

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ДРОБИ

8 класс алгебра

Значение обыкновенной дроби не изменится, если ее числитель и знаменатель одновременно умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число.

Пример 1:

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$$

(числитель и знаменатель мы одновременно умножили на одно и то же число 4, значение дроби не изменилось);

Пример 2:

$$\frac{22}{33} = \frac{2}{3}$$

(числитель и знаменатель мы одновременно разделили на одно и то же число 11, значение дроби не изменилось).



Над **алгебраическими дробями** можно осуществлять преобразования аналогичные тем, которые указали для обыкновенной дроби.

Основное свойство алгебраической дроби:

1. И числитель и знаменатель алгебраической дроби можно **умножить на один и тот же многочлен, на одно и тоже, отличное от нуля число (тождественное преобразование алгебраической дроби).**

2. И числитель и знаменатель алгебраической дроби можно **разделить на один и тот же многочлен, на одно и тоже, отличное от нуля число (тождественное преобразование алгебраической дроби – **сокращение алгебраической дроби**).**

Внимание!

**Следствие из основного свойства дроби
(изменение знаков у числителя и знаменателя)**

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b};$$

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b};$$

$$\frac{-a}{a+b} = -\frac{a}{a+b};$$

$$\frac{a}{b-a} = -\frac{a}{a-b};$$

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{-(b-a)}{c-d} = -\frac{b-a}{c-d};$$

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{(a-b)}{-(d-c)} = -\frac{a-b}{d-c}.$$

$$(a-b)^2 = (b-a)^2;$$

УСТНО:

1) Сократить дроби:

$$\frac{10}{15}; \frac{13}{52}; \frac{16}{64}; \frac{75}{100}; \frac{36}{30}; \frac{12}{10};$$

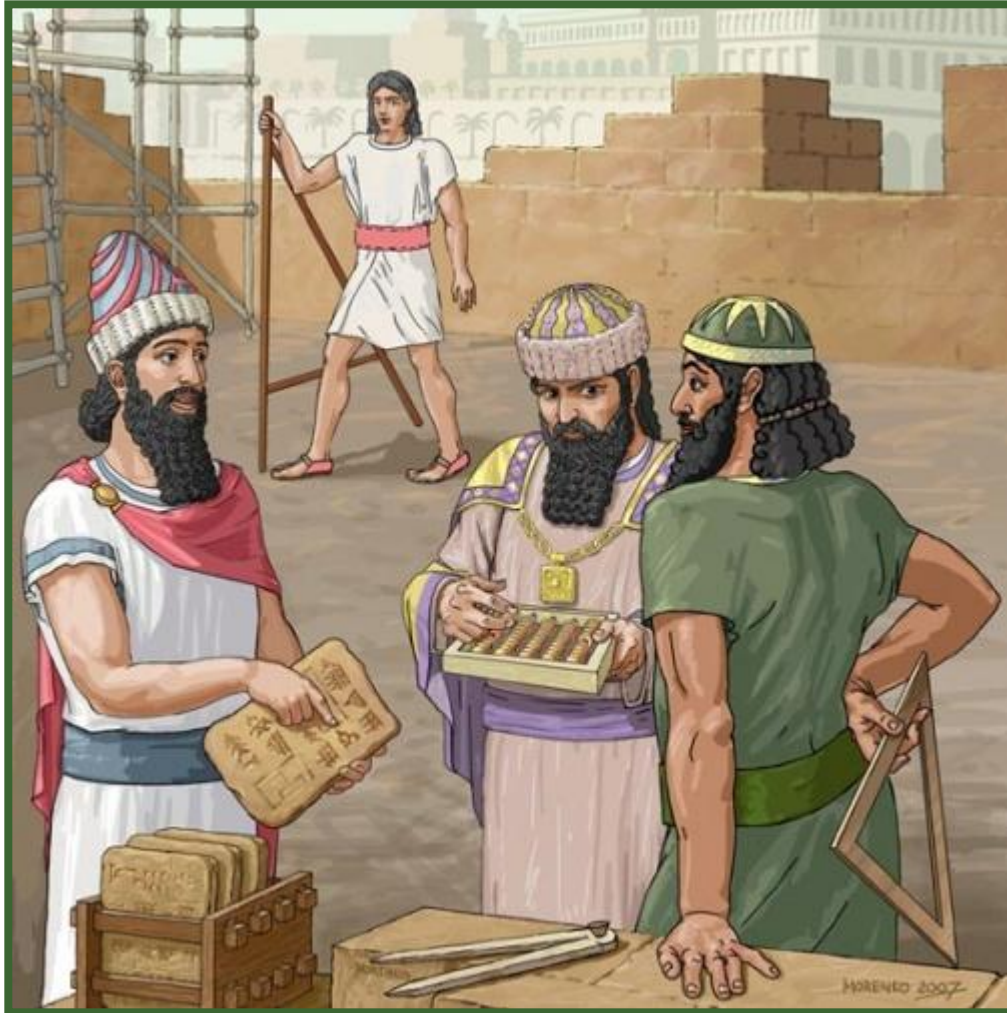
$$\frac{81}{3}; \frac{35}{7}; \frac{21}{14}; \frac{8}{56}; \frac{17}{51}; \frac{57}{19};$$

2) Перевести дроби из обыкновенных в десятичные:

$$\frac{48}{30}; \frac{14}{10}; \frac{81}{2}; \frac{63}{7}; \frac{25}{125}; \frac{8}{64}; \frac{1}{4}; \frac{2}{5};$$

3) Перевести дроби из десятичных в обыкновенные:

0,2; 0,25; 0,6; 1,25; 0,75; 2,5; 3; 4,2.

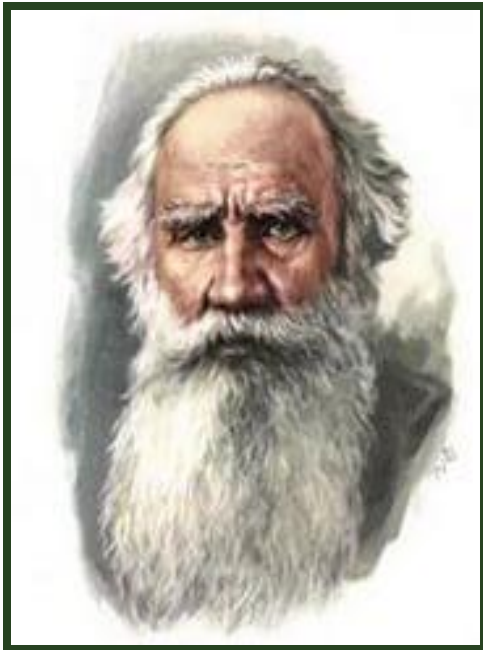


Математика всегда была неотъемлемой и существенной частью человеческой культуры, она является ключом к познанию окружающего мира, базой научно-технического прогресса и развития личности.

Сегодня можно с уверенностью сказать, что дроби – неотъемлемая часть нашей жизни.

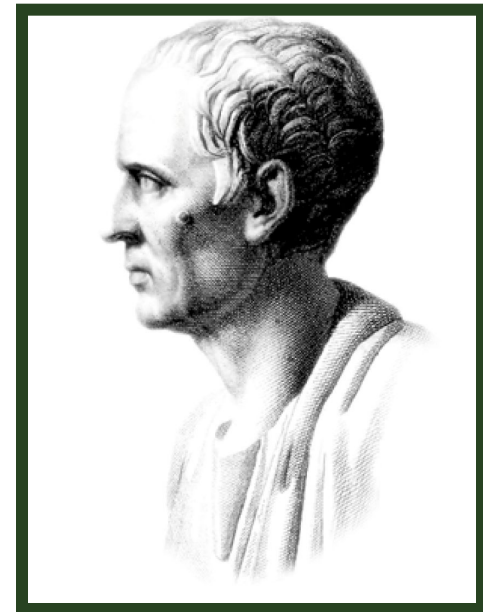
«Человек подобен дроби, числитель есть то, что он есть, а знаменатель – то, что он о себе думает. Чем больше знаменатель, тем меньше дробь.»

Лев Николаевич Толстой.



«Без знаний дробей никто не может признаваться знающим арифметику».

Марк Тулий Цицерон



Как используют основное свойство алгебраической дроби?

Пример 1:

Преобразовать данные дроби так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{2a}{3} \text{ и } \frac{3b}{5} \quad \text{Решение:}$$

Для этого найдем **дополнительные множители** для каждой дроби. Это числа **5** и **3**.

$$\frac{2a}{3} = \frac{2a \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10a}{15}; \quad 5 - \text{дополнительный множитель}$$

$$\frac{3b}{5} = \frac{3b \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9b}{15}; \quad 3 - \text{дополнительный множитель}$$

Пример 2:

Преобразовать данные дроби так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{a}{4b^2} \text{ и } \frac{a^2}{6b^3} \quad \text{Решение:}$$

Для этого найдем **дополнительные множители** для каждой дроби. Это числа **3b** и **2**.

$$\frac{a}{4b^2} = \frac{a \cdot 3b}{4b^2 \cdot 3b} = \frac{3ab}{12b^3};$$

3b – дополнительный множитель

$$\frac{a}{6b^3} = \frac{a \cdot 2}{6b^3 \cdot 2} = \frac{2a}{12b^3};$$

2 – дополнительный множитель



Пример3:

Преобразовать данные дроби так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{x}{x+y} \text{ и } \frac{x}{x-y} \quad \text{Решение:}$$

Для этого найдем **дополнительные множители** для каждой дроби. Это многочлены - $(x - y)$ и $(x + y)$.

$$\frac{x}{x+y} = \frac{x \cdot (x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2}; \quad (x - y) - \text{дополнительный множитель}$$

$$\frac{x}{x-y} = \frac{x \cdot (x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}; \quad (x + y) - \text{дополнительный множитель}$$

Пример 4:

Преобразуйте заданные тройки алгебраических выражений так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{x+1}{2x-2} = \frac{x+1}{2(x-1)} = \frac{(x+1)(x+1)}{2(x-1)(x+1)};$$

$$\frac{x^2}{2x^2-2} = \frac{x^2}{2(x^2-1)} = \frac{x^2}{2(x-1)(x+1)};$$

$$\frac{2x+3}{x+1} = \frac{2(2x+3)(x-1)}{2(x+1)(x-1)};$$

Пример 5:

Преобразуйте заданные тройки алгебраических выражений так, чтобы получились дроби с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{1}{2-y} = -\frac{1}{y-2} = -\frac{2y(y+2)}{(y-2)(y+2) \cdot 2y};$$

$$\frac{1}{2+y} = \frac{2y(y-2)}{2y(y-2)(y+2)};$$

$$\frac{y^2+4}{2y^3-8y} = \frac{y^2+4}{2y(y^2-4)} = \frac{y^2+4}{2y(y-2)(y+2)}.$$

Сократите данные дроби:

$$a) \frac{12a^4b^2x}{18a^2b^2y} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}} \cdot 2 \cdot \overset{1}{\cancel{a^2}} \cdot a^2 \cdot \overset{1}{\cancel{b^2}} \cdot x}{\underset{1}{\cancel{6}} \cdot 3 \cdot \underset{1}{\cancel{a^2}} \cdot \underset{1}{\cancel{b^2}} \cdot y} = \frac{2a^2x}{3y};$$

$$б) \frac{3x^2y + 6x^2y^2}{3x^3y + 12x^2y^2} = \frac{\overset{1}{\cancel{3x^2}}y(1 + 2y)}{\underset{1}{\cancel{3x^2}}y(x + 4y)} = \frac{(1 + 2y)}{(x + 4y)}.$$

Сократите дробь:

$$в) \frac{4a^3x - 4ax^3}{6a^3x - 12a^2x^2 + 6ax^3} =$$

$$= \frac{4ax(a^2 - x^2)}{6ax(a^2 - 2ax + x^2)} =$$

$$= \frac{4ax(a-x)(a+x)}{6ax(a-x)^2} =$$

$$= \frac{\cancel{2}^1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{ax}^1 (a-x)(a+x)}{\cancel{2}^1 \cdot 3 \cdot \cancel{ax}^1 (a-x)^2} = \frac{2(a+x)}{3(a-x)}.$$

Ответить на вопросы:

- Назовите **основное свойство** алгебраической дроби;
- Как изменяются знаки у числителя и знаменателя алгебраической дроби (**следствие из основного свойства дроби**)?



Самостоятельная работа

1 вариант	2 вариант
$\frac{15a^2b^3}{18a^3b}$	$\frac{15x^5y^7}{25x^6y^6}$
$\frac{b^2 - 9}{b^2 + 3b}$	$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$
$\frac{48p^3q^4}{36p^2q^4}$	$\frac{42x^3y^3}{28x^2y^4}$
$\frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 - 16}$	$\frac{a^2 - 25}{a^2 - 10a + 25}$



Домашнее задание:
Решить в тетради: № 2.20, 2.35