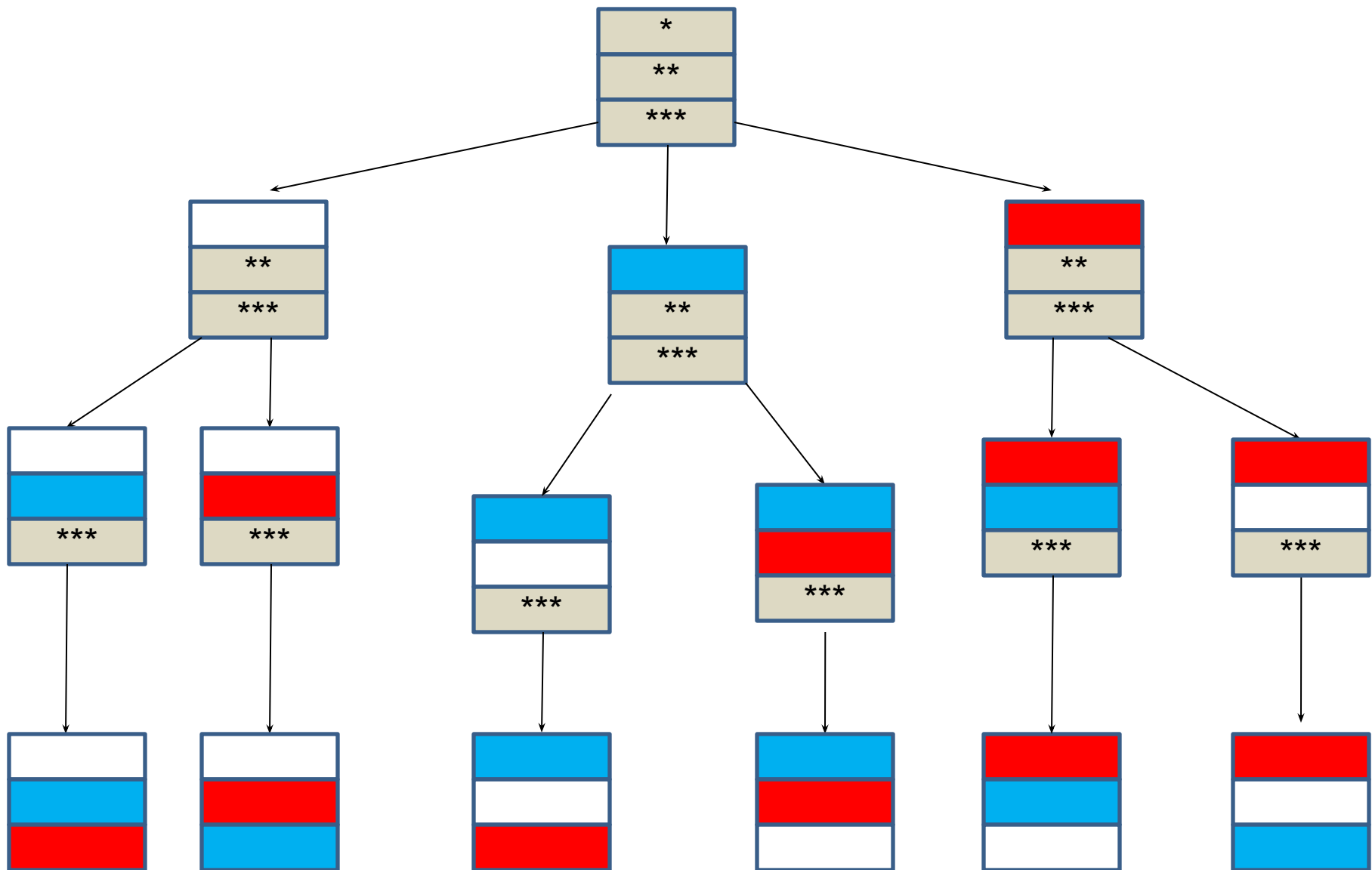


Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других, флаг?



ФЛАГ
РОССИИ

ЮГОСЛАВИЯ

НИДЕРЛАНДЫ

Комбинаторика. Комбинаторные

Комбинаторика — это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.



Области применения комбинаторики:

- учебные заведения (*составление расписаний*)
- сфера общественного питания (*составление меню*)
 - биология (*расшифровка кода ДНК*)
- химия (*анализ возможных связей между химическими элементами*)
- экономика (*анализ вариантов купли-продажи акций*)
 - азартные игры (*подсчёт частоты выигрышей*)
- доставка почты (*рассмотрение вариантов пересылки*)
 - спортивные соревнования (*расчёт количества игр между участниками*)

Перестановка - упорядоченный набор объектов

Перестановкой из n элементов называют каждое расположение этих элементов в определенном порядке

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-(n-1))$$

$$P_n = n!$$

Читается: « **P из n** » равно « **n факториал**»

По определению: **$0! = 1$ и $1! = 1$**

Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других, флаг?

Решени

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ответ:

6

Устный счет

- Выбрать правильный ответ:

$2! =$

6

$3! =$

24

$4! =$

2

$5! =$

720

$6! =$

120

Вычислить:

$$\frac{5!}{0!} = 120$$

$$\frac{10!}{8!} = 90$$

$$\frac{100!}{99!} = 100$$

$$\frac{11!}{8!} = 990$$

Задача

№2

Сколько существует анаграмм для слова КАТЕР (стр. 67)?

Решени

е:

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Ответ:

120

Задача

№3

«10 выпускников пришли в кафе отпраздновать окончание школы, но не могли решить, как сесть, т.е. в каком порядке. На выручку пришёл официант, который предложил сесть сегодня, как придётся, а на другой день сесть по - другому и так до тех пор, пока не наступит такой день, когда они сядут как в первый раз. Тогда их официант обещал угостить бесплатным обедом. Как вы думаете, долго ли друзьям ждать бесплатного обеда?»

Решение:

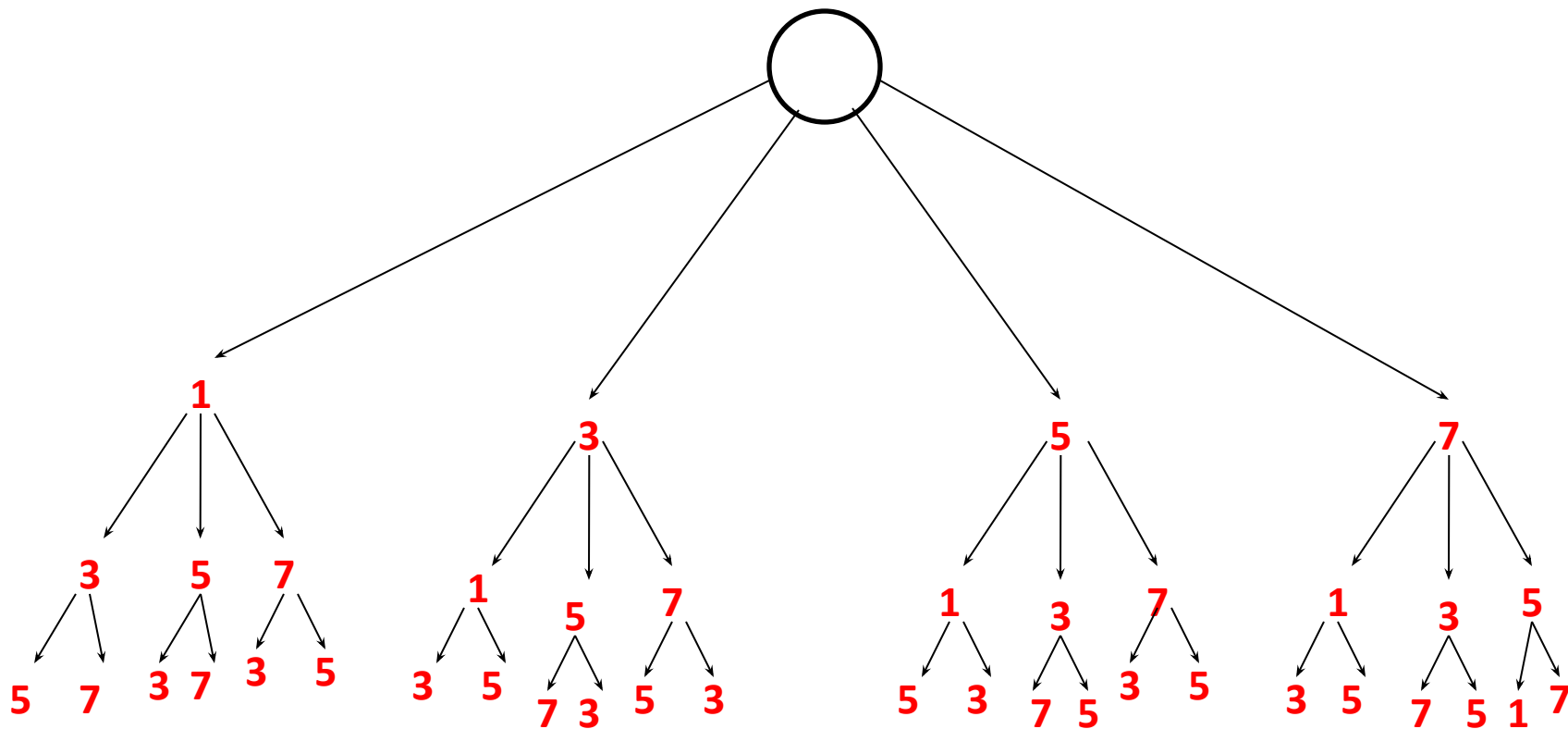
$$10! = 3\ 628\ 800$$

Учитывая, что в году 365 дней, то это почти 9942 года.

Ответ: около 10 000 лет.

Задача №4

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?



**Решение с помощью
дерева возможных вариантов.**

Решение с помощью перебора вариантов

1	3	5
1	3	7
1	5	3
1	5	7
1	7	3
1	7	5
3	1	5
3	1	7
3	5	1
3	5	7
3	7	1
3	7	5

|

5	1	3
5	1	7
5	3	1
5	3	7
5	7	1
5	7	3
7	1	3
7	1	5
7	3	1
7	3	5
7	5	1
7	5	3

Размещением из n элементов по k ($k \leq n$) называется любое множество, состоящее из k элементов, взятых в определенном порядке из данных n элементов.

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-(k-1))$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Читается: «А из n по k »

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

Решение

е:

$$A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1!} = 24$$

Ответ:

24

Задача

№5 Сколько имеется слов длиной 3 с неповторяющимися буквами в алфавите из 6 букв (в.4, стр. 67)?

Решени

е:

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

Ответ:

120

Задача

Студенты 1^{№6} курса изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

Решение:

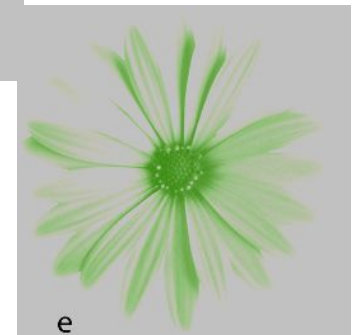
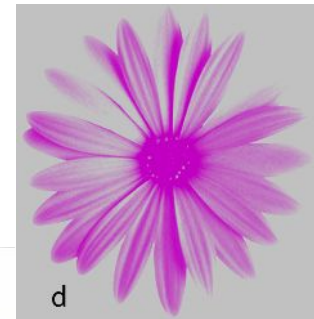
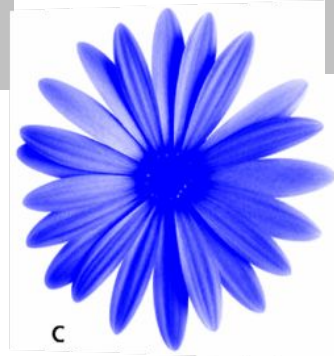
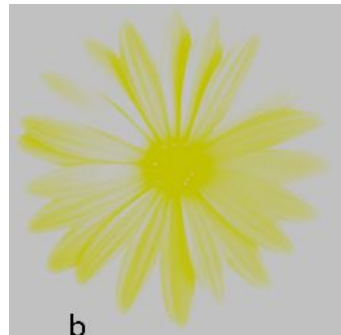
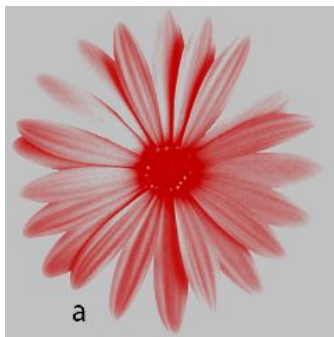
$$e: A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 5040$$

Ответ:

5040

Задача №7

Имеется 5 цветков разного цвета.
Обозначим их буквами а, b, с, d, е.
Требуется составить букет из трех
цветков.



Если в букет входит **красный**
цветок «**a**», то можно составить
такие букеты: abc, abd, abe, acd,
ace, ade

Если в букет не входит красный
цветок «а», а входит **желтый** цветок
«**b**», то можно получить такие букеты:
bcd, bce, bde

Наконец, если в букет не входит ни **красный** цветок «**a**», ни **желтый** цветок «**b**», то можно составить букет: **cde**

Сочетанием из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Читается: « **C из n по k** »

Имеется 5 цветков разного цвета. Обозначим их буквами а, в, с, d, е. Требуется составить букет из трех цветков.

Решение:

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

Ответ:

10

Задача №8

В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

Решение:

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot (8-3)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$$

Ответ:

56

Задача №

Из 18-ти ⁹ студентов группы надо выбрать двух дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Решение:

$$C_{18}^2 = \frac{18!}{2! \cdot (18-2)!} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16!}{2 \cdot 1 \cdot 16!} = 153$$

Ответ:

153

Комбинаторные конструкции

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

1 группа

Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?

2 группа

Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

3 группа

В группе 7 студентов успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в олимпиаде по предмету?

4 группа

Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

ОТВЕТЫ:

1 группа

$$C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

3 группа

$$C_7^2 = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$$

2 группа

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

4 группа

$$A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60$$

Домашнее

задание:
10 задач из егэ на правила сложения и умножения

Дополнительно:

В группе учатся 12 мальчиков и 10 девочек. Для уборки территории нужно выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

Подведем итоги

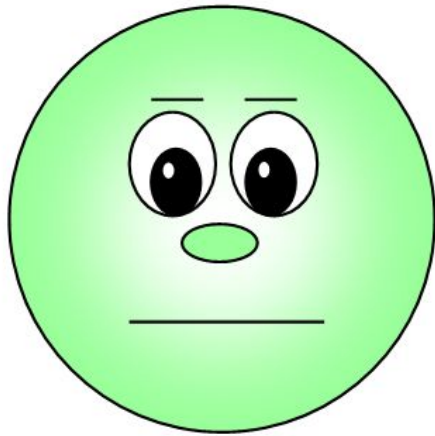
Узнали:

✓ простейшие комбинаторные конструкции, формулы для нахождения простейших комбинаций (перестановок, размещений и сочетаний).

Научились:

- ✓ различать простейшие комбинаторные конструкции;
- ✓ вычислять количество перестановок, размещений и сочетаний;
- ✓ решать простейшие комбинаторные задачи.

Выберите смайлик, который соответствует Вашему настроению в конце урока



Мне не все
удалось,
придется дома
подольше
посидеть...



Мне всё удалось!



Мне было очень
трудно. Я ничего
не понял.

Спасибо за урок!