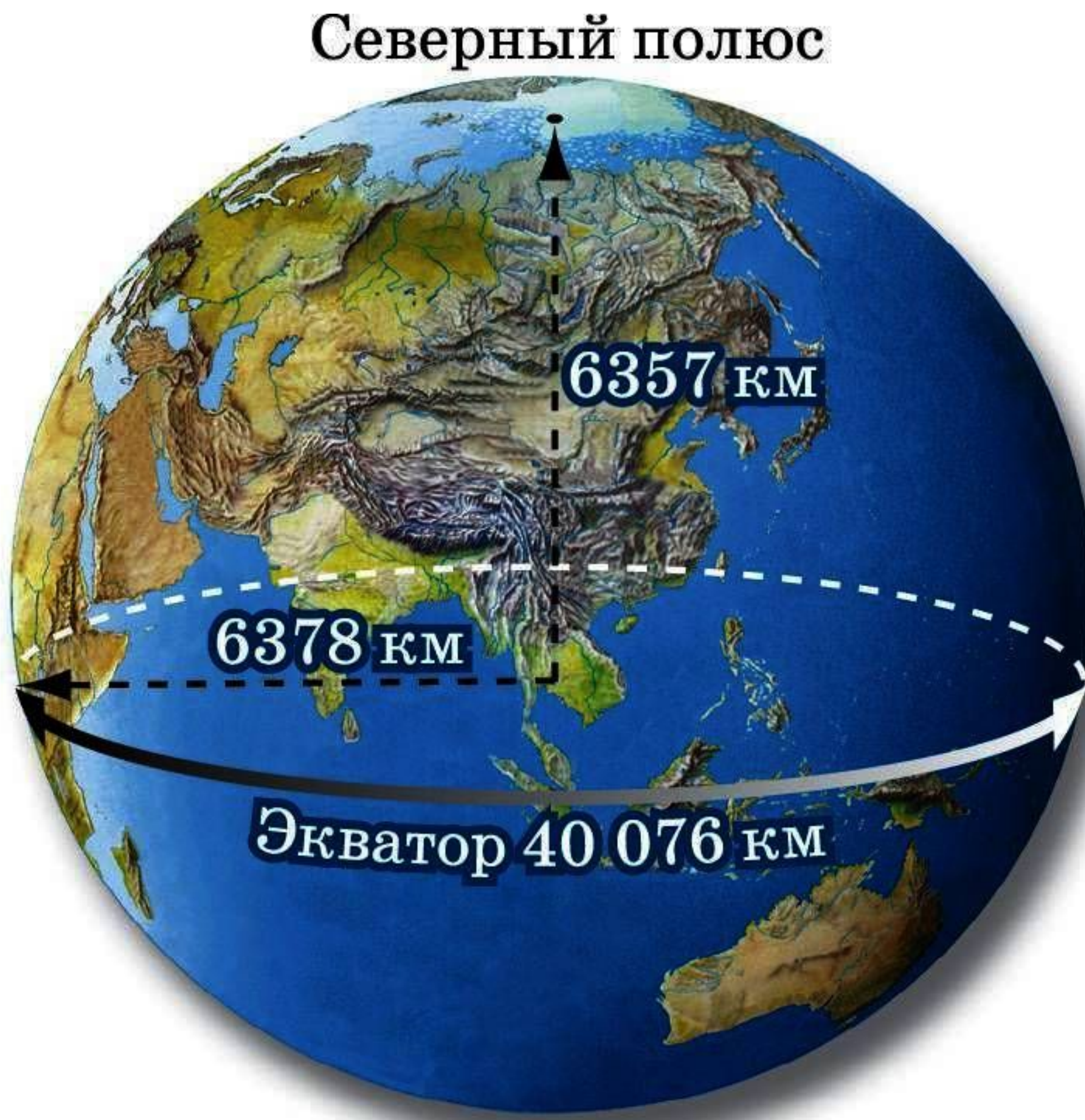
Гринвичский меридиан

Меридиан 180°

Способ измерения	Расстояние до Северного полюса	Расстояние до Южного полюса
С помощью масштаба	9200 км	9200 км
С помощью градусной сети	9990 км	9990 км

Градусные измерения показали, что длина 1° дуги меридиана в километрах в полярной области наибольшая (111,7 км), а на экваторе наименьшая (110,6 км). Следовательно, на экваторе кривизна поверхности Земли больше, чем у полюсов, а это говорит о том, что Земля не является шаром. Экваториальный радиус Земли больше полярного на 21,4 км. Поэтому Земля (как и другие планеты) вследствие вращения сжата у полюсов.

Шар, равновеликий нашей планете, имеет радиус, равный 6370 км. Это значение принято считать радиусом Земли.


Северный полюс
6357 км
6378 км
Экватор 40 076 км

Упражнение

1. Если астрономы могут определять географическую широту с точность до 0,1'', то какой максимальной ошибке в километрах вдоль меридиана это соответствует?
2. Вычислите в километрах длину морской мили, которая равна длине V дуги экватора.

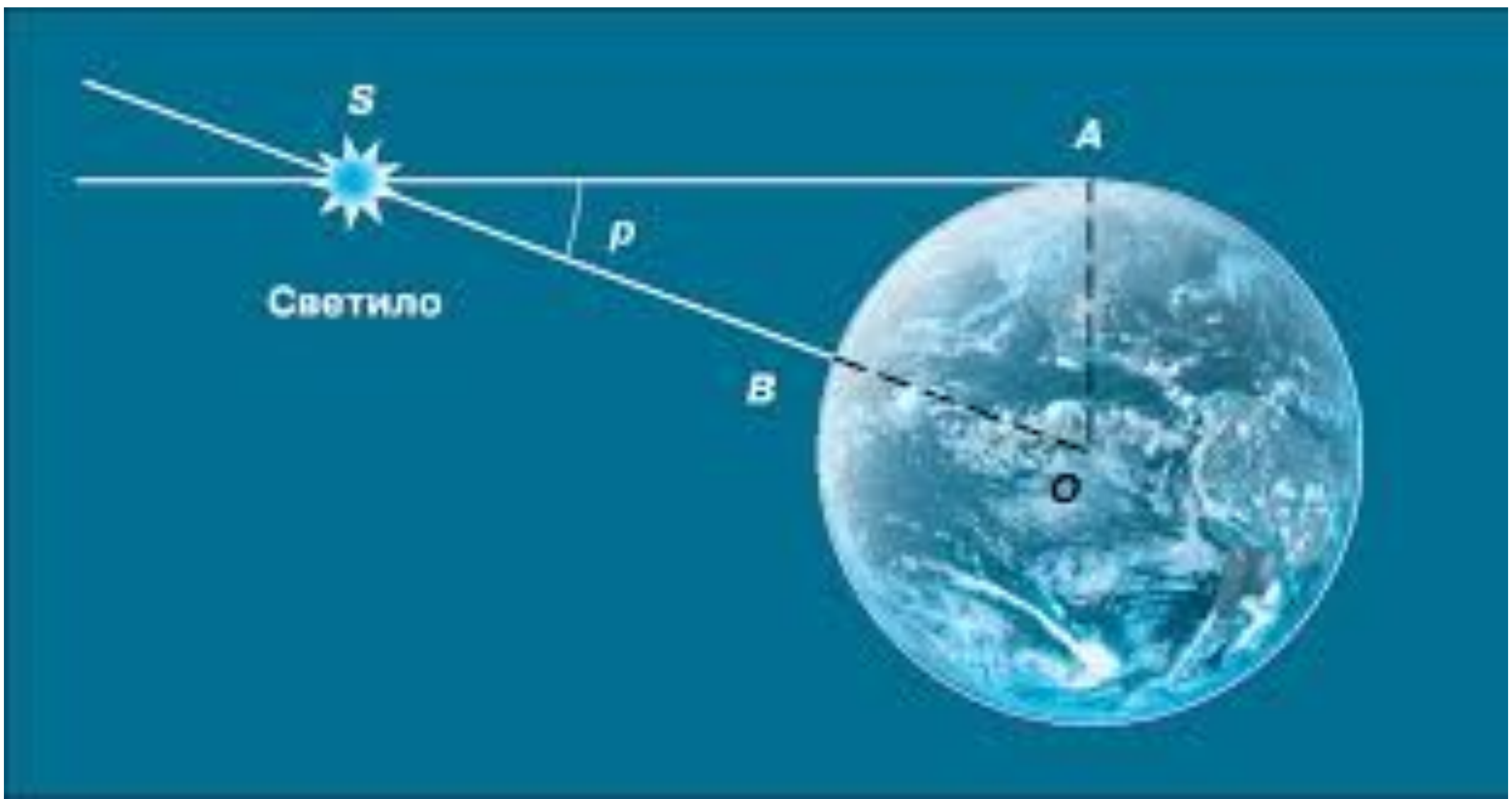
3. Параллакс. Значение астрономической единицы

Угол, под которым со светила виден радиус Земли, перпендикулярный к лучу зрения, называется горизонтальным параллаксом.

Чем больше расстояние до светила, тем меньше угол ρ. Этот угол равен параллактическому смещению светила для наблюдателей, находящихся в точках А и В (см. рис. 32), точно так же как ∠CAB для наблюдателей в точках С и В (см. рис. 31). ∠CAB удобно определять по равному ему ∠DCA, а равны они как углы при параллельных прямых (DC || AB по построению).

Расстояние (см. рис. 31-32) $$SC = D = \frac{R_{\oplus}}{\sin p},$$

где $R_{\oplus}$ - радиус Земли. Приняв R за единицу, можно выразить расстояние до светила в земных радиусах.



Горизонтальный параллакс Луны составляет 57'. Все планеты и Солнце гораздо дальше, и их параллаксы составляют секунды дуги. Параллакс Солнца, например, $\rho_{\odot}$ = 8,8". Параллаксу Солнца соответствует **среднее расстояние Земли от Солнца, примерно равное 150 000 000 км.** Это расстояние **принимается за одну астрономическую единицу (1 а. е.).** В астрономических единицах часто измеряют расстояния между телами Солнечной системы.

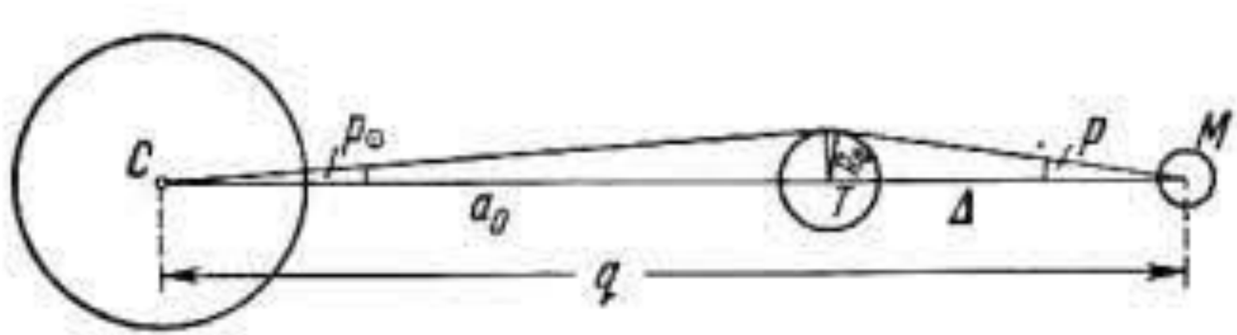


Рис. 43. Определение параллакса Солнца.

При малых углах sin ρ≈ρ, если угол ρ выражен в радианах. Если ρ выражен в секундах дуги, то вводится множитель $\sin 1'' = \frac{1}{206265}$,

где 206265 - число секунд в одном радиане.

Тогда

$$\sin p = p \sin 1'' = \frac{p}{206265''}$$

Знание этих соотношений упрощает вычисление расстояния по известному параллаксу:

$$D = \frac{206265''}{p} R_{\oplus}.$$

П
р
и
м
е
ш

Задача. На каком расстоянии от Земли находится Сатурн, когда его горизонтальный параллакс равен 0,9"?

Дано:
$p = 0{,}9''$

$D - ?$

Решение.

Известно, что параллакс Солнца $p_{\odot} = 8{,}8''$, расстояние до него $D_{\odot} = 1$ а. е.

Тогда, исходя из формулы $D = \dfrac{206265''}{p} R_{\oplus}$, имеем $\dfrac{D}{D_{\odot}} = \dfrac{p_{\odot}}{p}$,

отсюда $D = \dfrac{D_{\odot}\, p_{\odot}}{p}$.

$$D = \frac{1 \text{ а. е. } 8{,}8''}{0{,}9''} \approx 9{,}8 \text{ а. е.}$$

Ответ: $D \approx 9{,}8$ а. е.

Упражнени

1. 1. Чему равен горизонтальный параллакс Юпитера, наблюдаемого с Земли в противостоянии, если Юпитер в 5 раз дальше от Солнца, чем Земля?

1. 2. Расстояние Луны от Земли в ближайшей к Земле точке орбиты (перигее) 363 000 км, а в наиболее удаленной точке (апогее) 405 000 км. Определите горизонтальный параллакс Луны в этих положениях.

4. Определение размеров све

На рисунке 33 - T - центр Земли, M - центр светила линейного радиуса r. По определению горизонтального параллакса радиус Земли R виден со светила под углом ρ. Радиус же светила r виден с Земли под углом ρ . Шар, равновеликий нашей планете, имеет радиус, равный 6370 км. Это значение принято считать радиусом Земли.

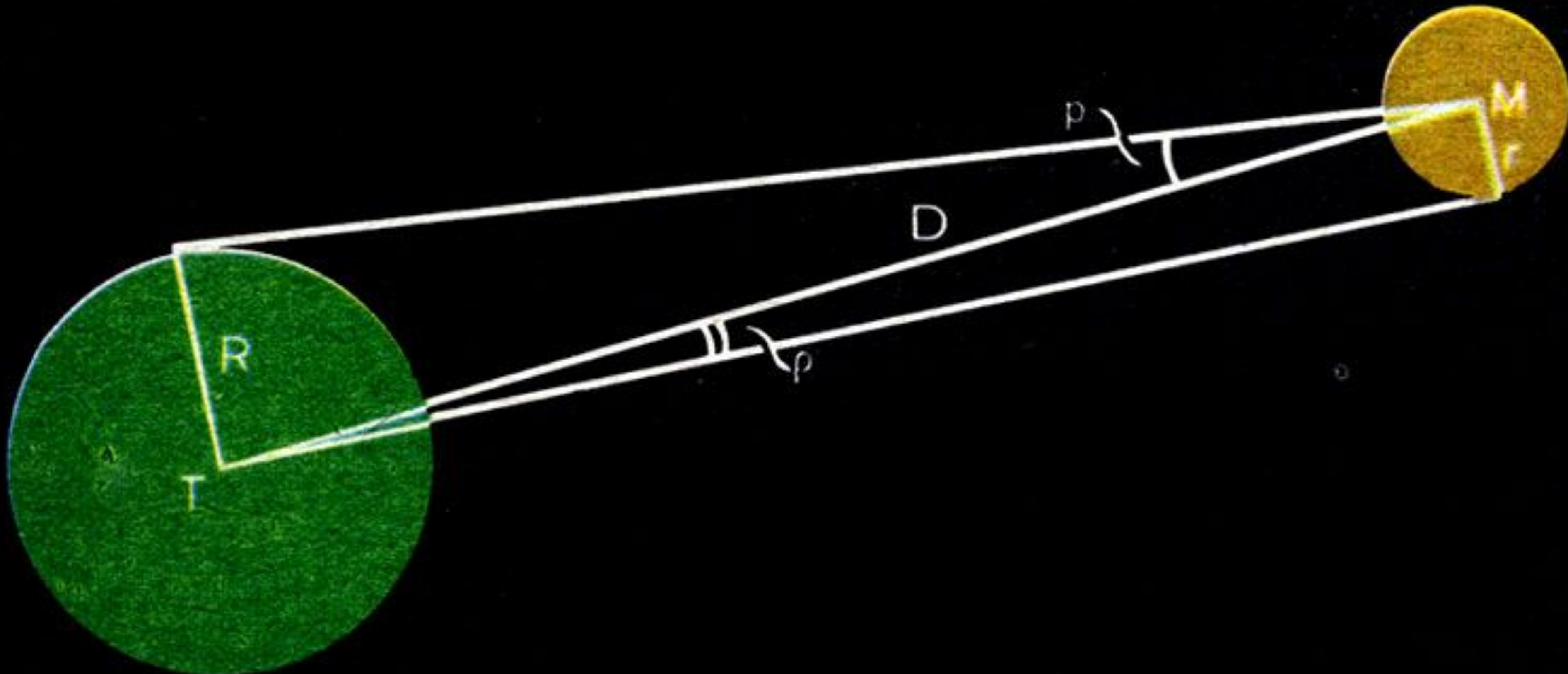


Рис. 33. Определение линейных размеров небесных светил по их угловым размерам

Поскольку $D = \frac{R}{\sin p}$ и $D = \frac{r}{\sin \varrho}$, то $r = \frac{\sin \varrho}{\sin p} R$.

Если углы ϱ и ρ малы, то синусы пропорциональны углам, и можно написать: $r = \frac{\varrho}{p} R$.

Этот способ определения размеров светил применим только тогда, когда виден диск светила. Зная расстояние D до светила и измерив его угловой радиус ϱ, можно вычислить его линейный радиус r: r=D*sin или r=D, если угол выражен в радианах.

П

Задача. Чему равен линейный диаметр Луны, если она видна с расстояния 400 000 км под углом примерно 0,5°?

р

и

м

Дано:

$D = 400\,000$ км

$\varrho = 0{,}5°$

d — ?

Решение.

$d = D\varrho$, если ϱ выражено в радианах.

Следовательно,

$$d = \frac{400\,000 \text{ км} \cdot 0{,}5 \cdot 3600''}{206265''} = 3490 \text{ км}.$$

Ответ: $d = 3490$ км.

е

ш

е

Упражнение

1. Во сколько раз Солнце больше, чем Луна, если их угловые диаметры одинаковы, а горизонтальные параллаксы соответственно равны 8,8" и 57'?

2. Чему равен угловой диаметр Солнца, видимого с Плутона?

3. Во сколько раз больше получает энергии от Солнца каждый квадратный метр поверхности Меркурия, чем Марса? Нужные данные возьмите из приложений.

4. В каких точках небосвода земной наблюдатель видит светило, находясь в точках B и A (рис. 32)?

5. В каком отношении численно меняется видимый с Земли и с Марса угловой диаметр Солнца от перигелия к афелию, если эксцентриситеты их орбит соответственно равны 0,017 и 0,093?

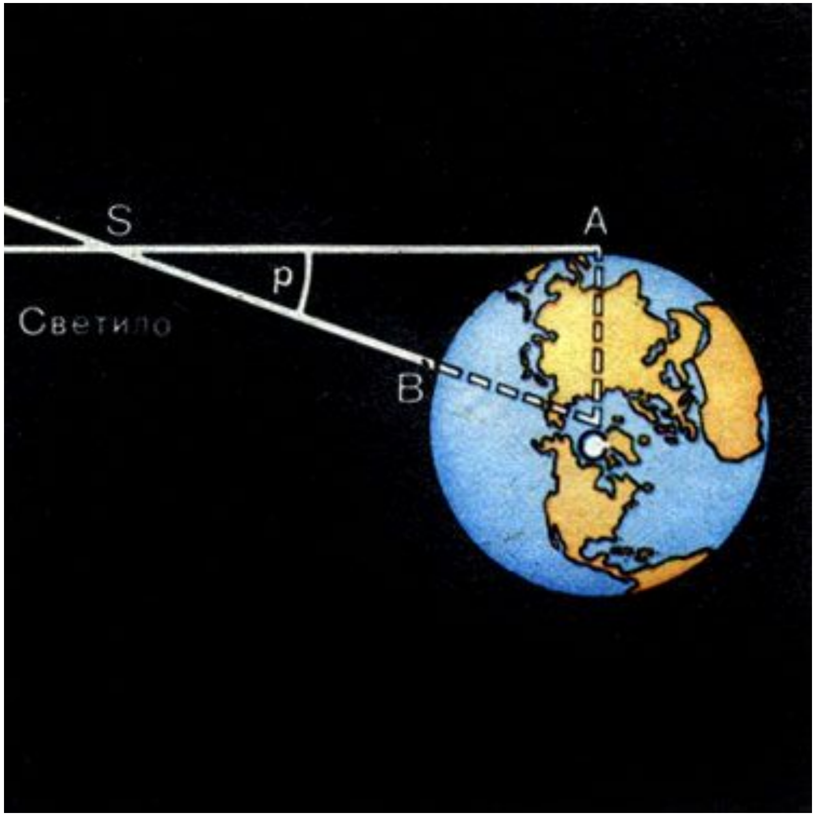


Рис. 32. Горизонтальный параллакс светила

Задание 5.

1. Измерьте транспортиром ∠DCA (рис. 31) и ∠ASC (рис. 32), линейкой - длину базисов. Вычислите по ним соответственно расстояния CA и SC и проверьте результат прямым измерением по рисункам.

2. Измерьте на рисунке 33 транспортиром углы p и ϱ. Определите по полученным данным отношение диаметров изображенных тел.

3. Определите периоды обращения искусственных спутников, движущихся по эллиптическим орбитам, изображенным на рисунке 34, измерив их большие оси линейкой и приняв радиус Земли равным 6 370 км.

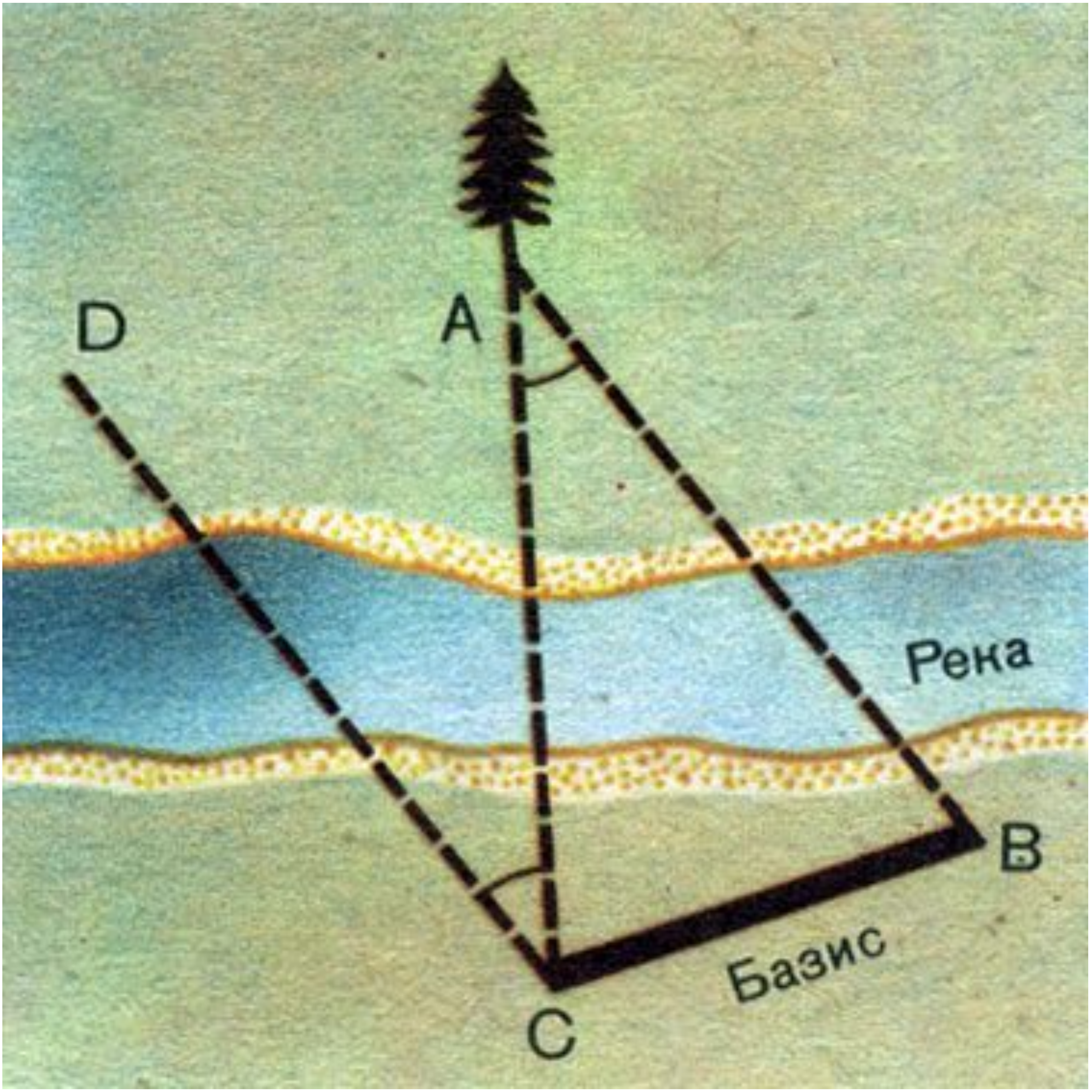
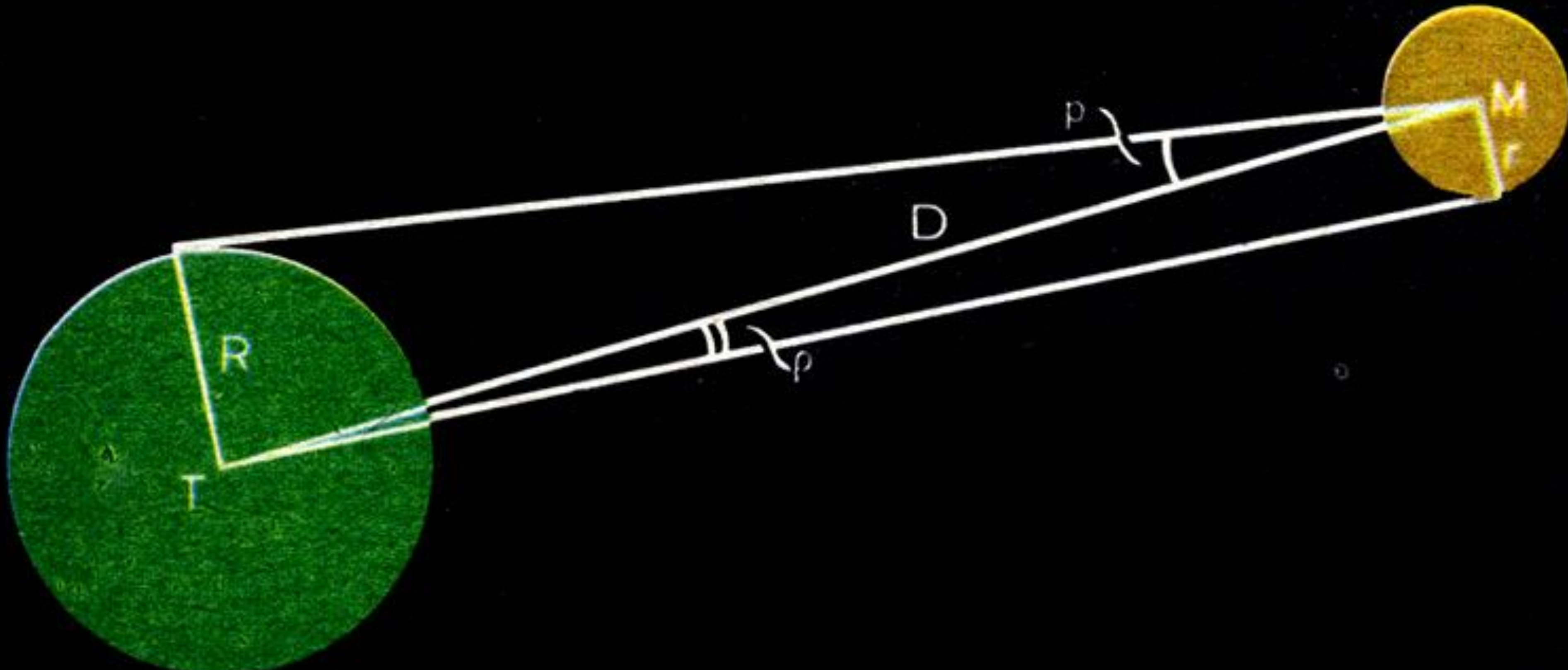


Рис. 31. Измерение расстояния до недоступного предмета по параллактическому смещению

Рис. 33. Определение линейных размеров небесных светил по их угловым размерам



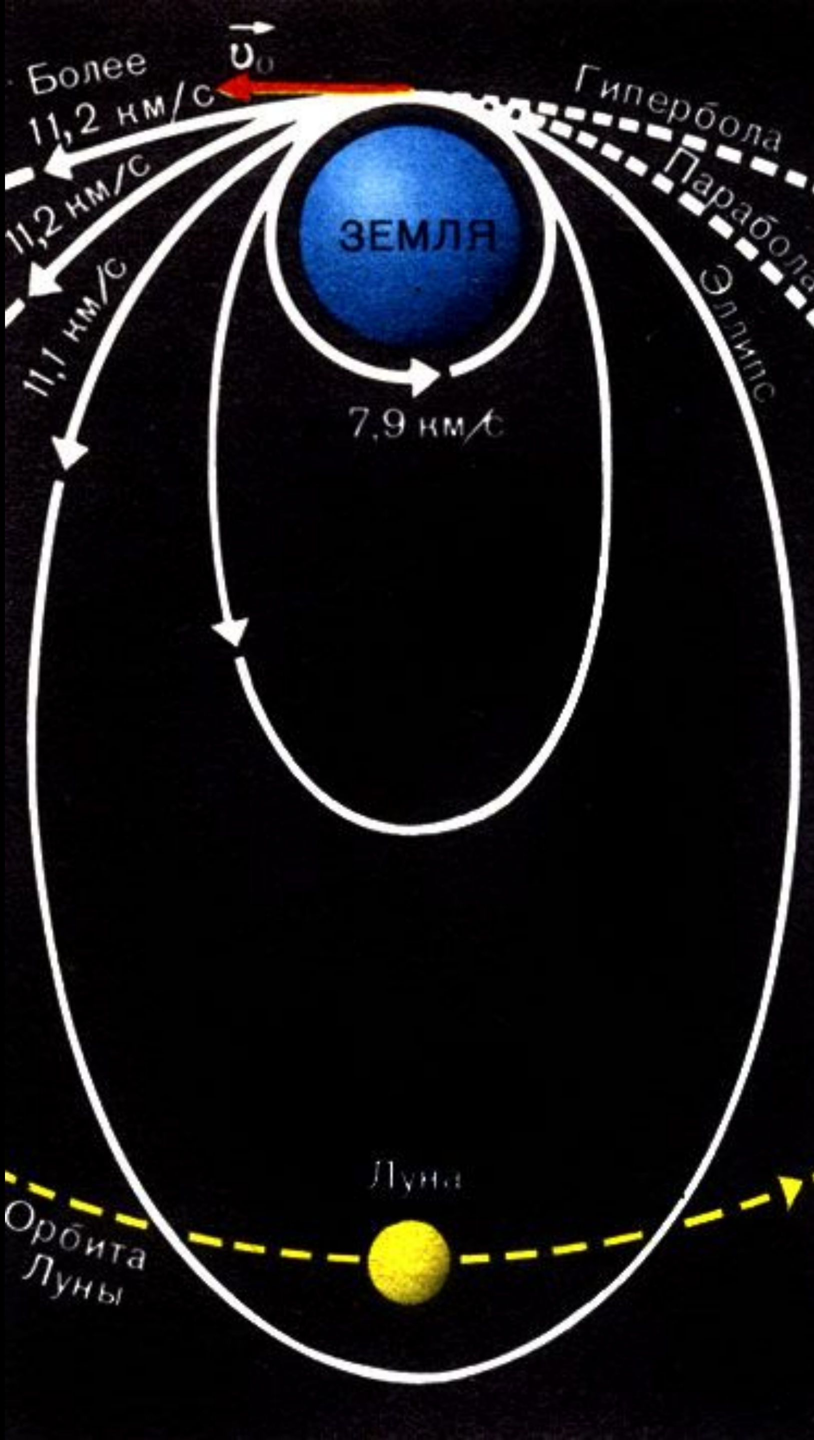


Рис. 34. Зависимость формы орбиты от начальной скорости объекта

Информационные источники

1. http://12apr.su/books/item/f00/s00/z0000045/st011.shtml

2. Воронцов-Вельяминов Б.А. 'Астрономия: Учебное пособие для 10 класса средней школы' \\17-е изд., перераб. - Москва: Просвещение, 1987 - с.159.

3. http://12apr.su/books/item/f00/s00/z0000045/index.shtml

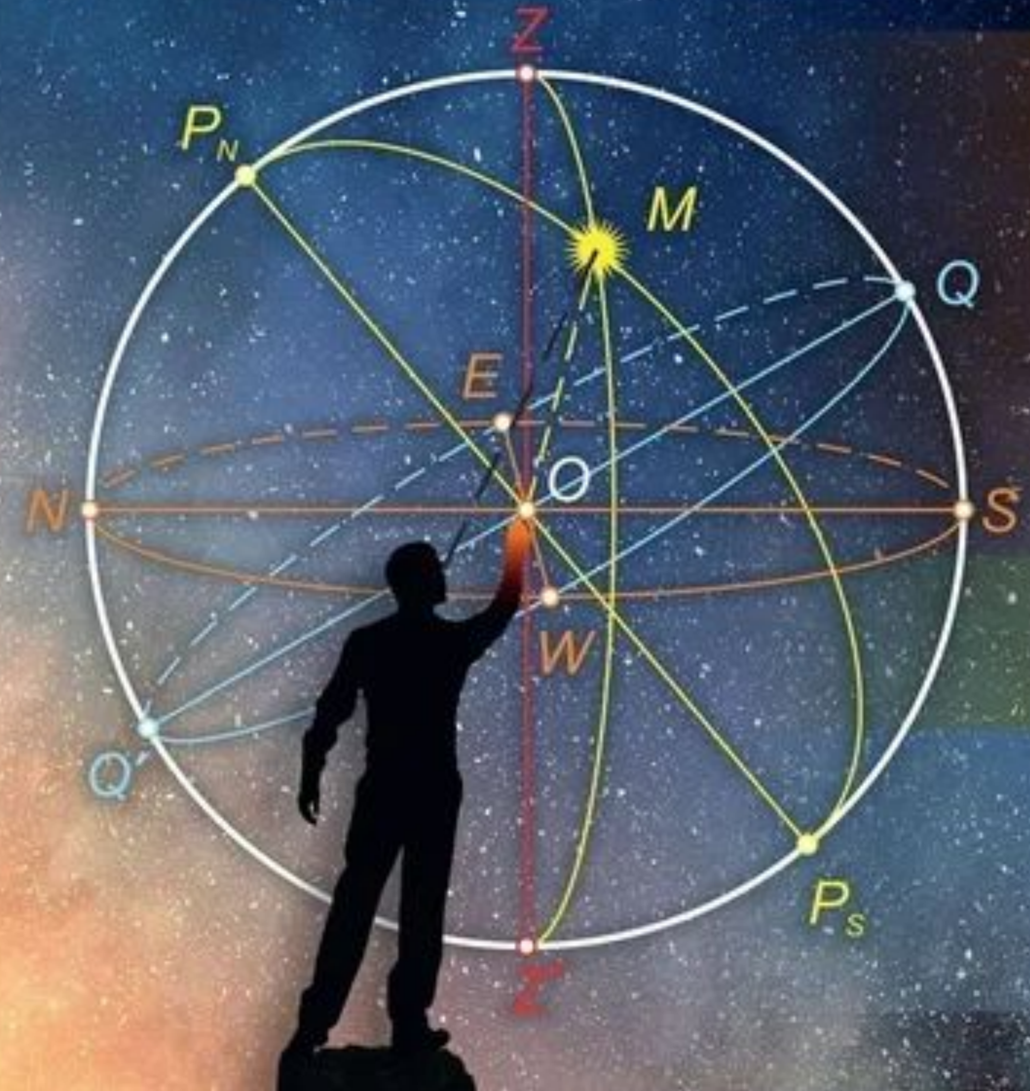
СТРОЕНИЕ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ
НЕПТУН
УРАН
САТУРН
Наяда
Таласса
Деспина
Галатея
Ларисса
Протей
Тритон
Нереида
Миранда
Ариэль
Умбриэль
Титания
Оберон
ЮПИТЕР
Мимас
Энцелад
Тефия
Калипсо
Титан
Гиперион
Феба
Главный астероидный пояс
МАРС
ЗЕМЛЯ
Фобос
Деймос
Ио
Европа
Ганимед
Каллисто
ВЕНЕРА
Луна
МЕРКУРИЙ
СОЛНЦЕ
Солнечная система – планетарная система, включающая в себя Солнце (центральную звезду) и все естественные объекты, обращающиеся вокруг него; значительная часть массы объектов Солнечной системы приходится на Солнце, остальная часть содержится в восьми планетах и их спутниках.


НЕБЕСНЫЕ ТЕЛА СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ
ПЛАНЕТЫ ЗЕМНОЙ ГРУППЫ
МЕРКУРИЙ
ВЕНЕРА
ЗЕМЛЯ
МАРС
КАРЛИКОВЫЕ ПЛАНЕТЫ
ПЛУТОН
ЦЕРЕРА
МАКЕМАКЕ
ЭРИДА
ХАУМЕА
АСТЕРОИДЫ
ЦЕРЕРА
ПАЛЛАДА
ЮНОНА
ВЕСТА
КОМЕТЫ
КОМЕТА ХЕЙЛА-БОППА
КОМЕТА ГАЛЛЕЯ
НЕПТУН
УРАН
ПЛАНЕТЫ-ГИГАНТЫ
САТУРН
ЮПИТЕР
МЕТЕОРОИДЫ
МЕТЕОРЫ
БОЛИДЫ
МЕТЕОРИТЫ
СОЛНЦЕ
– единственная звезда Солнечной системы,
вокруг которой обращаются другие тела.

ПЛАНЕТЫ ЗЕМНОЙ ГРУППЫ

	МЕРКУРИЙ	ВЕНЕРА	ЗЕМЛЯ	МАРС
Среднее расстояние до Солнца (а. е.)	0,4	0,7	1,0	1,5
Звёздный период обращения (годы)	0,24	0,62	1,00	1,88
Синодический период обращения (сутки)	116	584	—	780
Период обращения вокруг оси	59 сут.	243 сут.	23 ч 56 мин	24 ч 37 мин
Наклон орбиты к орбите Земли	7°	3°23′	—	1°51′
Радиус (в радиусах Земли)	0,38	0,95	1,0	0,53
Масса (в массах Земли)	0,055	0,815	1,0	0,107
Средняя плотность ($кг/м^3$)	5430	5240	5515	3940
Атмосфера	практически отсутствует	CO_2, N_2	N_2, O_2	CO_2, N_2

ОСНОВНЫЕ ТОЧКИ, ЛИНИИ И КРУГИ НЕБЕСНОЙ СФЕРЫ



Точки небесной сферы:

- *O* – центр небесной сферы (место нахождения наблюдателя);
- *N* – точка севера;
- *S* – точка юга;
- *E* – точка востока;
- *W* – точка запада;
- P_N – северный полюс мира;
- P_S – южный полюс мира;
- *Q* – верхняя точка небесного экватора;
- *Q´* – нижняя точка небесного экватора;
- *Z* – зенит;
- *Z´* – надир;
- *M* – светило на небесной сфере.

Линии небесной сферы:

- *NS* – полуденная линия;
- $P_N P_S$ – ось мира;
- *ZZ´* – вертикальная (отвесная) линия.

Круги небесной сферы:

- $P_N ZP_S Z'$ – небесный меридиан;
- $P_N MP_S$ – круг склонения (часовой круг светила);
- *QEQ´W* – небесный экватор;
- *ZMZ´* – вертикал светила (круг высоты);
- *NWSE* – истинный горизонт.


Спасибо
за внимание!