

Семинар 5. «Магнитное поле токов»



Часть II. Электричество и магнетизм

Семинар № 5

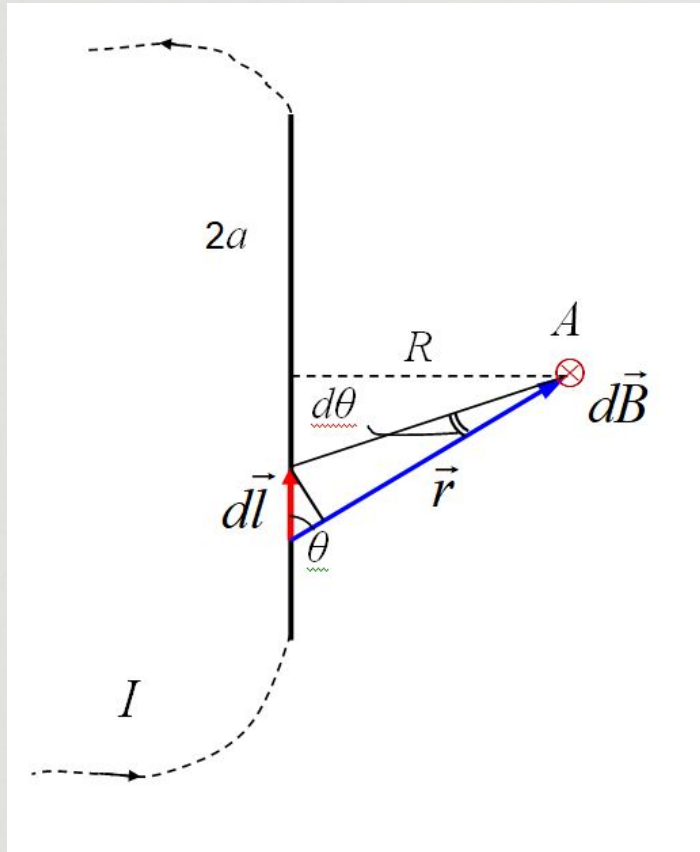
Тема: «Магнитное поле токов. Взаимодействие проводников с токами»

План семинара

1. *Закон Био-Савара-Лапласа.* Решить задачи: 10.1 (+10.2 кратко); 10.3.
2. *Применение теоремы о циркуляции.* Решить задачи: 10.4; (10.5).
3. *Расчёт силы Ампера.* Решить задачи: 11.8.

На дом: 10.5 (если не решали; разобрана); 10.6; 10.7; 10.10; 10.12; 10.14; факультативно 11.1 (разобрана).

Задача 10.1. По прямолинейному участку проводника длины $2a = 20$ см протекает ток силы $I = 10$ А. Точка A лежит на расстоянии $R = 4$ см от этого участка на перпендикуляре, проходящем через его середину. Найти магнитную индукцию \vec{B} в точке A , которая создается данным участком проводника.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}; \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \theta}{r^2}$$

$$r = \frac{R}{\sin \theta}, \quad dl = \frac{rd\theta}{\sin \theta} = \frac{Rd\theta}{\sin^2 \theta}$$

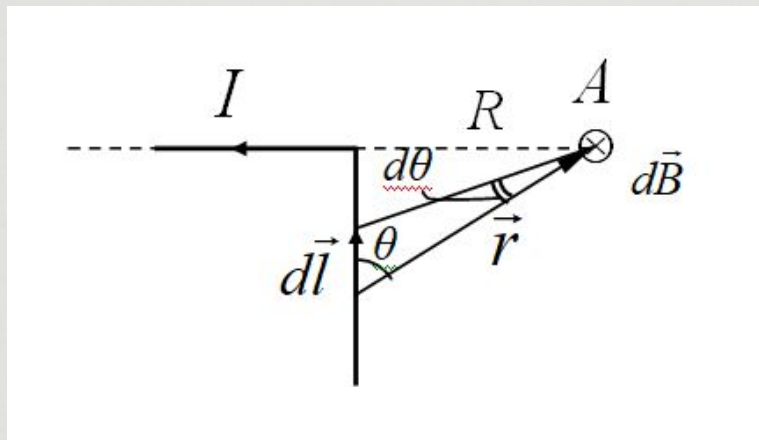
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \theta}{R} d\theta$$

$$\cos \theta_0 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi R} \frac{I}{\sqrt{1 + (R/a)^2}}$$

$$l = 2a \rightarrow \infty \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Задача 10.2. Длинный проводник с током силой I изогнут под прямым углом. Найти магнитную индукцию в точке A , находящейся на расстоянии R от точки изгиба на продолжении одного из перпендикулярных участков (см. рис.) проводника.

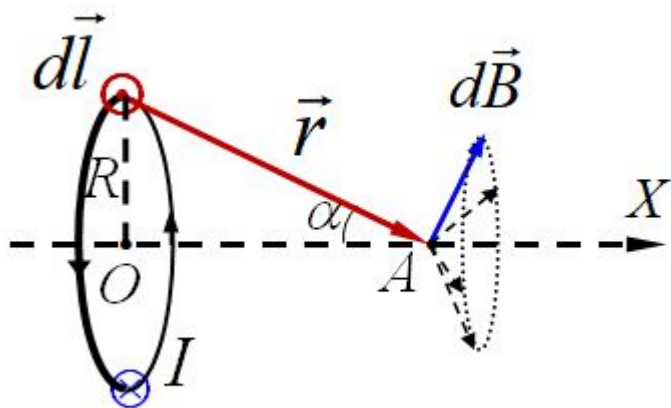


Пределы:

$$\dots < \theta < \dots$$



Задача 10.3. По круговому витку из тонкого провода радиуса $R = 5$ см циркулирует ток силой $I = 10$ А. Найти магнитную индукцию на оси витка на расстоянии $x = 10$ см от его центра.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \theta}{r^2}$$

$\theta = \dots ?$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

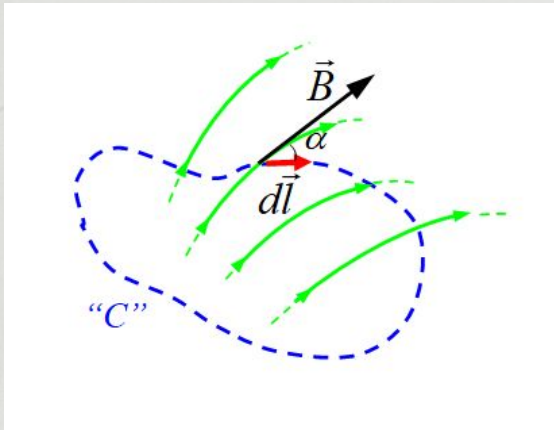
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{p}_m}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Применение теоремы о циркуляции для расчёта индукции магнитного поля

Сначала немного теории:

- (Опр.)** Циркуляцией вектора (например, \vec{B}) по замкнутому контуру C называется криволинейный интеграл вида:

$$\oint_C (\vec{B}, d\vec{l})$$



- Циркуляция вектора индукции магнитостатического поля по любому замкнутому контуру C в вакууме пропорциональна алгебраической сумме сил токов, пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\oint_C B_l dl = \mu_0 \sum_i I_i$$

или

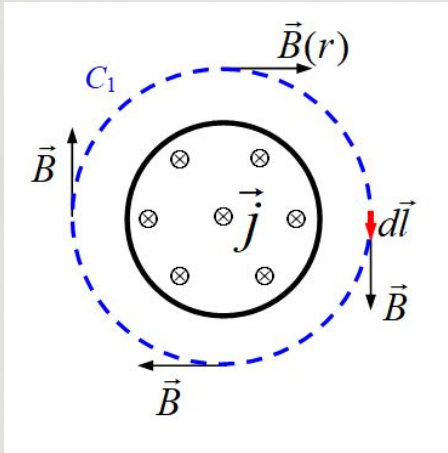
$$\mu_0 \int_{\Sigma} (\vec{j}, d\vec{S})$$

Задача 10.4. По длинному прямому цилиндрическому проводу радиуса R течёт постоянный ток. Плотность тока распределена равномерно по сечению проводника и равна j . Найти зависимость индукции магнитного поля как внутри, так и вне этого проводника.

1. Рисунок!

2. “Структура поля”

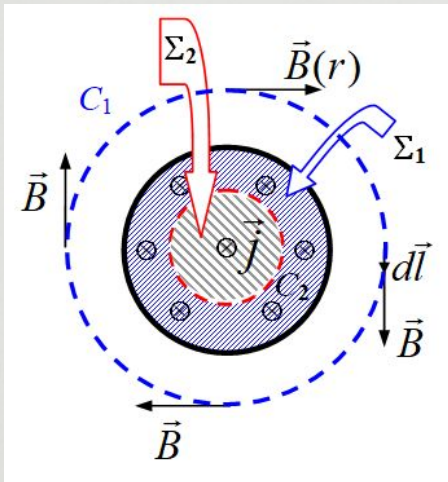
3. Выбор контура



4. Вычислим циркуляцию:

$$\oint_{"C"} (\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_{"C"} B(r) dl = B(r) \oint_{"C"} dl = B(r) \cdot 2\pi r$$

5. Вычислим силу тока:

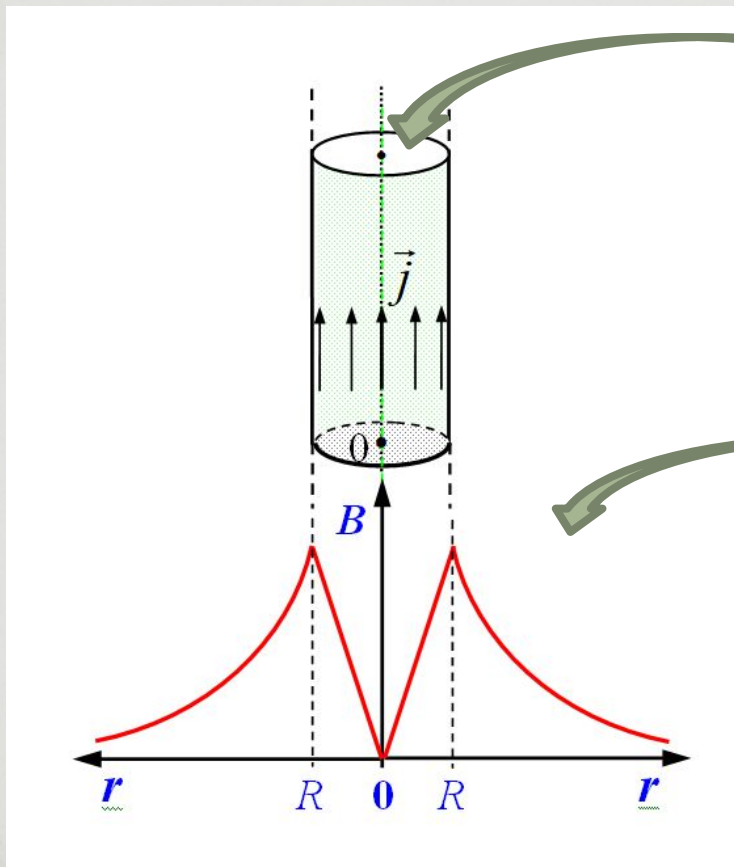


$$\int_{\Sigma} j_n dS = \begin{cases} j \cdot \pi R^2 - \text{для поля вне проводника, } C_1 \\ j \cdot \pi r^2 - \text{для поля внутри проводника, } C_2. \end{cases}$$

6. Теперь подставим:

$$B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot \begin{cases} j \cdot \pi R^2 - \text{для поля вне проводника, } C_1 \\ j \cdot \pi r^2 - \text{для поля внутри проводника, } C_2. \end{cases}$$

Результаты :



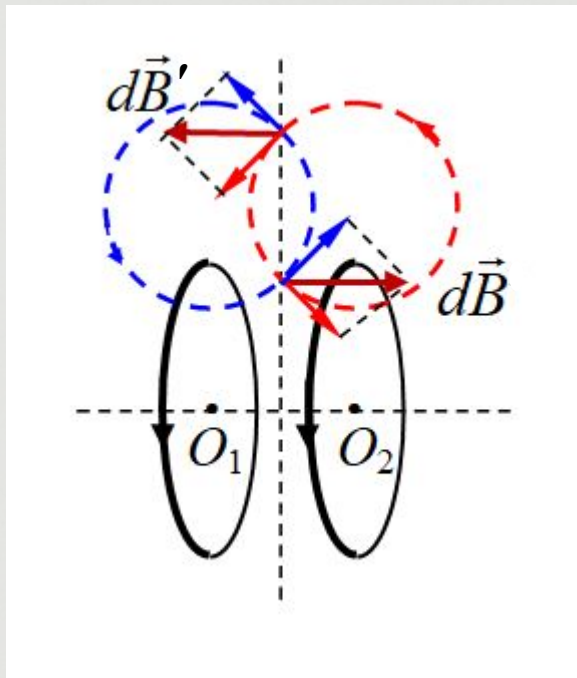
“Поле внутри”

$$B(r) = \frac{\mu_0 j}{2} r$$

“Поле вне”

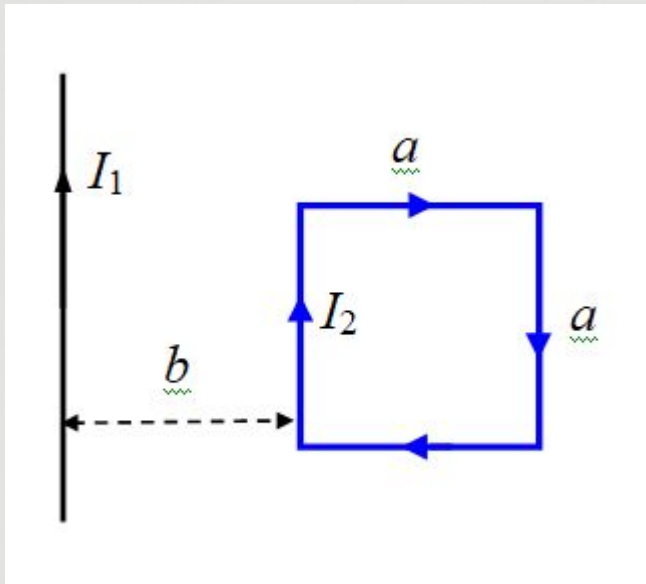
$$B^{(вне)}(r) = \frac{\mu_0 j R^2}{2} \frac{1}{r}$$

Задача 10.5. Однослойный соленоид имеет длину $l = 0,5$ м и число витков $N = 1000$. Найти индукцию магнитного поля в центре соленоида, если ток в обмотке равен $I = 1$ А.



3. Расчёт силы Ампера

Задача 11.8. Контур из провода, изогнутого в форме квадрата (см. рис.) со стороной $a = 0,5$ м, расположен в одной плоскости с очень длинным прямым проводом с током $I_1 = 6$ А так, что две его стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре $I_2 = 1$ А. Определить силу, действующую на контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии $b = 10$ см.



План семинара

1. *Закон Био-Савара-Лапласа.* Решить задачи: 10.1 (+10.2 кратко); 10.3.
2. *Применение теоремы о циркуляции.* Решить задачи: 10.4; (10.5).
3. *Расчёт силы Ампера.* Решить задачи: 11.8.

На дом: 10.5 (если не решали; разобрана); 10.6; 10.7; 10.10; 10.12; 10.14; факультативно 11.1 (разобрана).