

Лекция 8

Часть 2

Дополнительные возможности

Mathcad:

Панель «Исчисление».

Символьные вычисления.

Панель Calculus (Исчисления, Анализ, Математический анализ)

Инструменты панели могут использоваться как для числовых, так и для символьных вычислений.

Вычисление первой производной по x (?)

Вычисление N -й производной по x
(CTRL+?)

Вычисление суммы с заданием пределов
(CTRL+SHIFT+4)

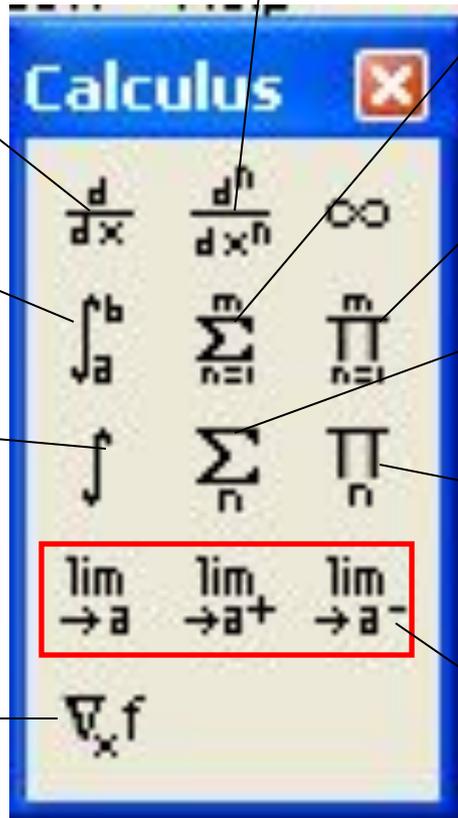
Вычисление определенного интеграла (&)

Вычисление произведения с заданием пределов
(CTRL+SHIFT+3)

Вычисление неопределенного интеграла (CTRL+I) в символьном виде

Вычисление суммы с заданием ранжированной переменной (\$)

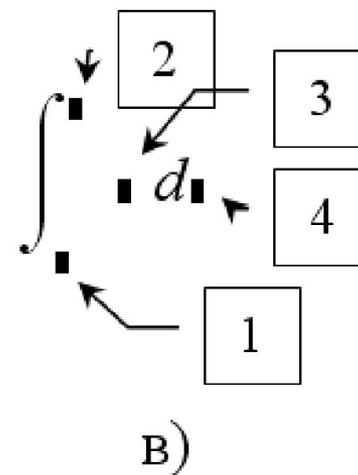
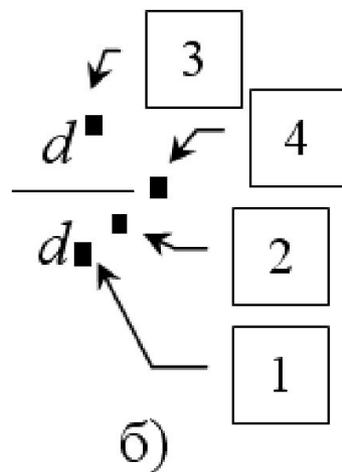
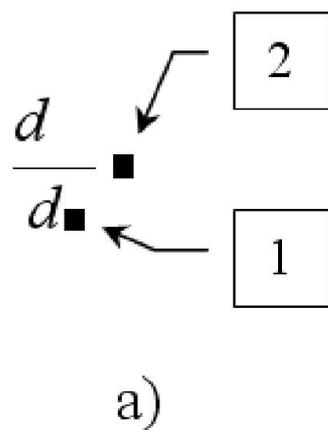
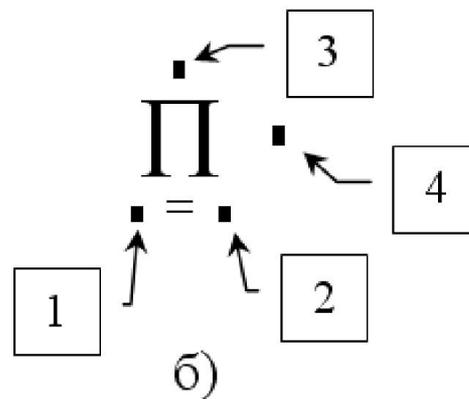
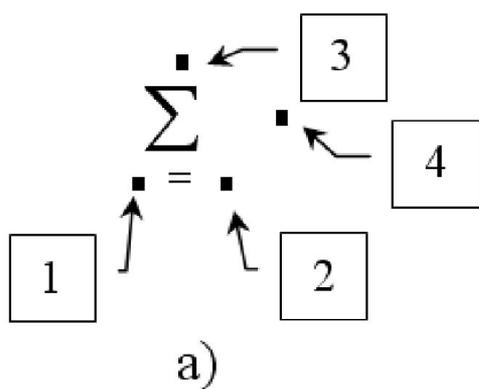
Вычисления градиента функции нескольких переменных (оператор набла)



Вычисление произведения с заданием ранжированной переменной (#)

Вычисление пределов в символьном виде (CTRL+L, CTRL+A, CTRL+B,)

Для вычисления сумм, произведений, производных ... надо использовать соответствующие шаблоны



Как вычислить сумму (произведение) строки, столбца, любой части матрицы?

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$y := \sum_{j=0}^2 A_{1,j} \quad y = 15$$

$$z := \sum_{i=2}^3 A_{i,1} \quad z = 10$$

n:=0..3

$$z1 := \sum_n A_{n,1} \quad z1 = 17$$

$$SA := \sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^2 A_{i,j} \quad SA = 39$$

$$P := \prod_{i=0}^3 A_{i,0} \quad P = 28$$

ORIGIN=0

Другие примеры вычисления сумм и произведений

$$\sum_{i=1}^5 \sin(i) = 0.176$$

$$\sum_{i=1}^{10} \sqrt{i} = 22.468$$

$$\prod_{i=1}^{100} i = 9.333 \cdot 10^{157}$$

Другие примеры вычисления сумм и произведений: определение пользовательских функций

$$S(n, m) := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{1}{1+i+j} \quad S(5,7) = 5.899$$

$$\text{Pr}(a, n, m) := \prod_{i=m}^n (i+a) \quad \text{Pr}(2,2,10) = 7.983 \cdot 10^7$$

Вычисление определенного интеграла

$$f(x) := \sqrt{x + 1}$$
$$\int_0^1 f(x) dx = 1.219$$

$$\int_0^1 \sqrt{1 + x^2} dx = 1.148$$

$$f(x, y) := \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{|x + y|}}$$

$$I(a, b) := \int_{0.1}^a \int_0^b f(x, y) dy dx \quad I(1, 5) = 19.626$$

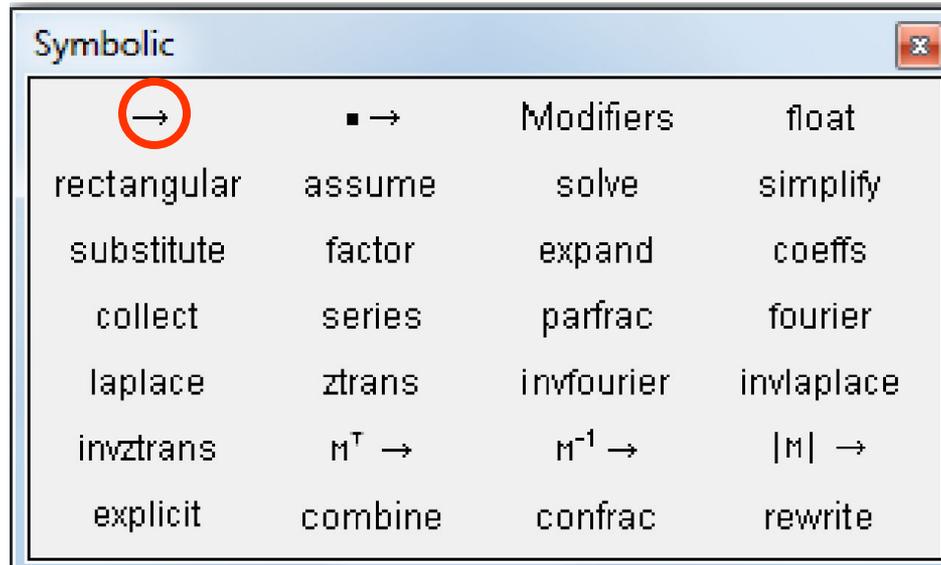
Вычисление значения производной

$$x := 0.2 \quad \frac{d}{dx} (x^2 + \sin(x)) = 1.38$$

Символьные вычисления: результат вычисления (преобразования) - формула

Оператор символьных вычислений: \rightarrow

Панель инструментов Символьная - Symbolic



CTRL+.

Символьные вычисления с помощью панели Calculus

$$\sum_{i=1}^n i^2 \rightarrow \frac{1}{3} \cdot (n+1)^3 - \frac{1}{2} \cdot (n+1)^2 + \frac{1}{6} \cdot n + \frac{1}{6} \quad \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} \rightarrow 0$$

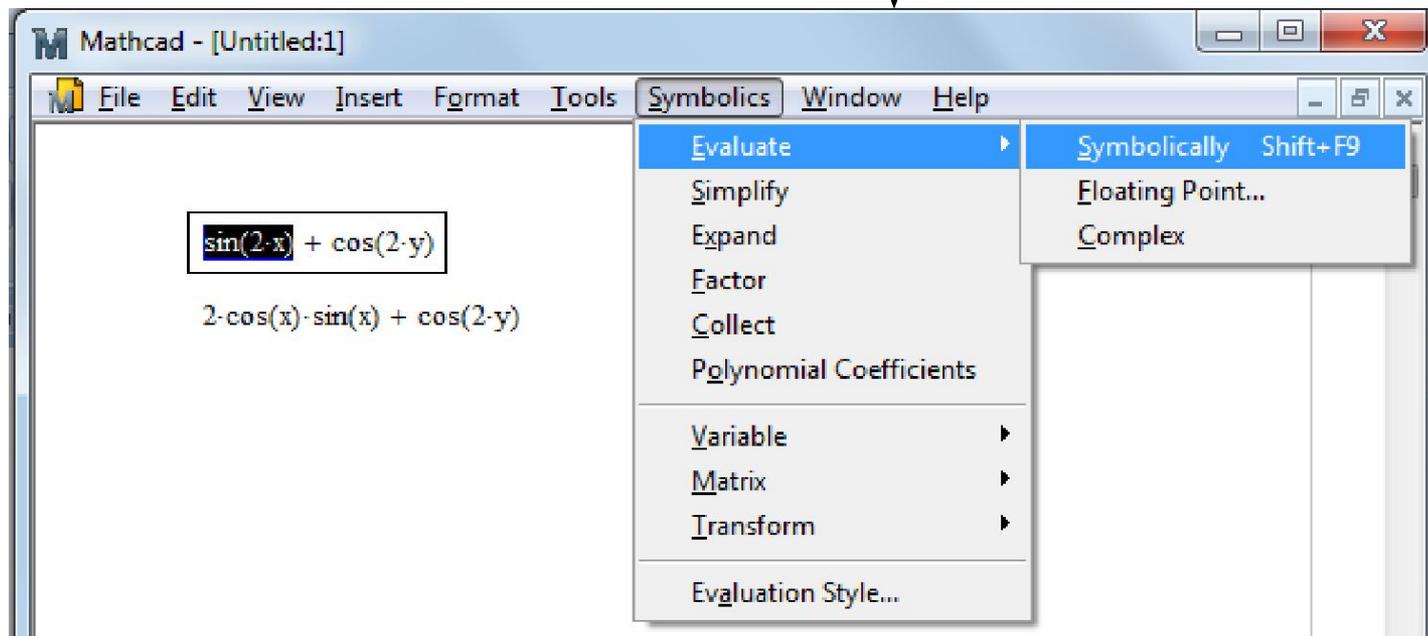
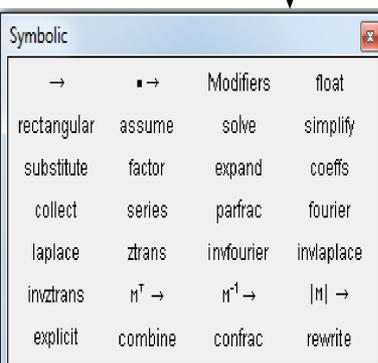
$$\frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(x) \quad \int \ln(x) dx \rightarrow x \cdot \ln(x) - x$$

$$\int_a^{\infty} \frac{1}{x^3} dx \rightarrow \frac{1}{2 \cdot a^2} \quad \int_a^b \frac{1}{x^3} dx \rightarrow \frac{-1}{2 \cdot b^2} + \frac{1}{2 \cdot a^2}$$

Основные инструменты Mathcad для Символьных вычислений

Панель инструментов
Symbolic

Пункт главного меню
Symbolics



Для записи формул можно использовать другие панели среды Mathcad (например Анализ)

Объект символьных вычислений

- Перед выполнением символьного вычисления (преобразования) надо выделить объект, над которым должно выполняться это преобразование.
- Таким объектом может быть:
 - Выражение.
 - Переменная.
 - Матрица.

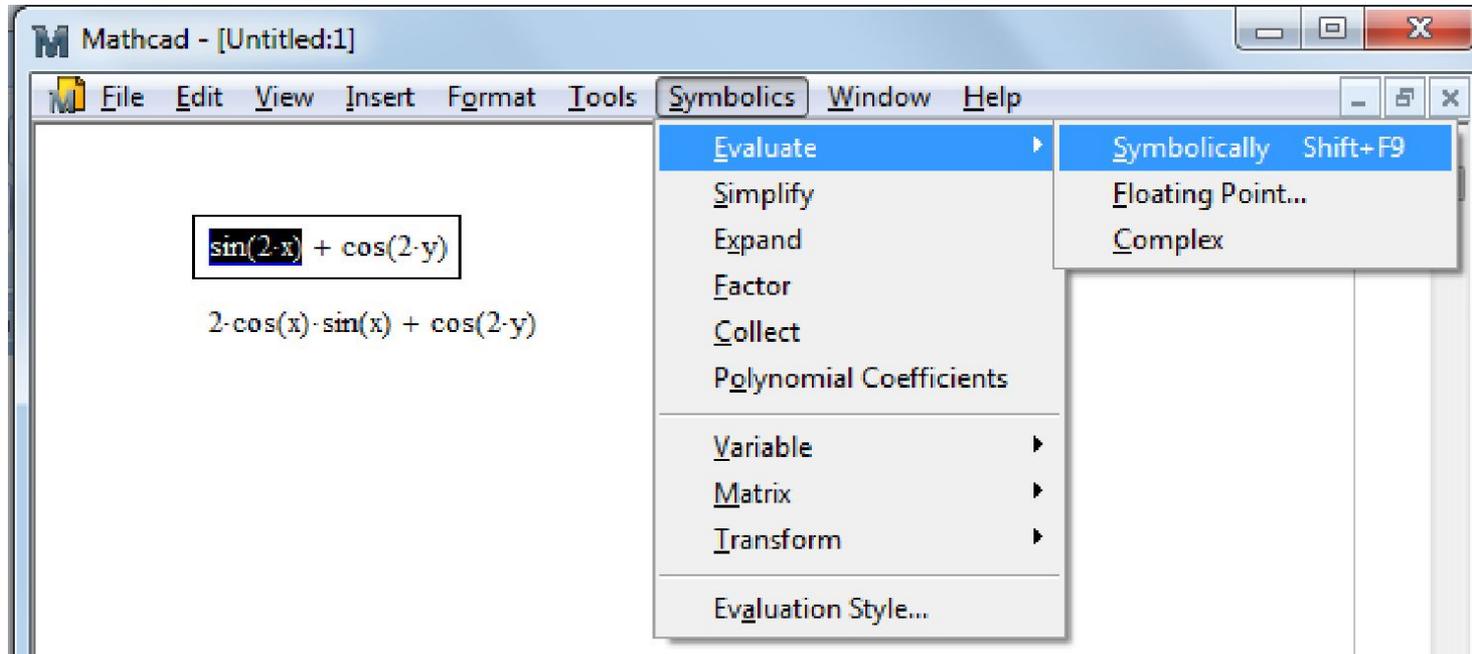
Символьные вычисления с выделенными выражениями

- *Evaluate (Вычислить)* – преобразовать выражение с выбором вида преобразования:
 - *Symbolically Evaluation* - выполнить символическое преобразование.
 - *Floating Point Evaluation* – выполнить арифметические операции с результатом в виде числа с плавающей точкой.
 - *Complex Evaluation* – выполнить вычисление в комплексном виде.
- – *Simplify (Упростить)* – упростить выделенное выражение (сокращение подобных слагаемых, приведение к общему знаменателю и т. п.
- – *Expand (Расширить)* – раскрыть выражение, например, скобки.

Символьные вычисления с выделенными выражениями

- *Factor* – разложить выражение по степеням на множители.
- *Collect* – собрать слагаемые, подобные выделенному выражению.
- *Polynomial Coefficients* – найти коэффициенты полинома по заданной переменной, приближающего выражение, в котором переменная использована.

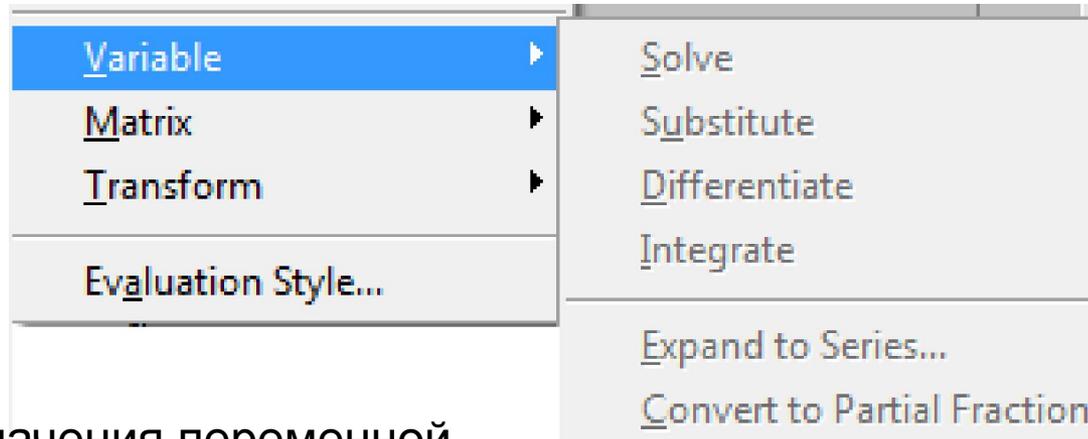
Пример преобразования выделенного выражения с помощью команд главного меню



1. Выделить выражение ($\sin(2 \cdot x)$).
2. Команда *Symbolics/ Evaluate/ Symbolically Evaluation* (или *Symbolics/ Expand*).
3. Ниже появится строка с преобразованным выражением:
 $2 \cdot \cos(x) \cdot \sin(x) + \cos(2 \cdot y)$

Символьные вычисления с выделенными переменными

Symbolics/



- *Solve* – найти значения переменной, при которых содержащее ее выражение становится равным нулю.
- *Substitute* – заменить указанную переменную содержимым буфера обмена.
- *Differentiate* – дифференцировать выражение относительно выделенной переменной.
- *Integrate* – интегрировать выражение по выделенной переменной.
- *Expand to Series* – разложить выражение в ряд Тейлора относительно выделенной переменной.
- *Convert to Partial Fraction* – разложить выражение на элементарные дроби

Пример символьных вычислений с выделенными переменными с помощью команд главного меню

Вычислить производную выражения $(1-e^x)\cdot\sin(x)$ в символьном виде. Необходимо:

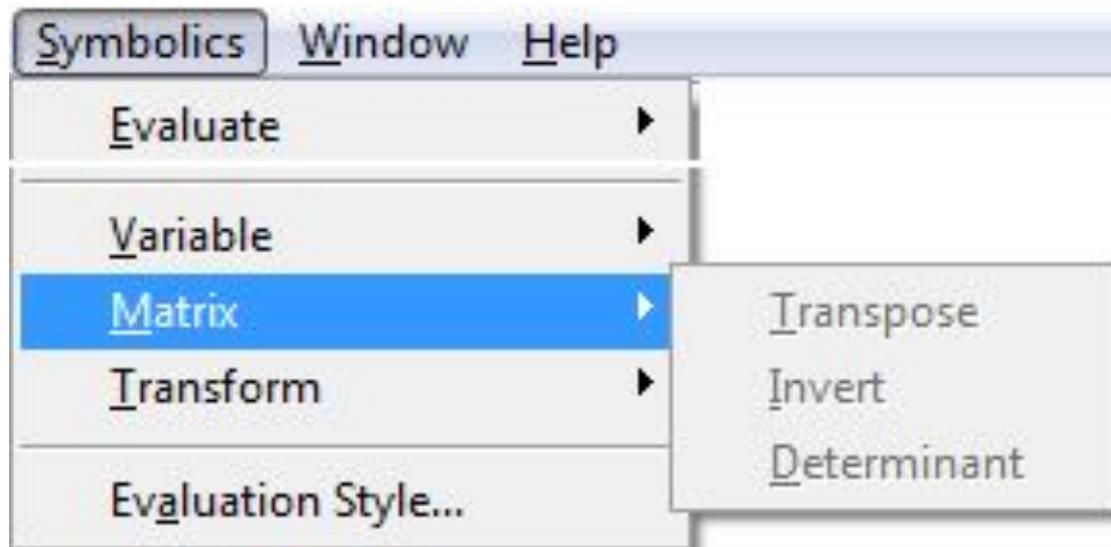
- записать выражение;
- выделить переменную x в выражении;
- выбрать в главном меню пункты *Symbolics / Variable / Differentiate*.
- После этого результат вычисления производной появится чуть ниже формулы в виде еще одной строки.

$$(1 - e^x) \cdot \sin(x)$$

$$-\cos(x) \cdot (e^x - 1) - e^x \cdot \sin(x)$$

Как еще можно вычислить производную в среде Mathcad?

Символьные вычисления с выделенными матрицами



Пример символьных вычислений с выделенной матрицей – вычисление определителя матрицы

- Выделить матрицу;
- выбрать в главном меню пункты *Symbolics / Matrix / Determinant*
- после этого результат символьного вычисления определителя появится чуть ниже матрицы в виде строки.

$$\begin{pmatrix} q & w & e \\ r & t & y \\ u & i & o \end{pmatrix}$$

$$o \cdot q \cdot t - i \cdot q \cdot y - o \cdot r \cdot w + u \cdot w \cdot y + i \cdot r \cdot e - t \cdot u \cdot e$$

Символьные вычисления с помощью панели Symbolic

1. Вводим обрабатываемое выражение.
2. Вводим нужную команду (нажимаем кнопку панели), в результате вводится название команды.
3. Нажимаем кнопку \rightarrow или $\blacksquare\rightarrow$, в маленький четырех угольник можно записать переменную, относительно которой производится преобразование. Также переменную можно ввести через запятую после команды.
4. Если необходимо, щелкаем мышью в стороне от формулы.

Примеры символьных преобразований с помощью панели Symbolic

$$(3x^2 - 2x + 1) + (4 \cdot x^3 - 5x^2 + 1) \text{ simplify} \rightarrow -2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 2 + 4 \cdot x^3$$

$$a^2 \cdot b + a \cdot b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot c + b^2 \cdot c + a^2 \cdot c + a \cdot c^2 + b \cdot c^2 \text{ factor} \rightarrow (b + c) \cdot (a + c) \cdot (a + b)$$

$$x \cdot (z + 1)^2 - 2 \cdot x \cdot (x + z) \text{ expand ,x} \rightarrow x \cdot z^2 - 2 \cdot x^2 + x$$

$$x \cdot (z + 1)^2 - 2 \cdot x \cdot (x + z) \text{ expand ,2} \rightarrow x \cdot (z + 1)^2 - 2 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot z$$

$$x - a + 5 \text{ solve} \rightarrow$$

Не удалось автоматически определить, для каких переменных ищется решение.

$$x - a + 5 \text{ solve ,x} \rightarrow a - 5$$