Свойства логарифмов. Натуральные и десятичные логарифмы

Определение

Логарифмом положительного числа b по основанию a, где a>0, a≠1 называется показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить b.

$$\log_a b = x, a^x = b,$$

$$a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Основное логарифмическое тождество

По определению логарифма

$$a^{\log_a b} = b$$

Свойства логарифмов

1) $\log_a 1 = 0.$

2) $\log_a a = 1.$

3) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

5.1) $\log_a x^p = p \cdot \log_a x.$

5.2) $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b.$

Десятичные и натуральные логарифмы

Десятичным логарифмом называется *логарифм по основанию* 10. Он обозначается **lg** , т.е. $\log_{10} m = \lg m$

Натуральным логарифмом называется *логарифм по основанию* *e*. Он обозначается **ln** , т.е. $\log_{e} m = \ln m$.

Число *e* является иррациональным, его приближённое значение 2.718281828.

Переход к другому основанию

Теорема

- Пусть дан логарифм $\log_a b$. Тогда для любого числа c такого, что c > 0 и c ≠ 1, верно равенство: $$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$$
- В частности, если положить c = b, получим:

$$\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_c a}}$$

Формула перехода к десятичным и натуральным логарифмам

$$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$$

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$$