

Физика

Лекция № 2

Шкварина Елена Геннадьевна

План

- ▶ 1. Ускорение.
- ▶ 2. Равнопеременное прямолинейное движение тел.
- ▶ 3. Зависимость скорости, координат и пути от времени.
- ▶ 4. Свободное падение тел.
- ▶ 5. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.
- ▶ 6. Дальность и высота полета.

Ускорение

- ▶ Быстроту изменения скорости характеризует ускорение.
- ▶ Пусть точка движется криволинейно и неравномерно. В некоторый момент t она занимает положение M и имеет скорость \vec{v} . Через Δt_1 точка займет положение M_1 и будет иметь скорость \vec{v}_1 .

- ▶ Изменение скорости за Δt_1 : $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v} = \vec{v}_1 + (-\vec{v})$.

Ускорение

- ▶ среднее ускорение точки за промежуток Δt_1 :

$$\vec{a}_{\text{ср}1} = \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t}.$$

- ▶ **Ускорение тела** - предел отношения изменения скорости Δv к промежутку времени Δt , в течение которого это изменение произошло при стремлении Δt к нулю (производная скорости по времени).

Ускорение

- ▶ Движение с ускорением бывает двух видов:
- ▶ 1. Движение с постоянным ускорением, когда модуль и направление вектора ускорения не меняется со временем
- ▶ 2. Движение с переменным ускорением - модуль и направление вектора ускорения меняется со временем

Ускорение

- ▶ Движение с постоянным ускорением.
- ▶ Если ускорение тела постоянно, то отношение изменения скорости к интервалу времени, за которое это изменение произошло, будет одним и тем же для любого интервала времени.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

- ▶ Если ускорение постоянно, то его можно истолковать как изменение скорости в единицу времени.
- ▶ Ускорение измеряется в м/с^2 .

Ускорение

- ▶ Равноускоренное движение - прямолинейное движение с постоянным ускорением, при котором модуль скорости увеличивается.
- ▶ Равнозамедленное движение - прямолинейное движение с постоянным ускорением, при котором модуль скорости уменьшается.

$$|\vec{a}| = a = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$$

Ускорение

- ▶ Рассмотрим зависимость скорости и координаты точки от времени.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

- ▶ Для начального момента времени:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

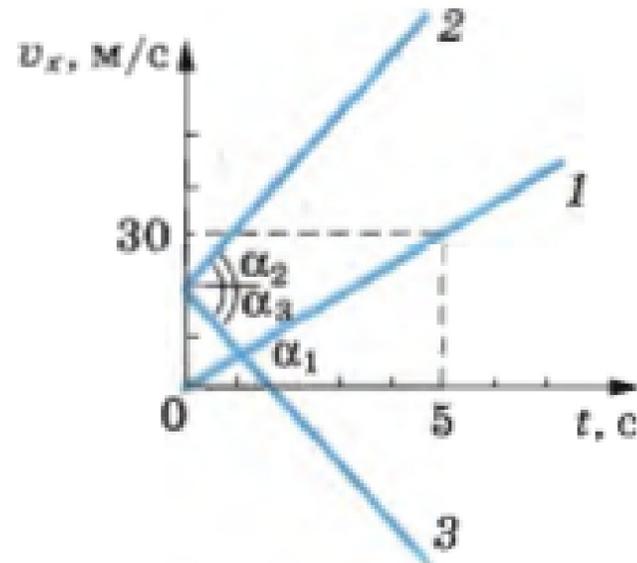
- ▶ ИЛИ

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

Ускорение

- ▶ В случае движения на плоскости для проекций можно записать:

$$\begin{aligned}v_x &= v_{0x} + a_x t, \\v_y &= v_{0y} + a_y t.\end{aligned}$$



- ▶ Ускорение определяется действием на данное тело других тел, а начальная скорость зависит от того, что было с телом в предыдущие моменты времени.

Ускорение

- ▶ Установим зависимость координаты точки от времени.

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \Delta x, \\y &= y_0 + \Delta y.\end{aligned}$$

Для равномерного движения изменение координаты точки за Δt на графике $v_x(t)$ равно площади прямоугольника. Разделим ОС на малые Δt , в пределах которых проекцию скорости можно считать постоянной и равной ее среднему значению.

$$\Delta x_i = v_{\text{icp}} \Delta t_i$$

По формуле площади трапеции:

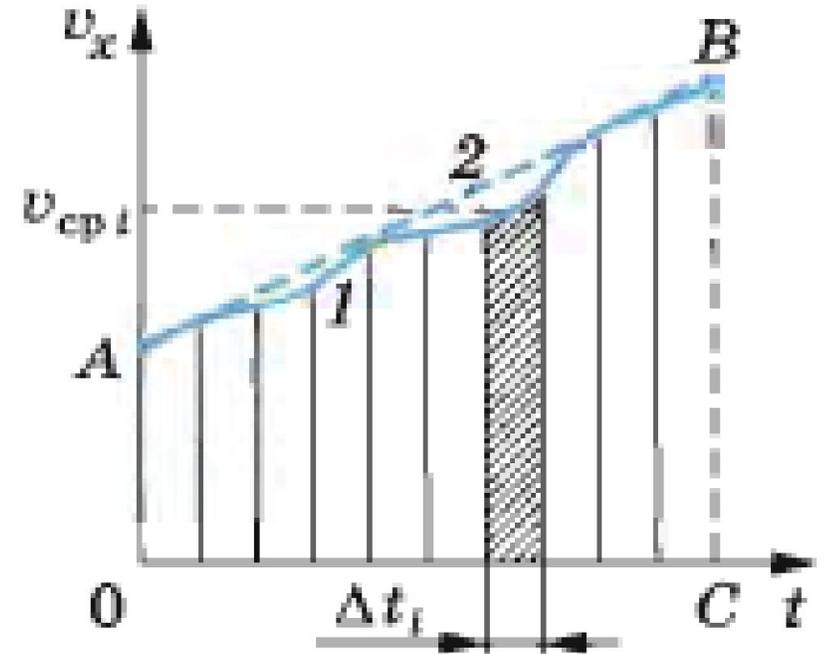
$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t.$$

Подставив

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

Получаем:

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} t = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$



Ускорение

- ▶ Кинематические уравнения движения:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \\y &= y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.\end{aligned}$$

Векторное уравнение движения:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}.$$

Ускорение

- ▶ При прямолинейном равнопеременном движении :

- ▶ $l = \langle v \rangle t; \quad \langle v \rangle = (v_0 + v)/2$

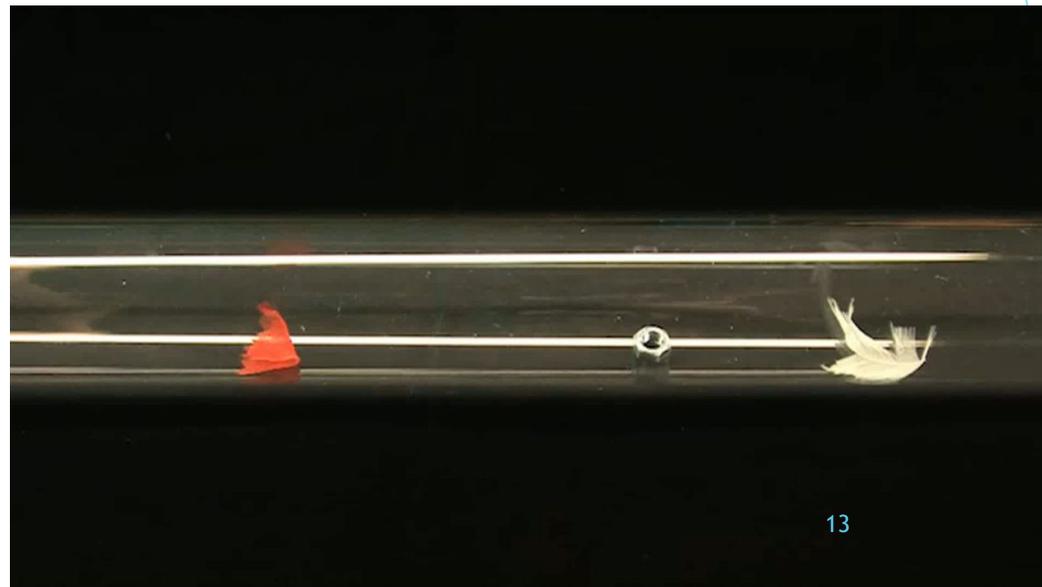
- ▶ При равноускоренном и равнозамедленном движении:

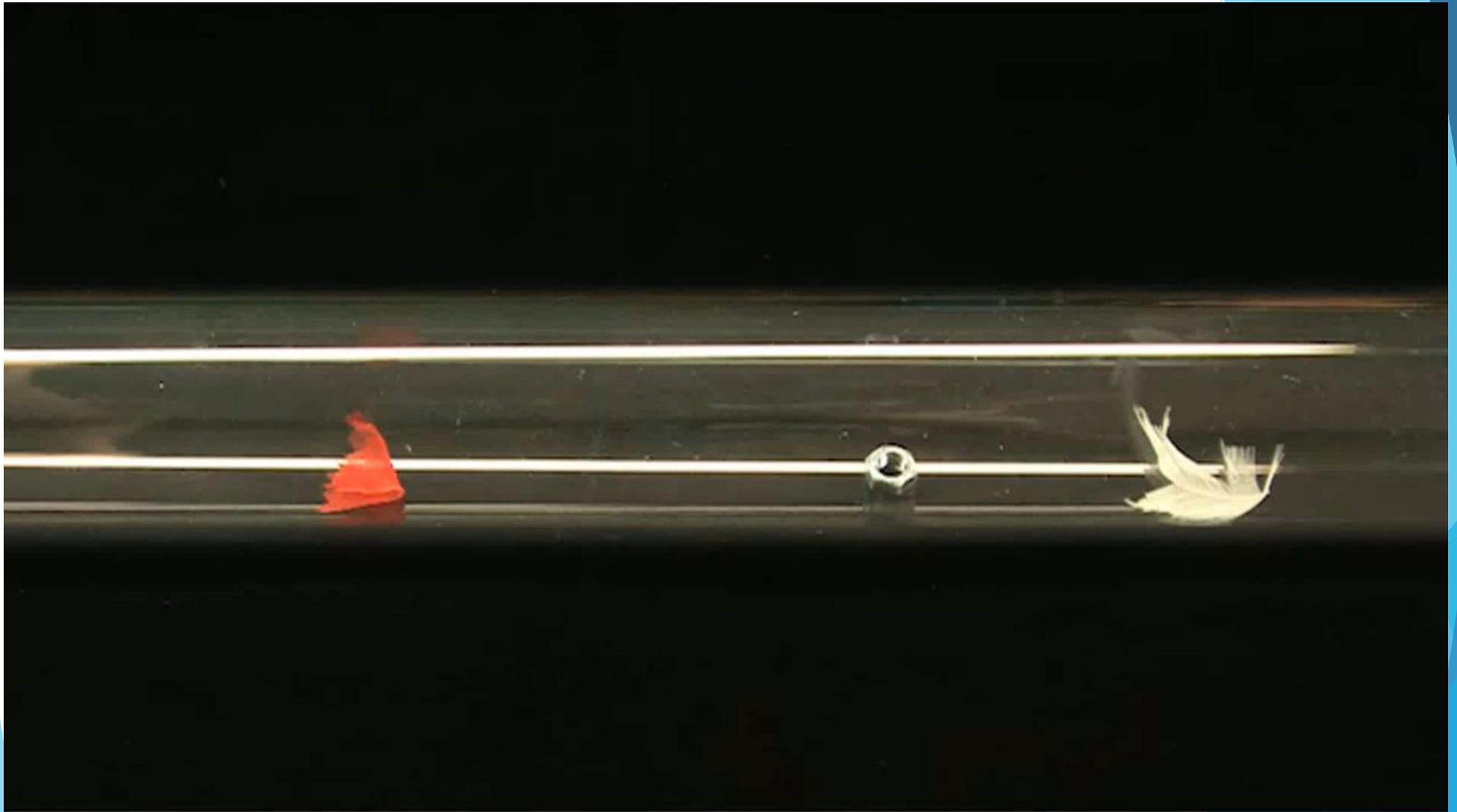
$$t = \frac{v - v_0}{a}; t = \frac{v_0 - v}{a}$$

- ▶ Тогда $l = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ для равноускоренного движения, $l = \frac{-(v^2 - v_0^2)}{2a}$ для равнозамедленного.

Ускорение

- ▶ Свободное падение тел
- ▶ Галилей в конце 16в доказал что все тела достигали поверхности Земли примерно за одно и то же время.





Свободное падение тел

- ▶ Если сопротивление воздуха отсутствует, то вблизи поверхности Земли ускорение падающего тела постоянно.
- ▶ Свободное падение – движение тела только под влиянием притяжения его к Земле.
- ▶ Ускорение свободного падения – ускорение, сообщаемое Землей всем телам. Оно всегда направлено вертикально вниз, обозначается \vec{g}

Свободное падение тел

- ▶ Свободное падение – это не всегда движение вниз (может сначала двигаться вверх), ускорение свободного падения меняется в зависимости от широты и от высоты над уровнем моря.
- ▶ Ускорение свободного падения на поверхности Земли g варьируется от $9,780 \text{ м/с}^2$ на экваторе до $9,82 \text{ м/с}^2$ на полюсах. Стандартное («нормальное») значение, принятое при построении систем единиц, составляет $9,80665 \text{ м/с}^2$. Стандартное значение g было определено как «среднее» в каком-то смысле на всей Земле: оно примерно равно ускорению свободного падения на широте $45,5^\circ$ на уровне моря. В приблизительных расчётах его обычно принимают равным $9,81$, $9,8$ или более грубо 10 м/с^2 .

Ускорение

$$\vec{g} = \text{const}; \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t; \quad \vec{s} = \vec{v}_0t + \frac{\vec{g}t^2}{2}; \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{\vec{g}t^2}{2}.$$

$$\left. \begin{aligned} g_x &= g \cos 90^\circ = 0; \\ v_x &= v_{0x} = \text{const}; \\ s_x &= v_{0x}t; \\ x &= x_0 + v_{0x}t. \end{aligned} \right\}$$
$$\left. \begin{aligned} g_y &= g \cos 180^\circ = -g; \\ v_y &= v_{0y} - gt; \\ s_y &= v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}; \end{aligned} \right\}$$
$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \end{aligned} \right\}$$

Ускорение

- ▶ **Движение тела, брошенного под углом к горизонту.**
- ▶ Определим, по какой траектории будет двигаться тело, если на всем пути ускорение свободного падения будет постоянным.
- ▶ Пусть из начальной точки брошено тело с v_0 под углом α к горизонту.
- ▶ Выберем оси координат так, чтобы v_0 и g были в одной плоскости XOY , начало координат совместим с точкой бросания.

Ускорение

- ▶ Движение тела, как и любое движение с постоянным ускорением описывается уравнениями:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

- ▶ $x_0 = 0, y_0 = 0$
- ▶ $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$
- ▶ $v_{0y} = v_0 \cos (90-\alpha) = v_0 \sin \alpha$
- ▶ $a_x = 0, a_y = -g$

Ускорение

- ▶ Поэтому, уравнения можно записать как

$$\begin{aligned}x &= v_0 \cos \alpha \cdot t, \\y &= v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.\end{aligned}$$

- ▶ Для определения траектории можно по точкам построить значения x и y для разных моментов времени и соединить их.
- ▶ А можно получить зависимость $y(x)$, т.е. уравнение траектории.

Ускорение

▶ Можно выразить t через x :
$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}.$$

▶ Подставив это t в уравнение для y получаем

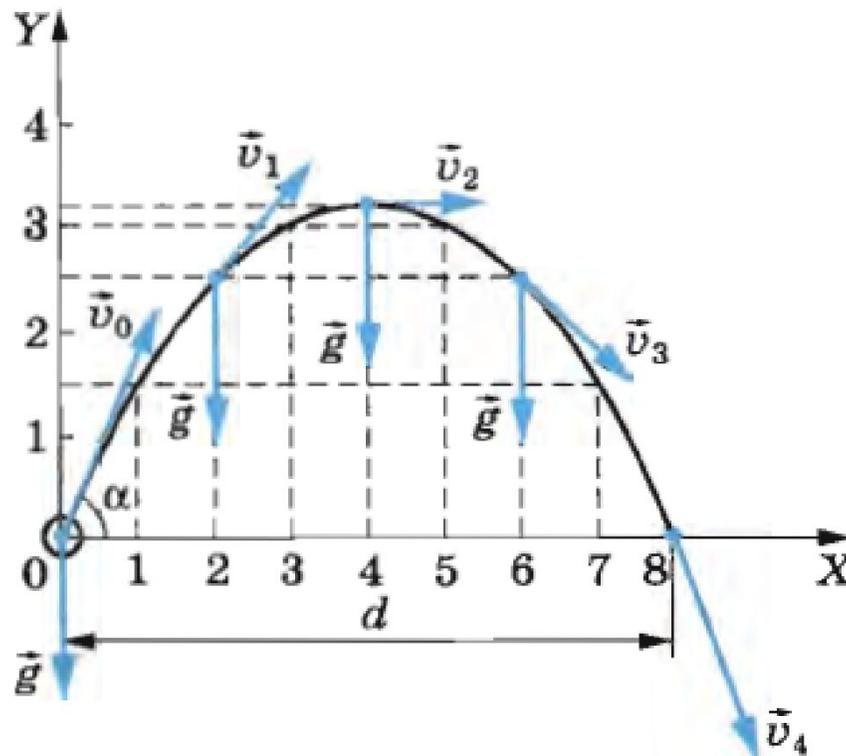
$$y = x \frac{v_0 \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2.$$

▶ Приняв $\operatorname{tg} \alpha = c$ и $-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = b$.

▶ Запишем: $y = bx^2 + cx$

Ускорение

- ▶ Из алгебры известно, что график этой функции – парабола.
- ▶ Т.е. если ускорение свободного падения постоянно, то тело, брошенное под углом к горизонту, движется по параболе.



Ускорение

➔ Найдем время движения, дальность и высоту полета.

$$y=0, v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - gt^2/2 = 0 \Rightarrow t(v_0 \cdot \sin \alpha - gt/2) = 0 \Rightarrow t = 2v_0 \sin \alpha / g$$

$$x_{\max} = v_0 \cos \alpha \cdot t = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Найдем y_{\max} из формулы для пути без времени при равнозамедленном движении:

$$l = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}, \text{ в верхней точке } v = 0, \text{ ускорение } - \text{ ускорение свободного падения.}$$

$$y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$