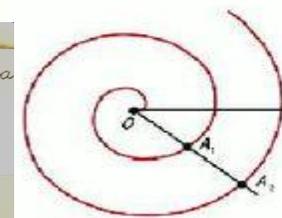
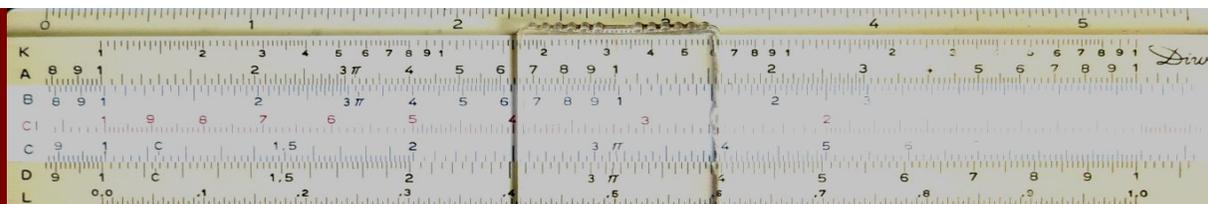


РАНХиГС

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ЗАПАДНЫЙ ФИЛИАЛ



Тема: Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Презентация по учебной дисциплине
«Математика»
для студентов 1 курса
Преподаватель: Ярмуш Т.В.

Цели и планируемые результаты занятия:

Цели занятия:

- ✓ Рассмотреть логарифмическую функцию, ее свойства и график;
- ✓ Расширить представление о логарифмах и рассмотреть их применение в различных областях науки;

Планируемый результат:

Студент знает:

- ✓ определение логарифмической функции;
- ✓ свойства логарифмической функции;

Студент умеет:

- ✓ строить график логарифмической функции;
- ✓ умеет использовать свойства логарифмической функции при решении задач;



Повторение: Устный счет.

Задание № 1. Вычислите, если это возможно.

Вариант 1

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}, \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}, \log_{\frac{1}{2}} 1, \log_{\frac{1}{2}} 2, \log_{\frac{1}{2}} 4, \log_{\frac{1}{2}} 8, \log_{\frac{1}{2}} (-4)$$

Вариант 2

$$\log_2 \frac{1}{4}, \log_2 \frac{1}{2}, \log_2 1, \log_2 2, \log_2 4, \log_2 8, \log_2 (-4)$$

Повторение: Устный счет.

Задание № 1. Ответы:

Вариант 1

2; 1; 0; -1; -2; -3; нет решения

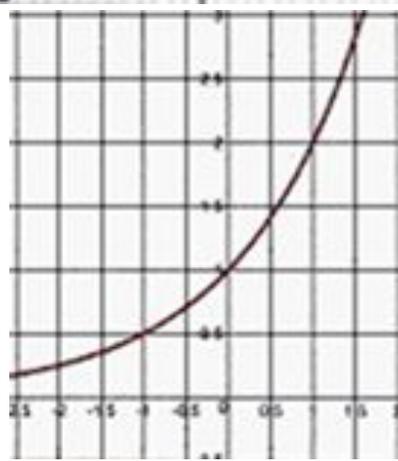
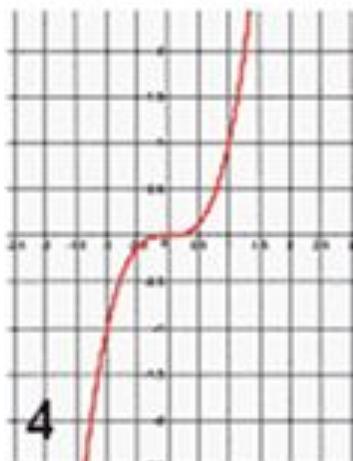
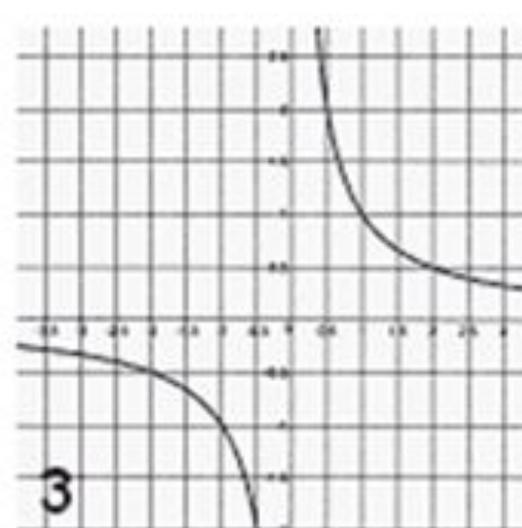
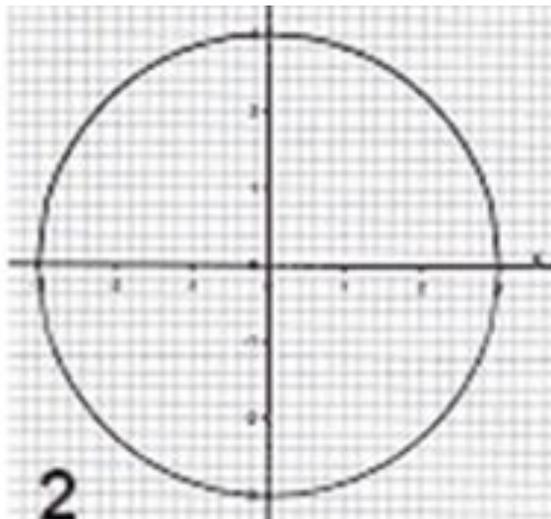
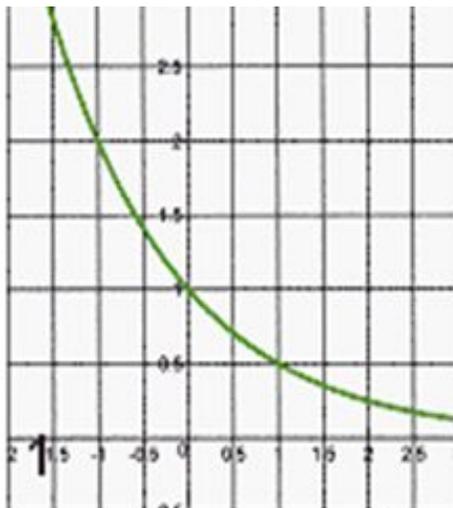
Вариант 2

-2; -1; 0; 1; 2; 4; 3; нет решения

Повторение:

Задание № 2. Задание на соответствие.

Каждому графику поставьте в соответствие функцию.



а) $y=x^3$; б) $y=2^x$;

в) $y=(1/2)^x$ г) $y=1/x$;

д) $x^2+y^2=9$;

График логарифмической функции:

*Функция $y = \log_a x$,
её свойства и график.*



График логарифмической функции:

Постройте графики функций:

1 вариант

$$y = \log_2 x$$

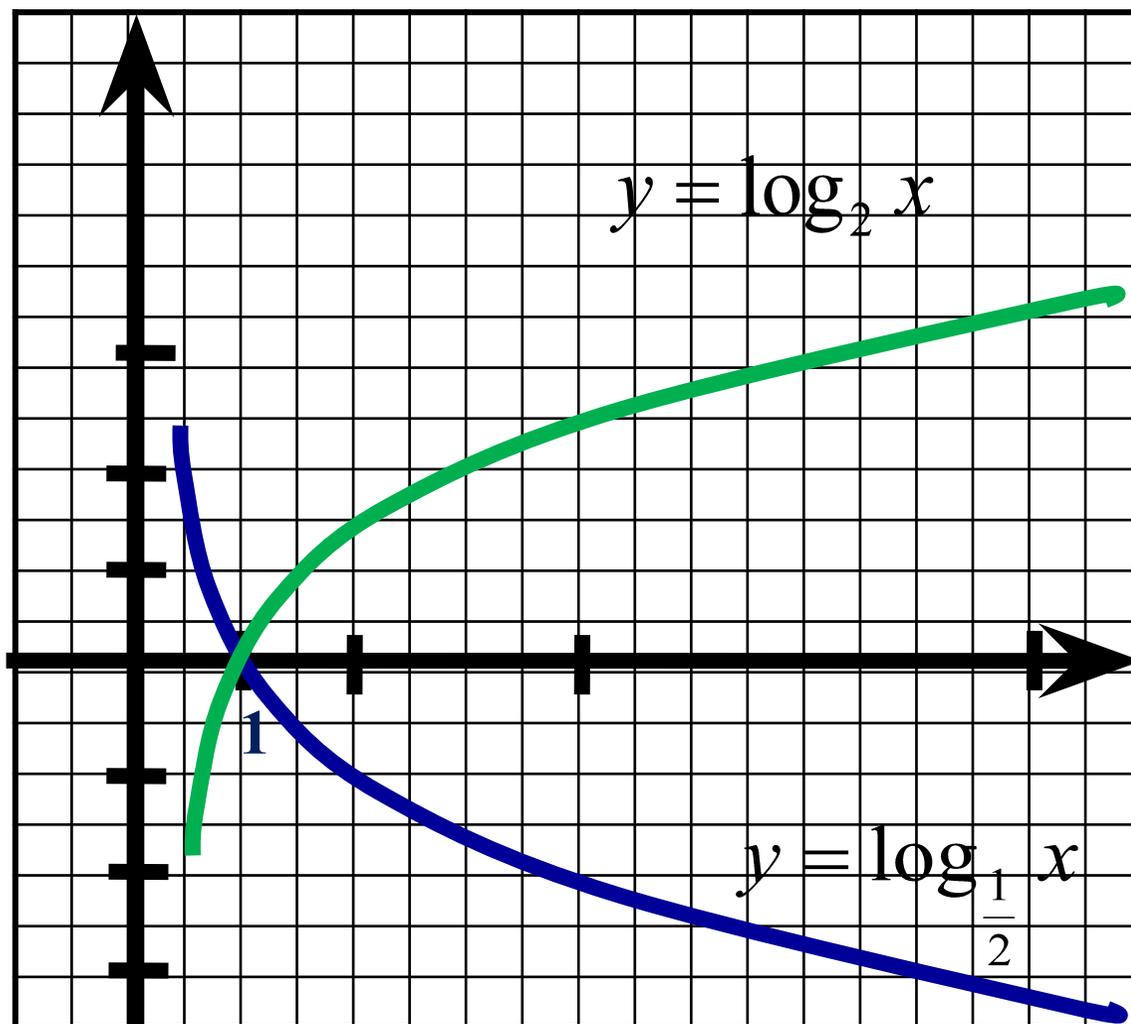
x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2	3

2 вариант

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

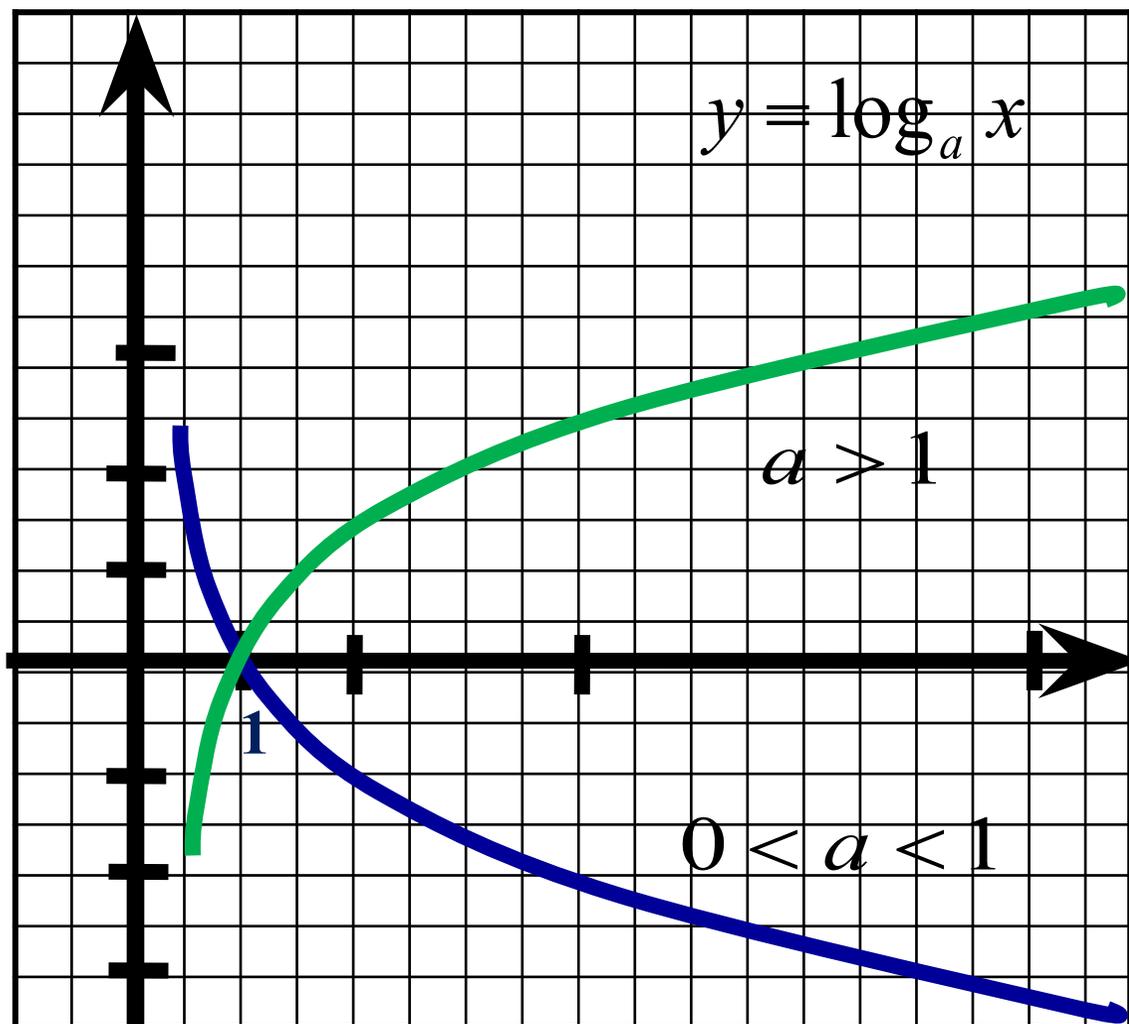
x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	2	1	0	-1	-2	-3

График логарифмической функции:



Проверка:
График
логарифмической
функции
называют
логарифмической
кривой.

График логарифмической функции:



*Опишите свойства
логарифмической
функции.*

1 вариант:

при $a > 1$

2 вариант:

при $0 < a < 1$

Основные свойства логарифмической функции:

<i>№</i>	<i>$a > 1$</i>	<i>$0 < a < 1$</i>
<i>1</i>	<i>$D(f) = (0, +\infty)$</i>	
<i>2</i>	<i>не является ни чётной, ни нечётной;</i>	
<i>3</i>	<i>возрастает на $(0, +\infty)$</i>	<i>убывает на $(0, +\infty)$</i>
<i>4</i>	<i>не ограничена сверху, не ограничена снизу</i>	
<i>5</i>	<i>не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений</i>	
<i>6</i>	<i>непрерывна</i>	
<i>7</i>	<i>$E(f) = (-\infty, +\infty)$</i>	



Основные свойства логарифмической функции:

Блиц - опрос.

Отвечать только «да» или «нет»

- ✓ Область определения логарифмической функции – вся числовая прямая, а область значений этой функции – промежуток $(0, +\infty)$.*
- ✓ Монотонность логарифмической функции зависит от основания логарифма.*
- ✓ Не каждый график логарифмической функции проходит через точку с координатами $(1;0)$.*

Основные свойства логарифмической функции:

Блиц - опрос.

Отвечать только «да» или «нет»

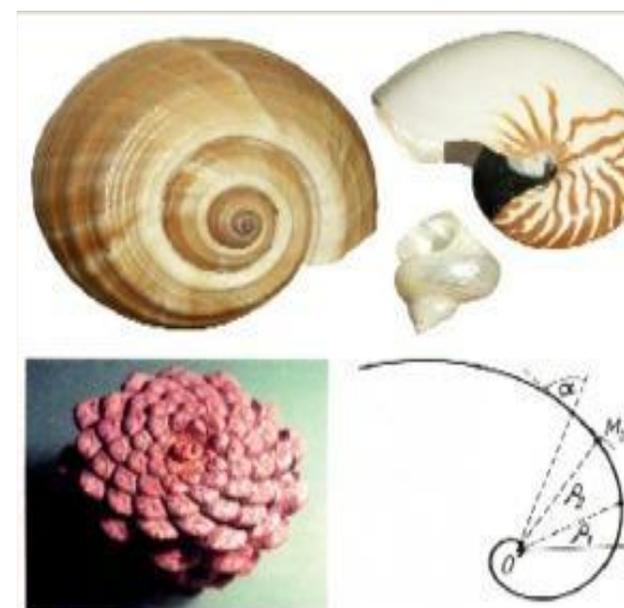
- ✓ Логарифмическая функция не является ни чётной, ни нечётной.*
- ✓ Логарифмическая функция имеет наибольшее значение и не имеет наименьшего значения при $a > 1$ и наоборот при $0 < a < 1$.*

Проверка: нет, да, нет, да, нет

Практическое применение логарифмов:

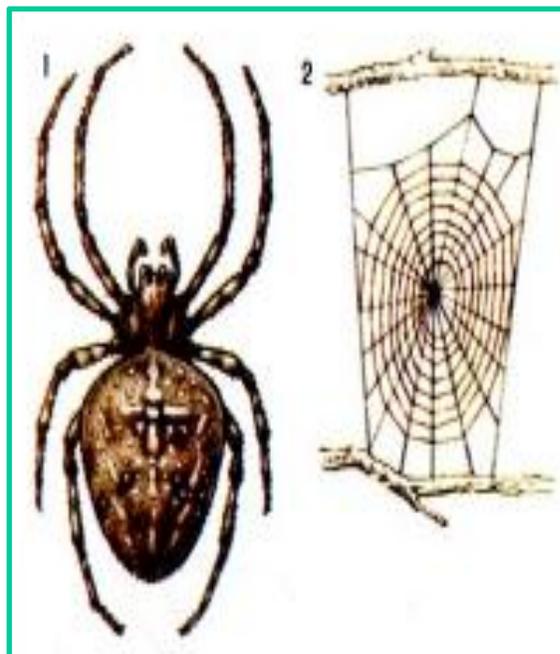
Мы познакомились с вами с понятием логарифма числа, научились его вычислять, рассмотрели логарифмическую функцию и ее свойства, но мы совсем не знакомы с историей появления логарифмов и совсем не знаем о практической значимости этого понятия.

Поэтому мы сейчас постараемся расширить наше представление о логарифмах и рассмотреть их применение в различных областях науки.



Практическое применение логарифмов:

Логарифмы - это универсальный математический аппарат, и его можно применять при решении задач из различных сфер деятельности.



1. ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЛОГАРИФМОВ

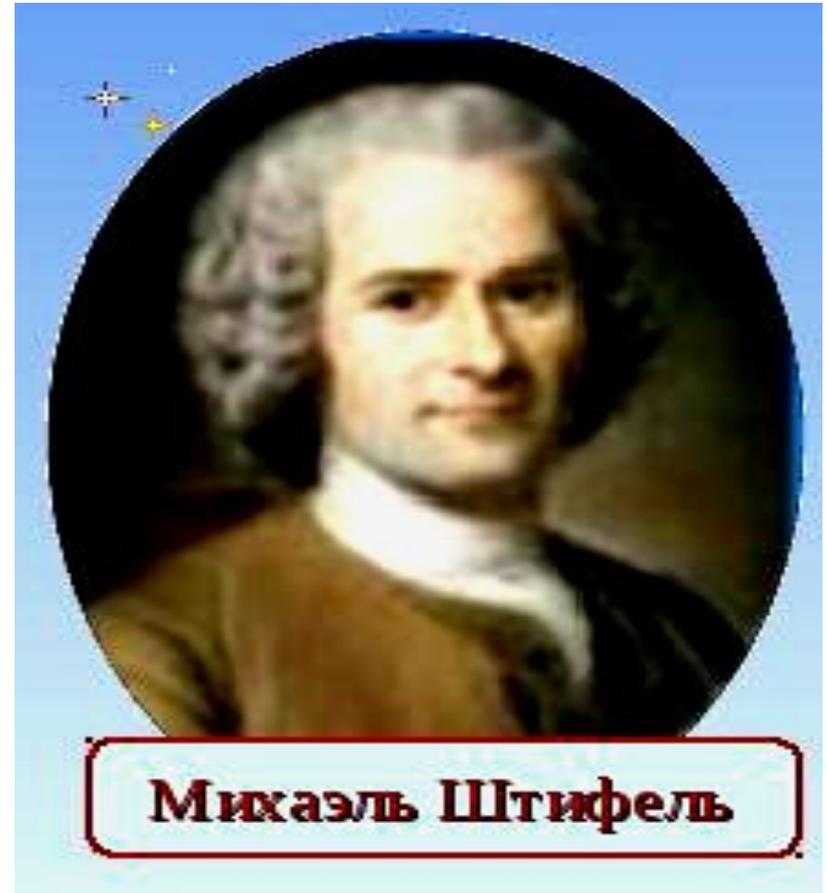
Изобретение логарифмов тесно связано с развитием в XVI веке производства и торговли, астрономии и мореплавания. Возросла потребность в новых методах вычислений. Значительная часть трудностей была связана с умножением и делением многозначных чисел, а также извлечением корней.



1. ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЛОГАРИФМОВ

Идея заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии пришла в голову нескольким математикам.

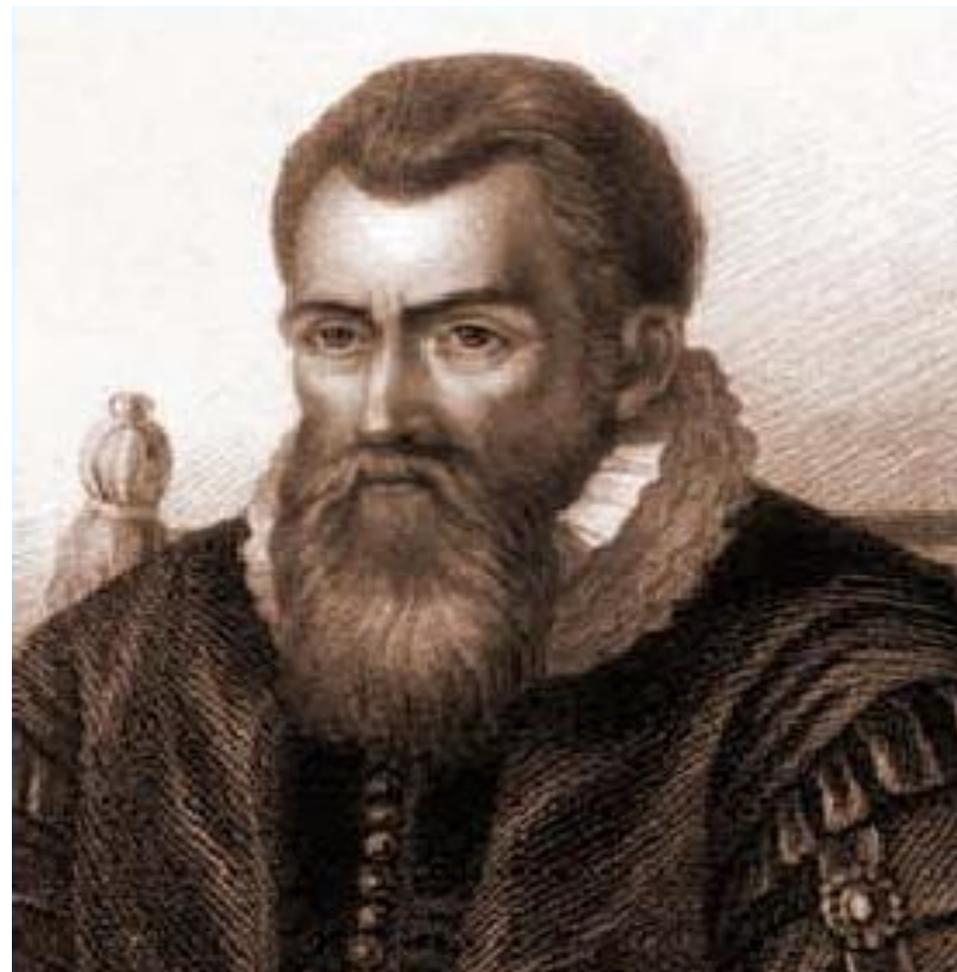
Первым эту идею опубликовал в своей книге «*Arithmetica integra*» Михаэль Штифель.



1. ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЛОГАРИФМОВ

В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов».

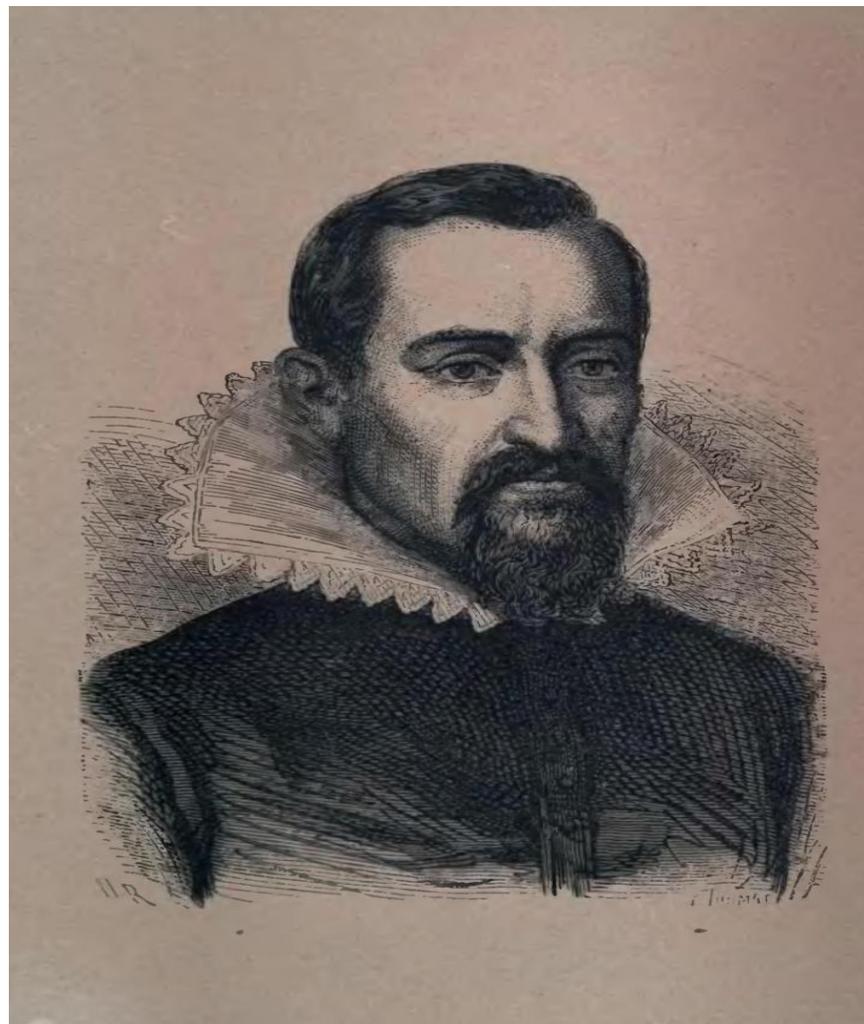
Термин логарифм, предложенный Непером, утвердился в науке.



1. ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЛОГАРИФМОВ

Известный астроном Иоганн Кеплер первым ввёл в 1624 году знак логарифма – **log.**

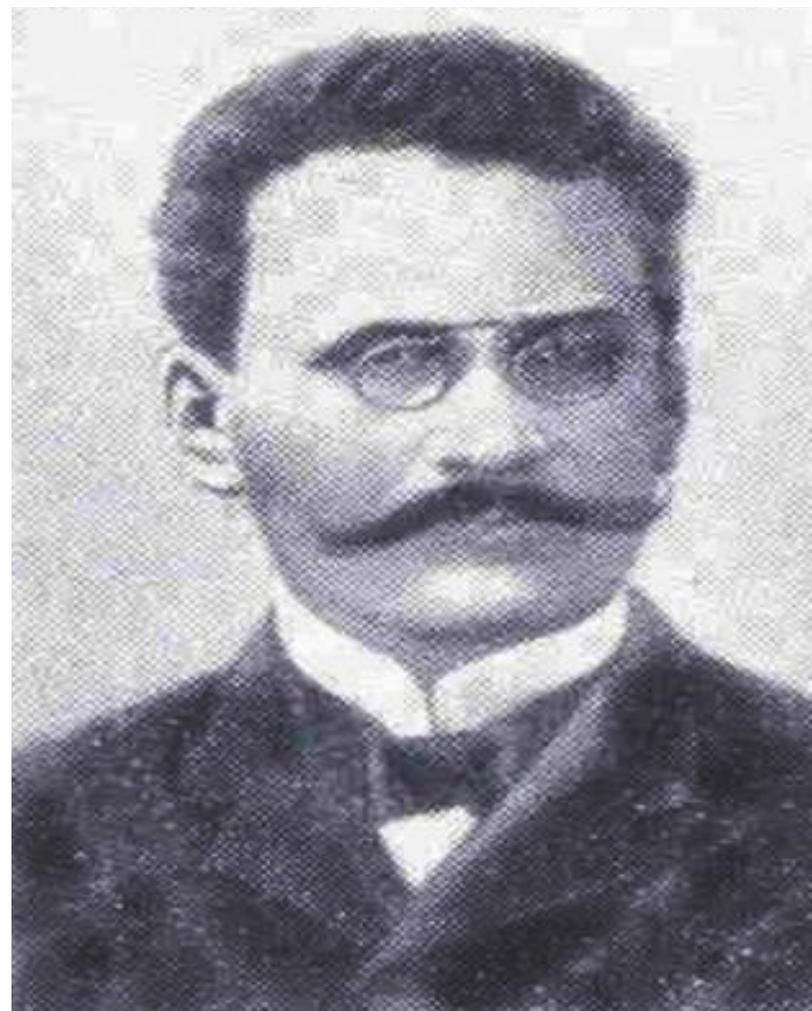
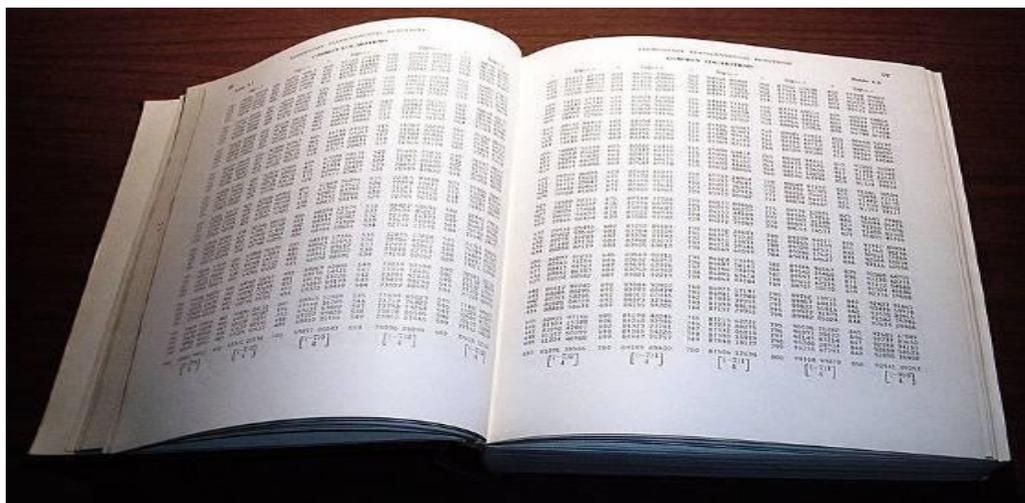
Он применил логарифмы для нахождения орбиты Марса.



2. ТАБЛИЦЫ ЛОГАРИФМОВ.

В России первые таблицы логарифмов были изданы в 1703 году при участии Л. Ф. Магницкого.

Таблицы Брадиса (1921) использовались в учебных заведениях и в инженерных расчётах, не требующих большой точности.

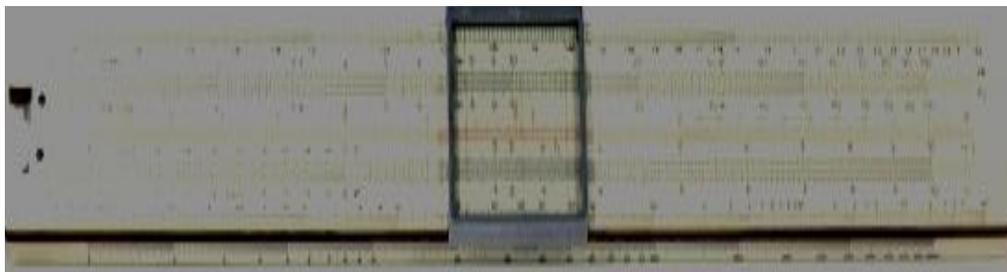


3. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СЧЁТНАЯ ЛИНЕЙКА

В 1623 г. Английский математик Д. Гунтер изобрёл первую логарифмическую линейку, ставшую рабочим инструментом для многих поколений.



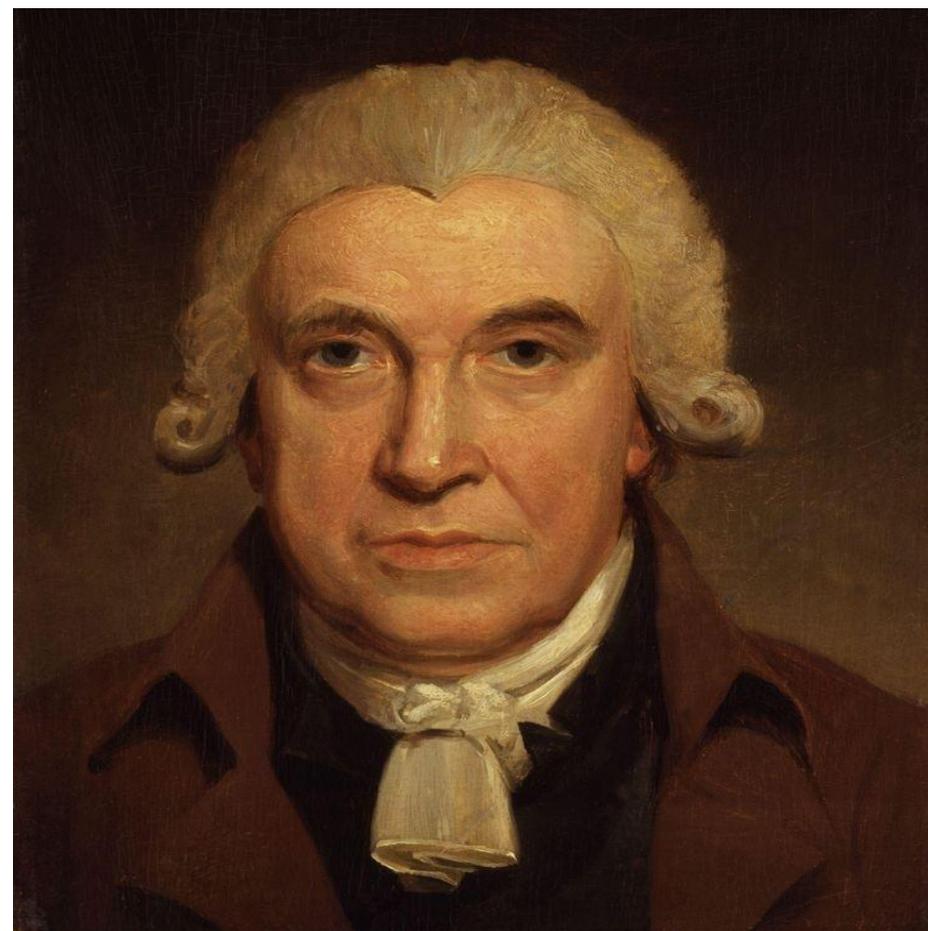
Принцип действия логарифмической линейки основан на том, что умножение и деление заменяется соответственно сложением и вычитанием логарифмов.



3. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СЧЁТНАЯ ЛИНЕЙКА

Первая универсальная логарифмическая линейка была сконструирована в 1779 году выдающимся английским механиком Джеймсом Уаттом.

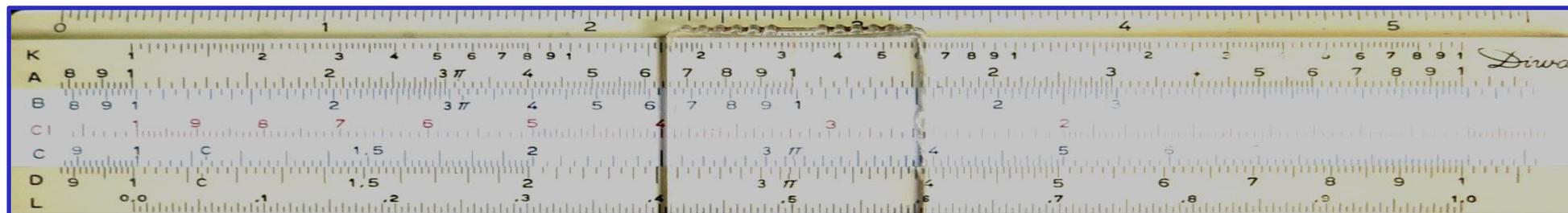
Логарифмические линейки широко использовались для выполнения инженерных расчётов примерно до начала 1980-х годов, когда они были вытеснены калькуляторами.



3. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СЧЁТНАЯ ЛИНЕЙКА

Многообразие логарифмов вдохновили английского поэта Элмера Брила на написание "Оды экспоненте", отрывок из которой гласит:

**«... Английские моряки любят и знают её
Под именем «Гунтер».
Две шкалы Гунтера –
Вот чудо изобретательности.
Экспонентой порождена
Логарифмическая линейка:
У инженера и астронома не было
Инструмента полезнее, чем она...»**



3. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СЧЁТНАЯ ЛИНЕЙКА

Однако в начале XXI века логарифмические линейки получили второе рождение в наручных часах: следуя моде, производители некоторых марок выпустили модели со встроенной логарифмической линейкой, выполненной в виде вращающихся колец со шкалами вокруг циферблата.



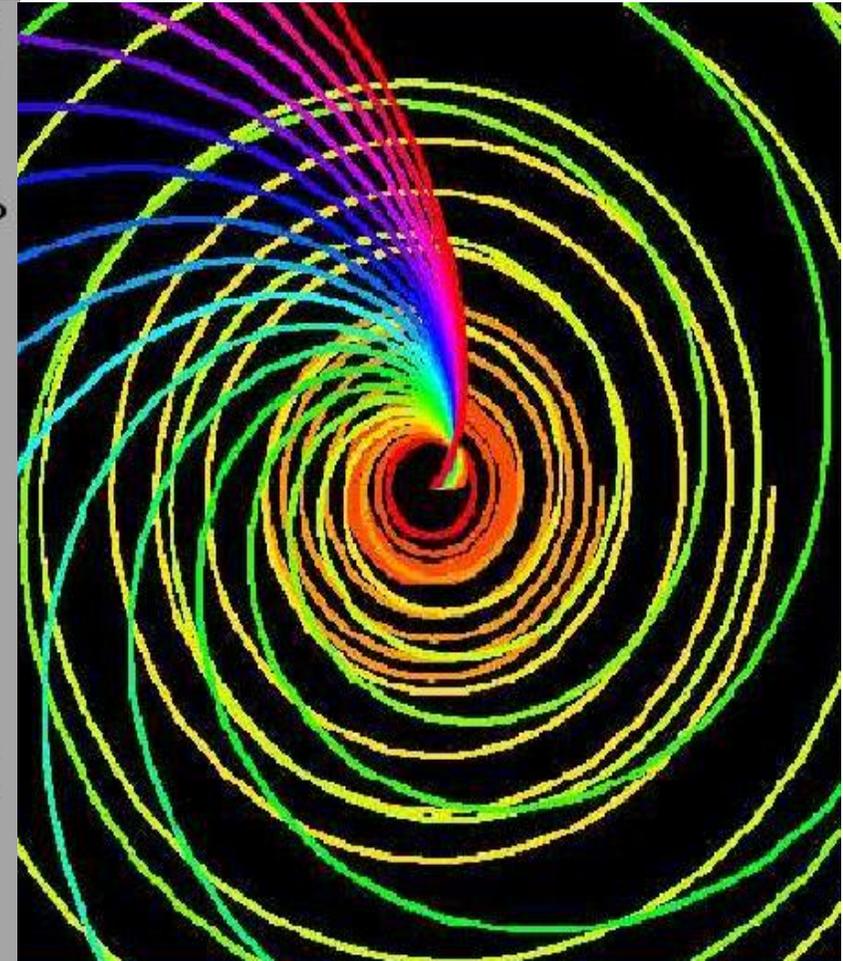


4. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ

Испокон веков целью математической науки было помочь людям узнать больше об окружающем мире, познать его закономерности и тайны.

При составлении модели того или иного явления, достаточно часто обращаются именно к логарифмам.

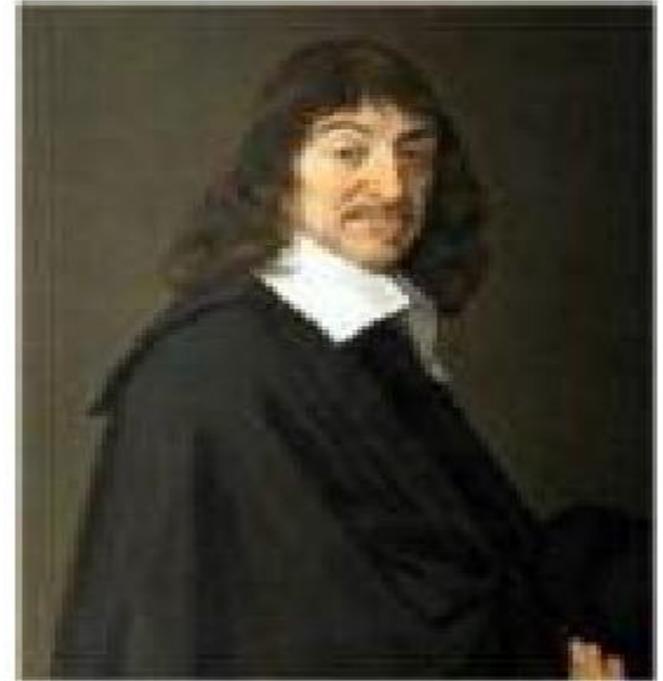
Одним из наиболее наглядных примеров такого обращения является *логарифмическая спираль*.



4. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ

Первым учёным, открывшим эту удивительную кривую, был Рене Декарт (1638 г.)

Так почему в качестве примера логарифмической зависимости в природе выбрали именно логарифмическую спираль?

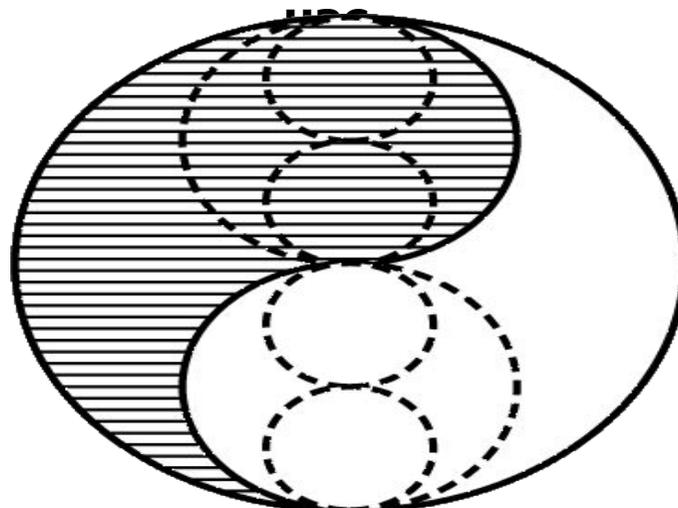


4. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ



Великий немецкий поэт Иоганн Вольфганг Гёте считал логарифмическую спираль даже математическим символом жизни и духовного развития.

Математика не только формулы, графики, но и логическое объяснение многих явлений, происходящих вокруг



4.1. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В ПРИРОДЕ

Галактики, штормы и ураганы дают впечатляющие примеры логарифмических спиралей.

В любом месте, где есть природное явление, в котором сочетаются расширение или сжатие с вращением, поневоле появляется логарифмическая спираль.



4.2. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В БИОЛОГИИ

Раковины многих моллюсков закручены именно по этой спирали, чтобы не сильно вытягиваться в длину.



4.2. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В БИОЛОГИИ

По логарифмической спирали
закручены рога таких
млекопитающих, как архары
(горные козлы), клювы
попугаев



Можно сказать, что эта
спираль является
математическим
символом соотношения
формы и роста.

$$r = a^\varphi, \text{ где } \varphi \in \mathbb{R}$$

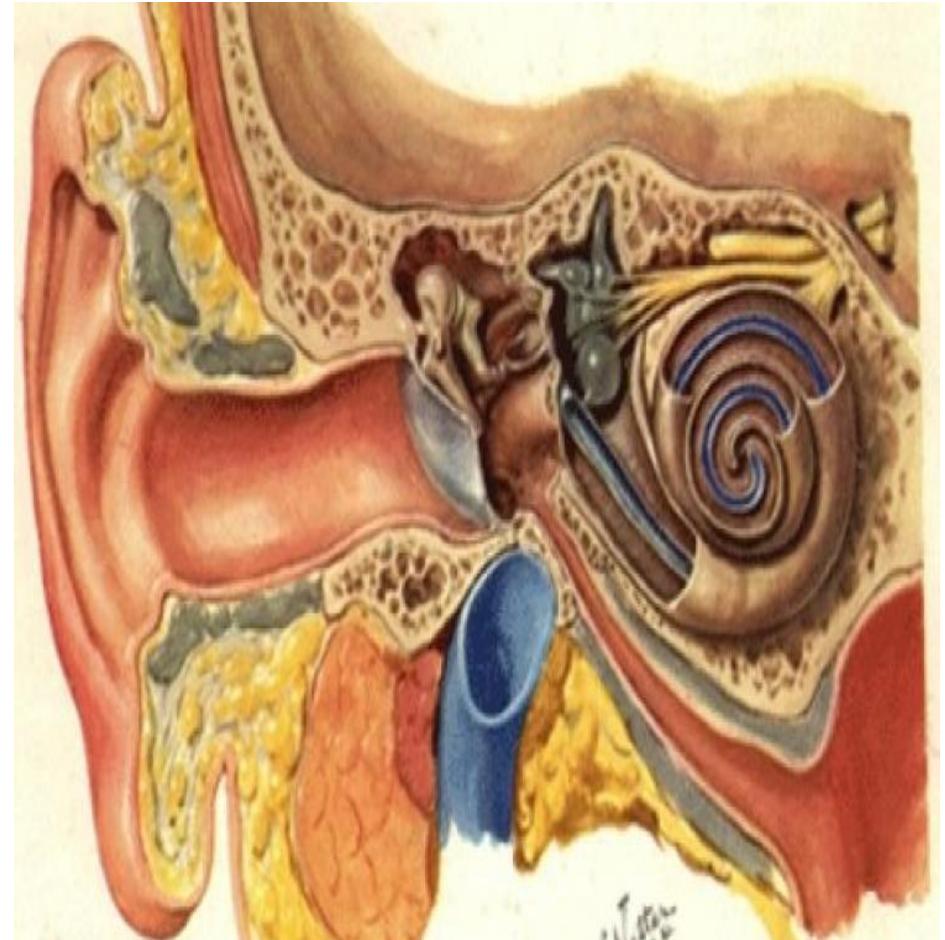
4.2. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В БИОЛОГИИ

Особенности логарифмической спирали поражали не только математиков. Её геометрические свойства, в частности инвариантность (сохранение угла), удивляет и биологов, которые считают именно эту спираль своего рода стандартом биологических объектов самой разной природы.



4.2. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В БИОЛОГИИ

Рассматривая устройство уха, можно заметить орган, который называется улиткой. Название вполне оправдано, так как форма этой части действительно напоминает улитку. Она напоминает спирально закрученную трубку. Контур «улитки» можно соотнести с логарифмической спиралью в математике.



4.2. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В БИОЛОГИИ

Логарифмическая спираль – единственный тип спирали, не меняющей своей формы при увеличении размеров.

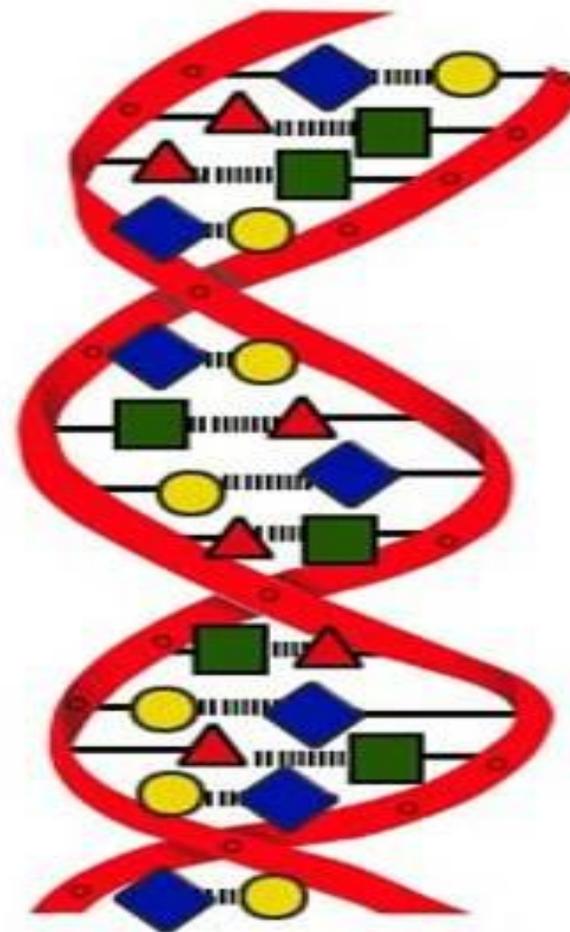
Это свойство объясняет, почему логарифмическая спираль так часто встречается в природе.



4.2. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В БИОЛОГИИ

Молекула ДНК, являющаяся ядром каждой клетки нашего организма и содержащая генетический код жизни, представляет собой спираль. Строение участка спирали молекулы ДНК

Логарифмической спиралью молекулы ДНК



ДНК

4.3. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В АРХИТЕКТУРЕ

Дом, построенный в виде морской раковины в Мехико, основывается на формуле логарифмической спирали.

Создатели Наutilus - так называется проект - попытались создать ощущение четвертого измерения, которое должно возникать, если находиться внутри строения.



4.4. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ В ЖИВОПИСИ

Логарифмическая спираль применялась для выражения тревожных, бурно развивающихся событий. Картина Брюсова «Последний день Помпеи»



Композиция знаменитой картины Леонардо да Винчи «Мона Лиза» основана на логарифмической спирали.

5. ЛОГАРИФМЫ В ЭКОНОМИКЕ

Самое широкое применение логарифмов нашли в экономике:

- в финансовой математике;
- в статистике;
- в построении экономических графиков;

в банковском деле, а также в такой экономической дисциплине, как «Анализ хозяйственной деятельности».

Формула сложных процентов

$$S = A \left(1 + \frac{P}{100} \right)^n$$

Накопительная сумма

Процентная годовая ставка

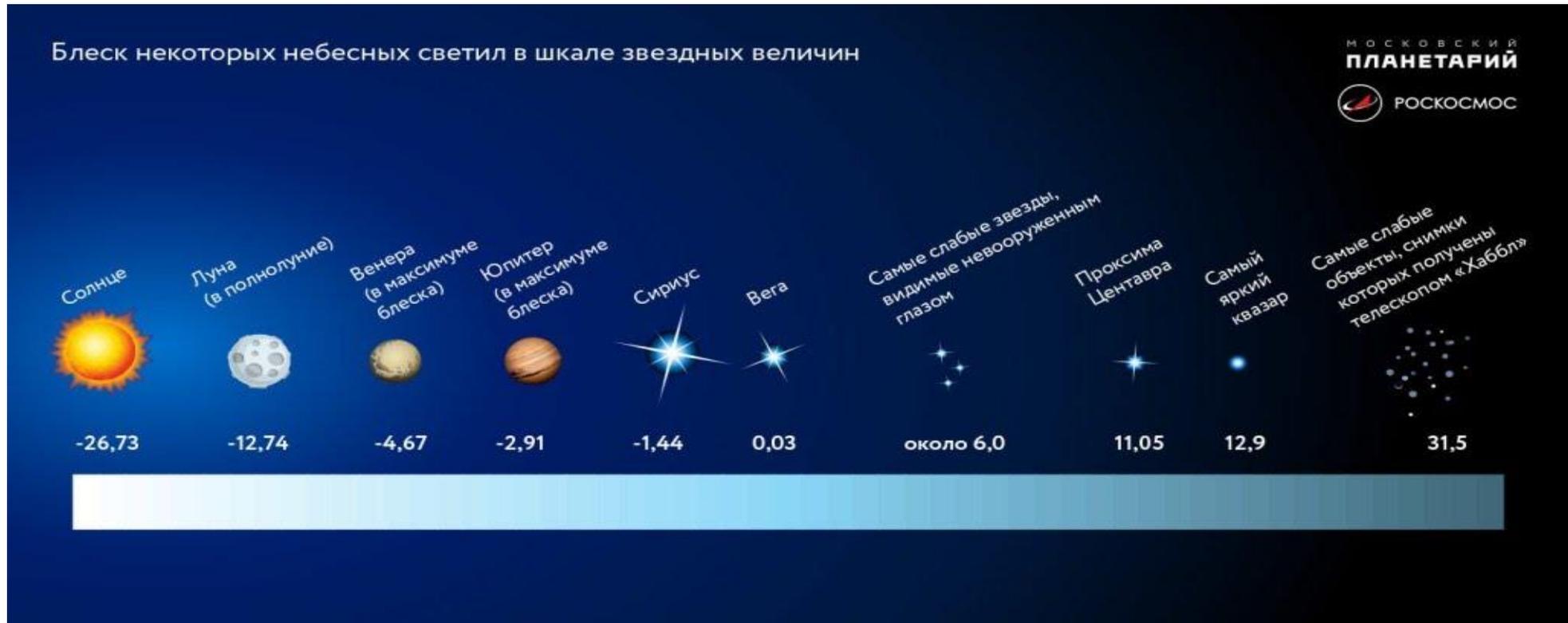
Начальная сумма вклада

Срок хранения вклада



6. Звёзды, шум и логарифмы

Громкость шума и яркость звёзд оцениваются одинаковым образом – **по логарифмической шкале.**

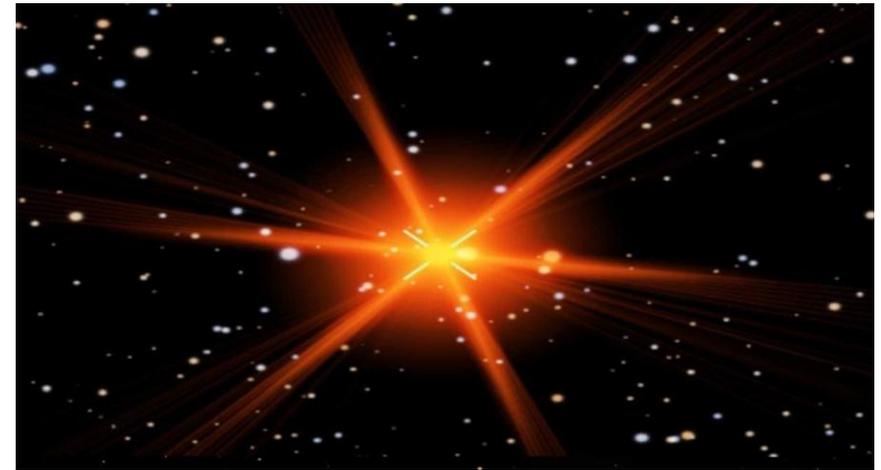


6. ЗВЁЗДЫ, ШУМ И ЛОГАРИФМЫ

Если известна видимая звёздная величина и расстояние до объекта, можно вычислить абсолютную звёздную величину по формуле:

$$M = m - 5 \lg \frac{d}{d_0}$$

Единицей громкости звука служит «бел», практически - его десятая доля, «децибел». Значит, громкость шума, выраженная в беллах, равна десятичному логарифму его физической силы.



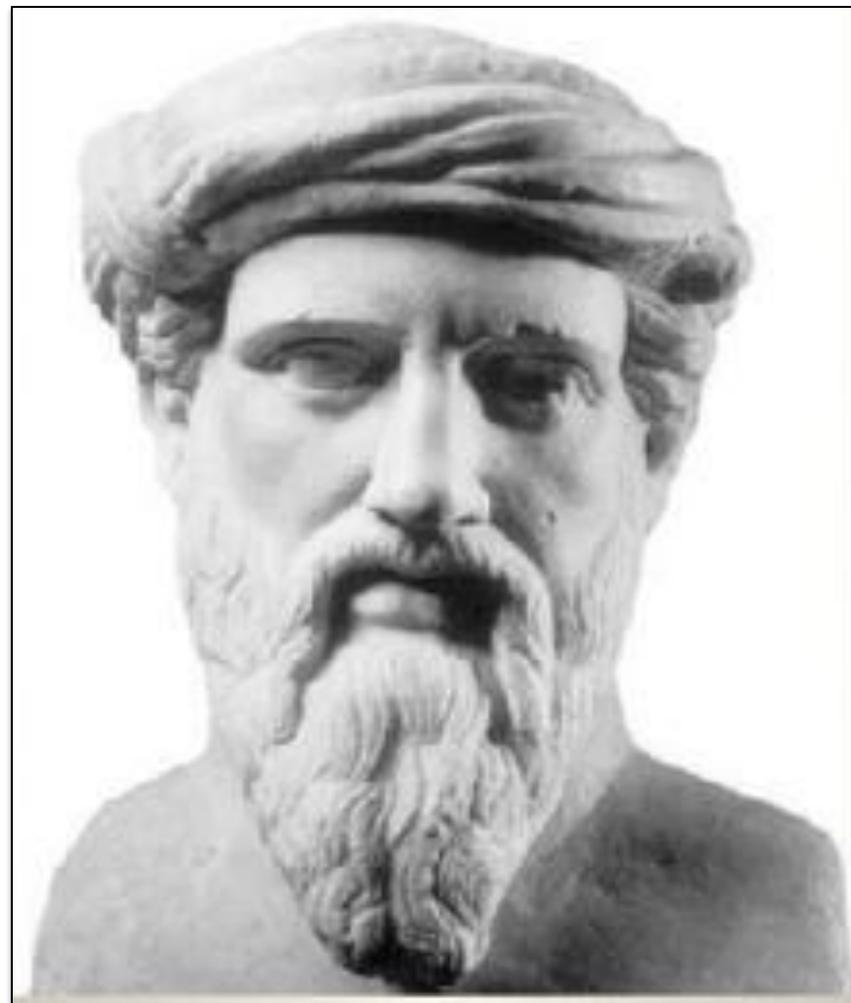
7. ЛОГАРИФМЫ И ПСИХОЛОГИЯ

Случайность ли то, что при оценке видимой яркости светил и при изменении громкости шума мы имеем дело с логарифмической зависимостью; между величиной ощущения и порождающего его раздражения? Нет, ученые пришли к выводу о том, что организм как бы «логарифмирует» полученные им раздражения. Здесь действует так называемый «психофизический закон Фехнера»: «Величина ощущения пропорциональна логарифму величины раздражения»



8. ЛОГАРИФМЫ В МУЗЫКЕ

Пифагор был не только великим математиком, но и хорошим музыкантом. Он установил, что приятные сочетания звуков соответствуют определённым соотношениям между длинами колеблющихся струн или расстояниями между дырочками свирели, и создал первую математическую теорию музыки.



8. ЛОГАРИФМЫ В МУЗЫКЕ

«Даже изящные искусства питаются ею. Разве музыкальная гамма не есть набор передовых логарифмов?»

Из «Оды экспоненте».

Нажимая на клавиши современного рояля, мы, можно сказать, играем на логарифмах.



8. ЛОГАРИФМЫ В МУЗЫКЕ

Частоту любого звука можно выразить формулой:

$$N_{pm} = n \cdot 2^m \left(\sqrt[12]{2} \right)^p$$

Ноте «до» соответствует частота, равная n колебаниям в секунду.

В октаве частота колебаний нижнего звука в 2 раза меньше верхнего.

Тогда ноте «до» 1-й октавы будут соответствовать $2n$ колебания в секунду, а ноте «до» 3-й октавы - колебания в секунду и т.д.

Где P – номер ноты хроматической 12-ти звуковой гаммы, m – номер гаммы.

$J = 60$



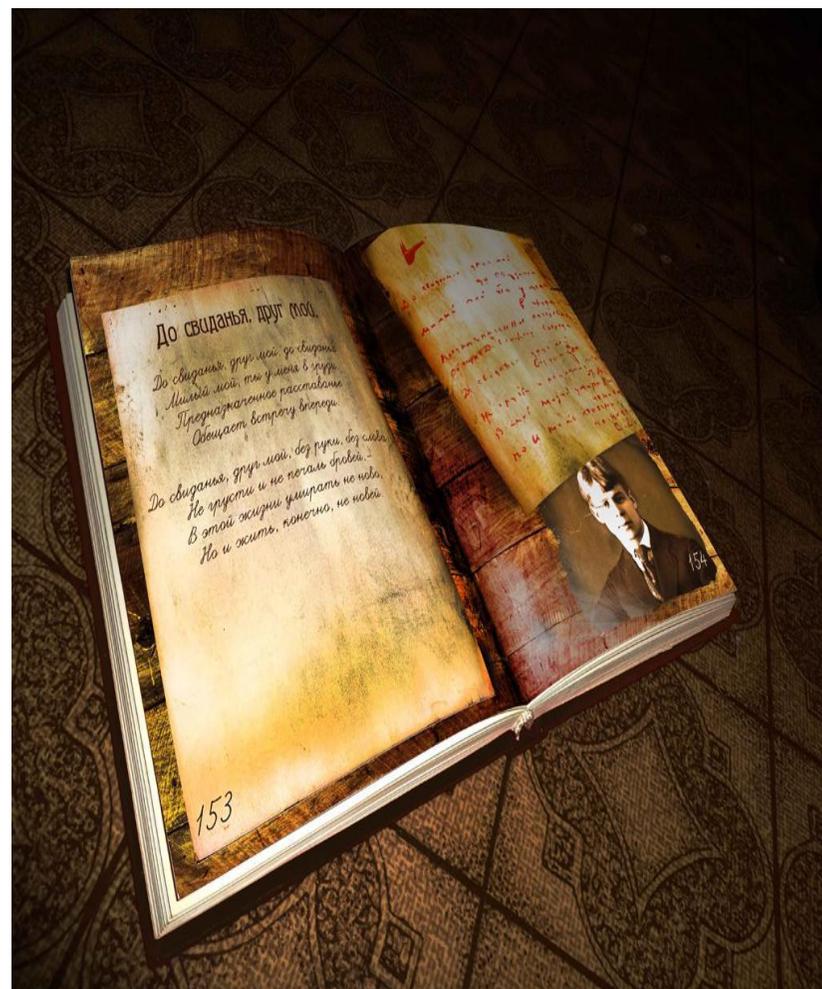
The musical score consists of two systems of music. Each system has a treble clef staff and a guitar tablature staff. The first system shows a chromatic scale starting from a 'do' note (C4) and moving up through the 12 notes of the octave. The second system shows a chromatic scale starting from a 'do' note (C5) and moving up through the 12 notes of the octave. The tempo is marked as $J = 60$.



9. ЛОГАРИФМЫ В ПОЭЗИИ

**Поэты и писатели понимали, что
логарифмы - неотъемлемая часть
нашей жизни.**

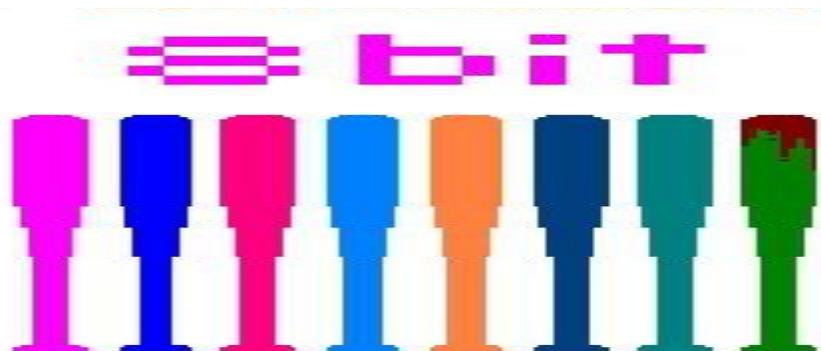
**Логарифмы, логарифмы...
Много формул, мало "рифмы".
Основания, константы...
Много разных вариантов.
И решения похожи,
Но с ответами не схожи.
Слёзы, стресс и всё такое...
Может мы решим другое?**



10. ЛОГАРИФМЫ И ИНФОРМАТИКА

В информатике логарифм применяется для вычисления основной единицы – бита.

Бит — это двоичный логарифм вероятности равновероятных событий или сумма произведений вероятности на двоичный логарифм вероятности при равновероятных событиях.



11. ЛОГАРИФМЫ И ФИЗИКА

Принцип Больцмана в статистической термодинамике — одна из важнейших функций состояния термодинамической системы, характеризующая степень её хаотичности.

Формула Циолковского применяется для расчёта скорости ракеты.

$$v = v_0 \ln \frac{M}{m}$$

Логарифм растёт очень медленно, и для того чтобы достичь космической скорости, необходимо сделать большим отношение, т.е. почти всю стартовую массу отдать под топливо.

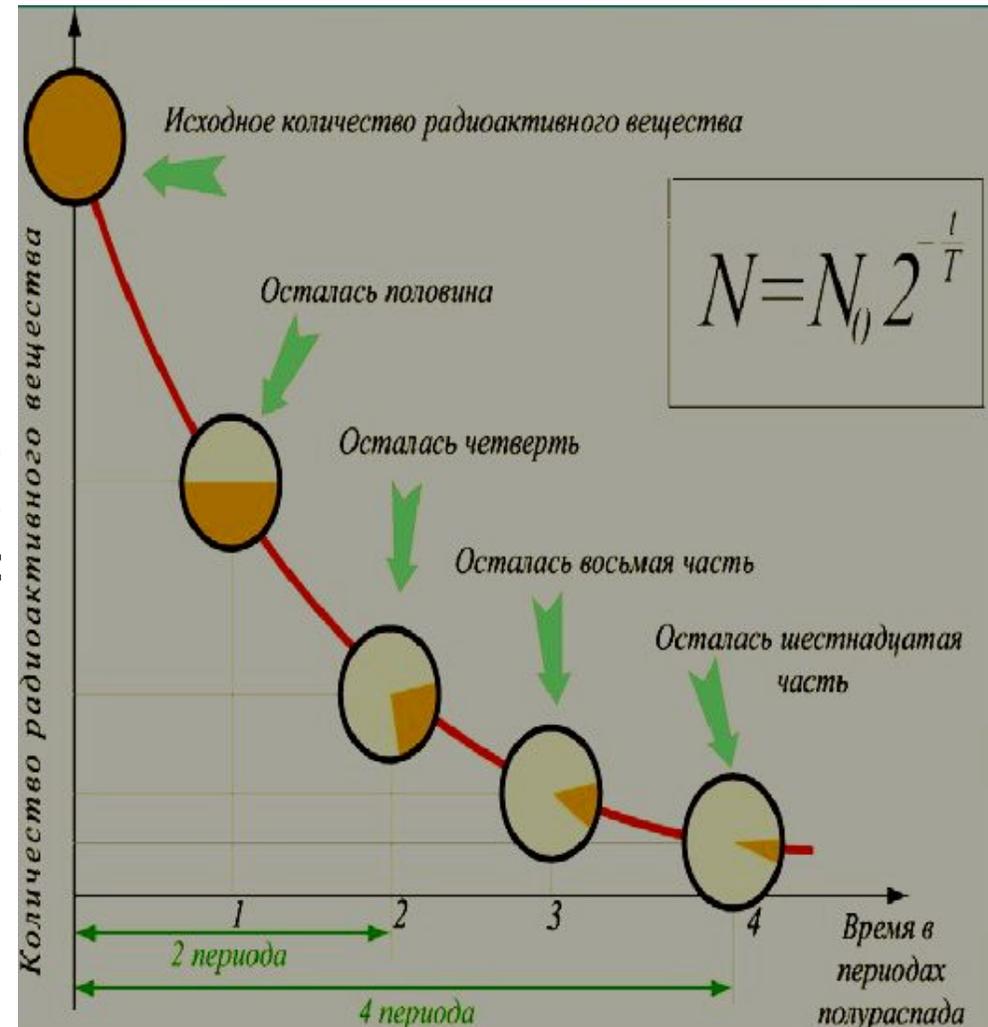


11. ЛОГАРИФМЫ И ФИЗИКА

Способность ядер самопроизвольно распадаться, испуская частицы, называется радиоактивностью.

Радиоактивный распад - статистический процесс. Согласно закону радиоактивного распада, число не распавшихся ядер за время t определяется формулой: Здесь период полураспада равен:

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$



12. ЛОГАРИФМЫ И ХИМИЯ

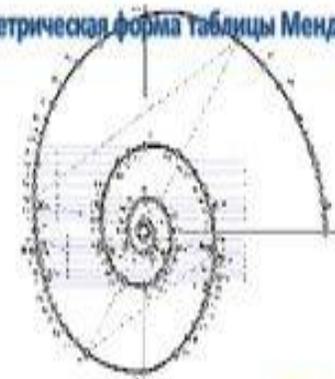
Водородный показатель pH — это мера активности ионов водорода в растворе, количественно выражающая его кислотность, вычисляется как отрицательный десятичный логарифм концентрации водородных ионов, выраженной в молях на литр:



$$pH = -\lg [H^+]$$



Геометрическая форма таблицы Менделеева



13. ЛОГАРИФМЫ В СЕЙСМОЛОГИИ

Магнитуда землетрясения — величина, характеризующая энергию, выделившуюся при землетрясении в виде сейсмических волн. Шкала Рихтера содержит условные единицы (от 1 до 9,5) — магнитуды, которые вычисляются по колебаниям, регистрируемыми сейсмографом.



14. ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГАРИФМОВ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

Как оказалось, и в сельском хозяйстве не обошлось без логарифмов. Например, исследовав рождение телят, можно вычислять их вес с помощью логарифмов по формуле $m = m_0 e^{kt}$ – закон, по которому происходит рост животных, где m – масса в полмесяца, m_0 – масса при рождении, e – экспонента, k – коэффициент относительной скорости роста, t – период времени.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Теперь мы убедились, что область применения логарифмов широко применяется человеком во многих науках : математике, литературе, биологии, психологии, сельском хозяйстве, музыке, астрономии, физике, химии и т. д.

Логарифмы – важные составляющие не только математики, но и всего окружающего мира, поэтому интерес к ним не ослабевает с годами и их необходимо продолжать изучать.



Домашнее задание.

Вычислите:

$\log_4 64 =$	$5^2 \cdot 5^{\log_5 3} =$
$\lg 1 =$	$\lg 0,1 =$
$\log_3 81 =$	$\log_7 7 =$
$\log_{1/2} 16 =$	$\log_{12} \sqrt{144}$
$\lg^3 \sqrt{100} =$	$\log_{1/3} 1/81 =$
$\log_{1/2} 1/32 =$	$\log_5 125$
$\log_2^3 \sqrt{2} =$	$\log_{1/7} 49$
$\lg 0,001 =$	$\log_2 \log_3 81 =$
$\lg 10000 =$	$\log_2 \log_5 625 =$

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ЗАПАДНЫЙ
ФИЛИАЛ**

**Спасибо за
внимание!**