

Описанные и вписанные шары

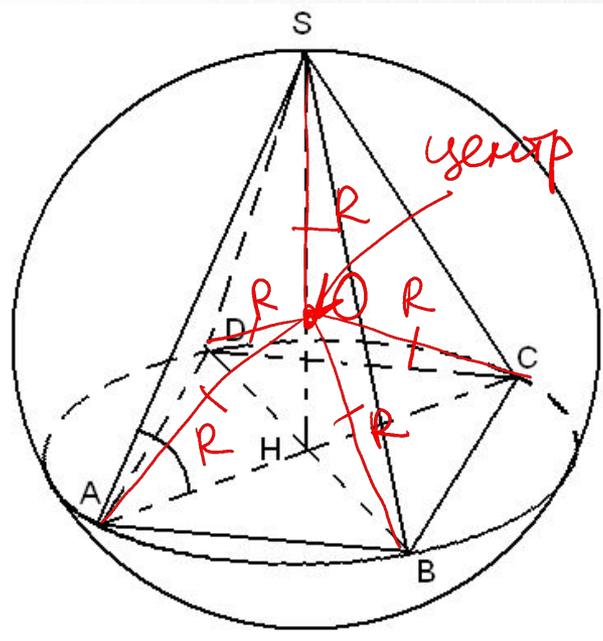
Описанные шары



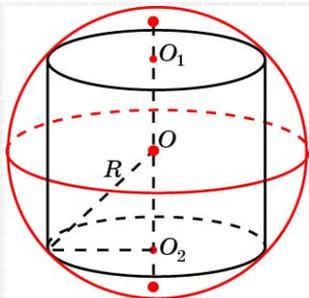
Шар называется **описанным около многогранника**, а многогранник **вписанным в этот шар**, если все вершины многогранника лежат на поверхности шара.



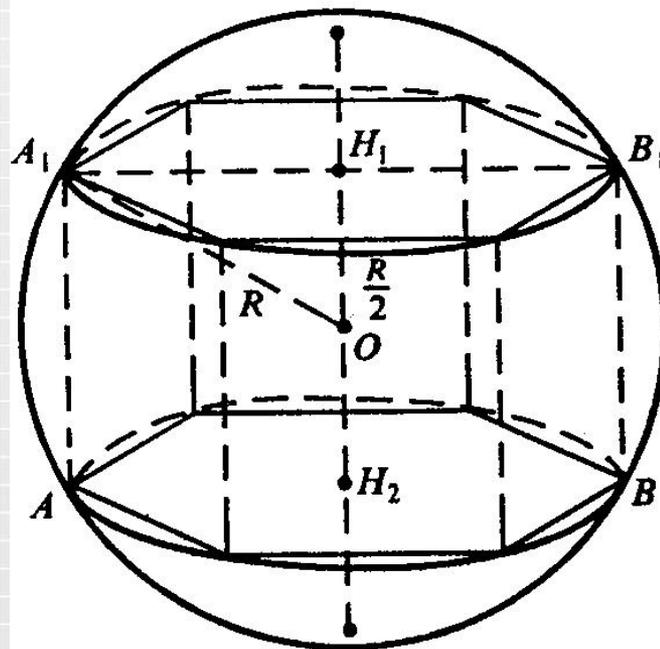
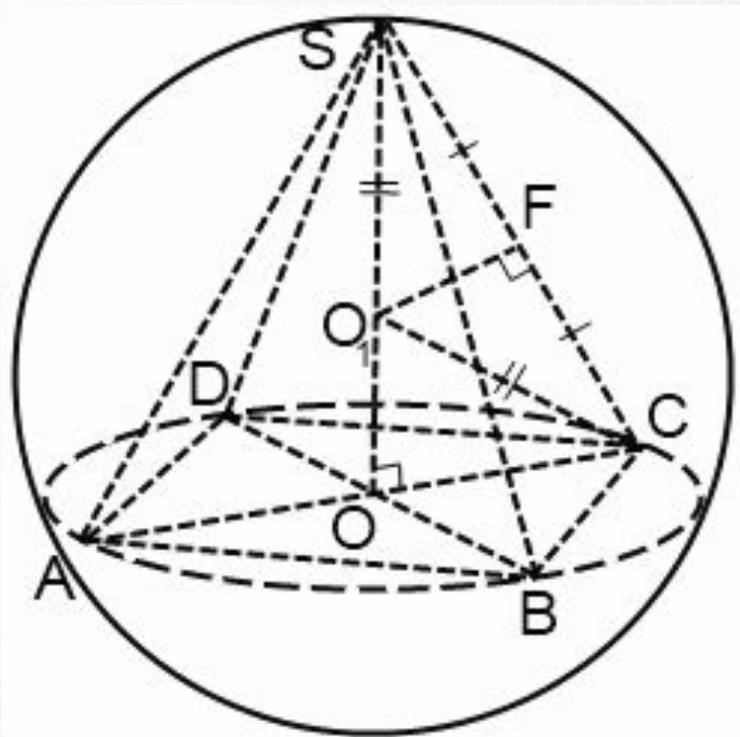
Многогранники, вписанные в шар



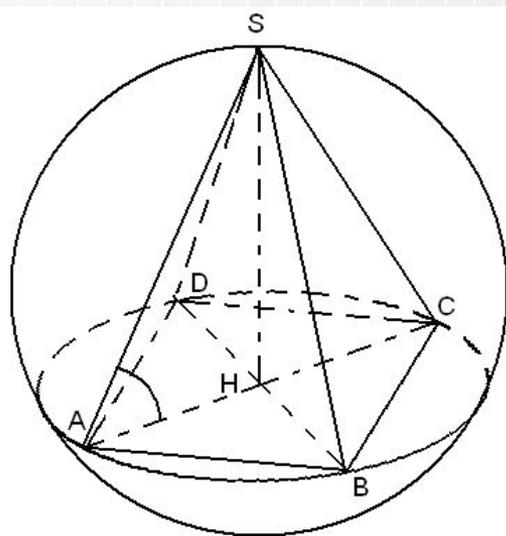
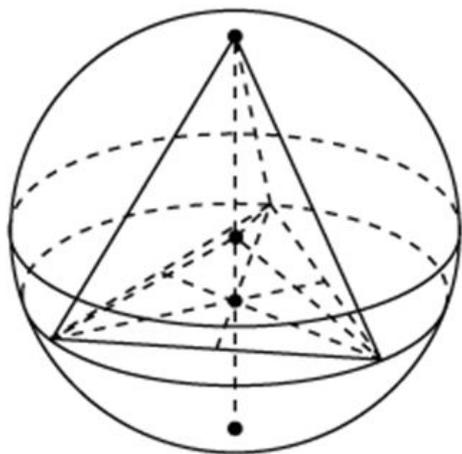
1. Центр описанного около многогранника шара есть точка, равноудаленная от всех его вершин.
2. Чтобы около многогранника можно было описать сферу, необходимо и достаточно, чтобы каждая его грань была многоугольником, около которого можно было описать окружность.



Многогранники, вписанные в шар

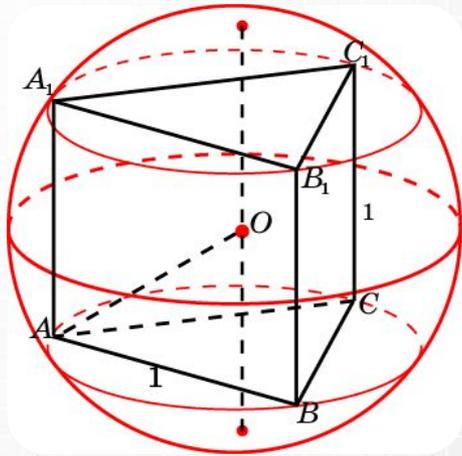


Вписанная пирамида



1. Около тетраэдра можно описать сферу.
2. Для того, чтобы около пирамиды можно было описать сферу, необходимо и достаточно, чтобы около основания пирамиды можно было описать окружность.

Вписанная призма



1. Для того, чтобы около призмы можно было описать сферу, необходимо и достаточно, чтобы
 - 1) призма была прямой и около основания можно было описать окружность.

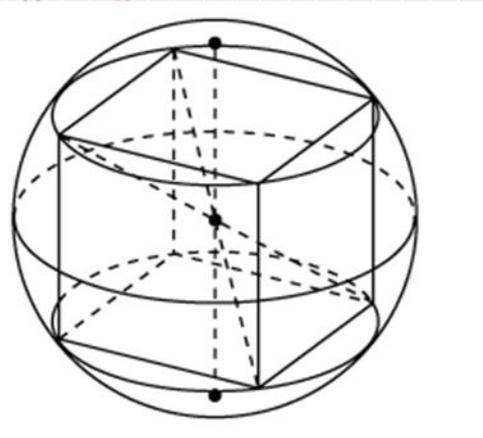
2. В кубе радиус описанной сферы равен половине диагонали куба.

$$R = 0.5 D$$

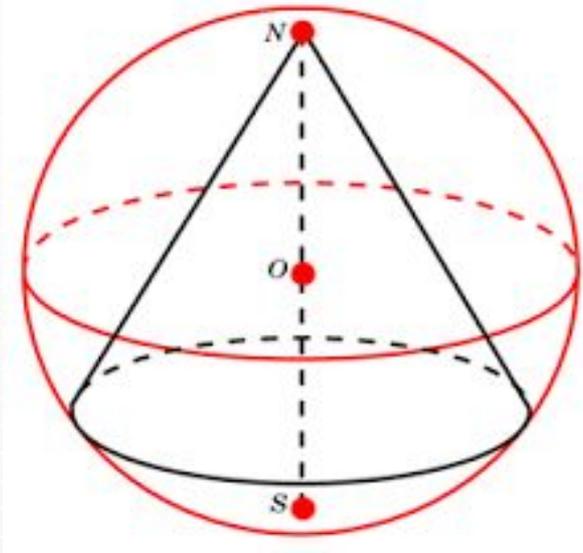
Подсказка:

$$D =$$

$a\sqrt{3}$, где a — длина ребра куба

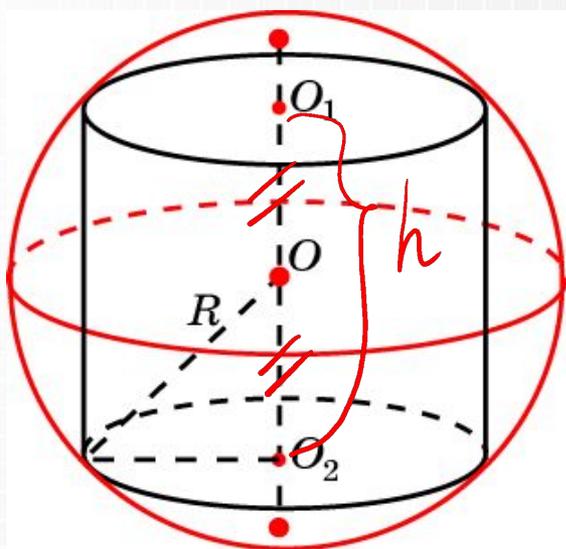


Вписанный конус



Шар называется описанным около конуса, если поверхность шара проходит через вершину конуса, а окружность основания конуса лежит на поверхности шара.

Вписанный цилиндр



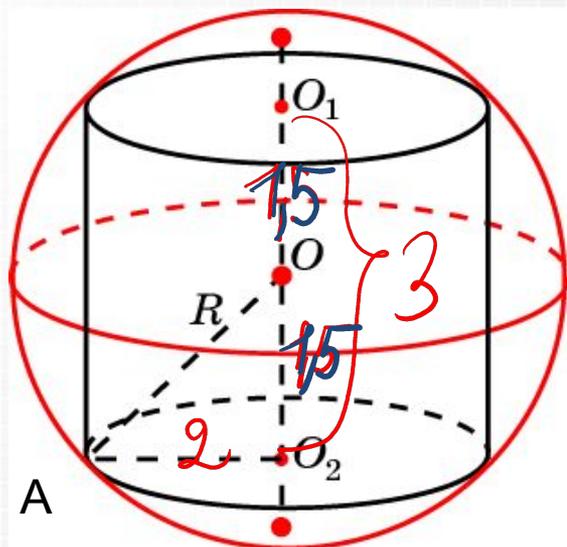
Шар называется описанным около цилиндра, если окружности его оснований лежат на поверхности шара.

$$O_1O_2 = h$$

$$O_1O = OO_2 = \frac{h}{2}$$

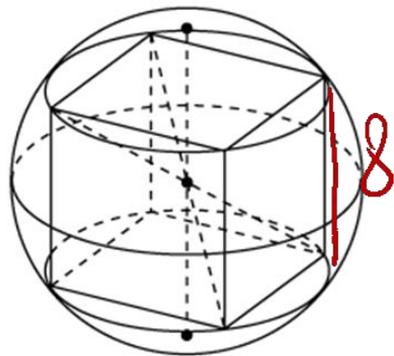
Задача 3

Найти радиус шара, описанного около цилиндра, радиус основания которого равен 2 см, а высота равна 3 см.



1. Для того, чтобы около призмы можно было описать сферу, необходимо и достаточно, чтобы призма была прямой и около основания можно было описать окружность.
2. В кубе радиус описанной сферы равен половине диагонали куба.
 $R = 0,5 D$
Подсказка:
 $D =$

Ответ: 2,5



Площадь полной поверхности куба равна 384 см^2 . Найдите ребро куба, радиус описанной сферы и площадь полной поверхности описанной сферы.

Куб: $S_{\text{п.п}} = 384$

$$6a^2 = 384$$

$$a^2 = 64$$

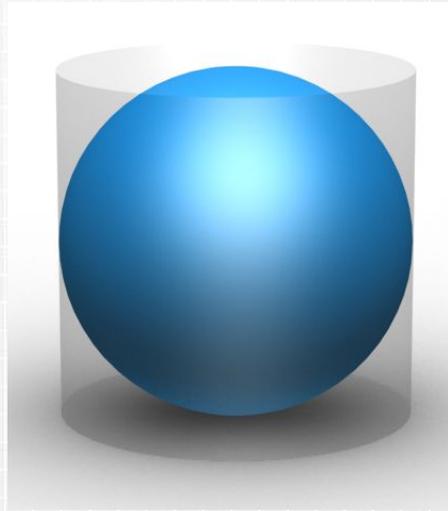
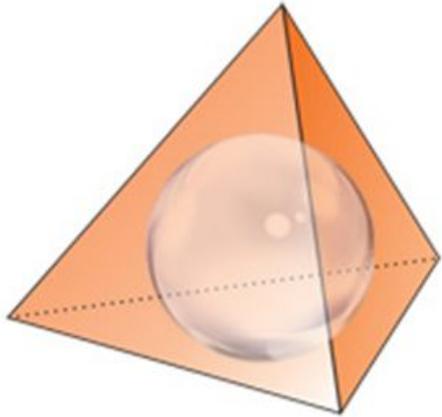
$$a = 8$$

$$d = a\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

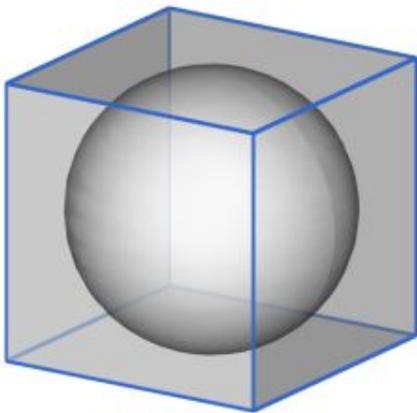
$$R = \frac{1}{2}d = 4\sqrt{3}$$

Сфера: $S_{\text{п.п}} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot (4\sqrt{3})^2 = 192\pi \text{ см}^2$

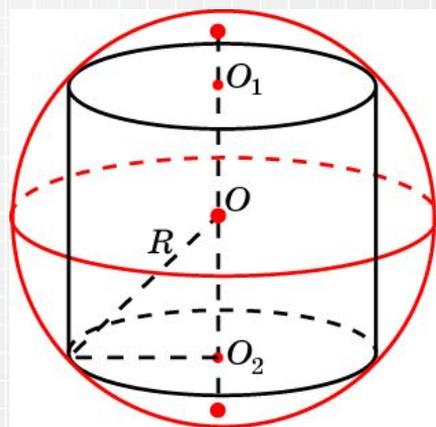
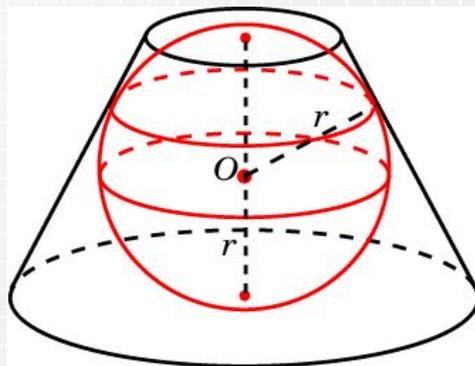
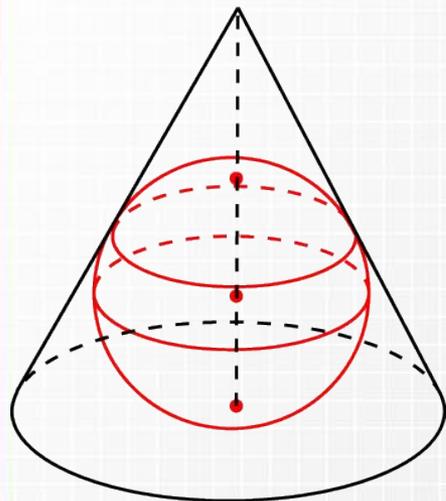
Вписанные шары



Шар называется
вписанным в
многогранник, а
многогранник- описанным
вокруг шара,
если плоскости всех
граней касаются шара.

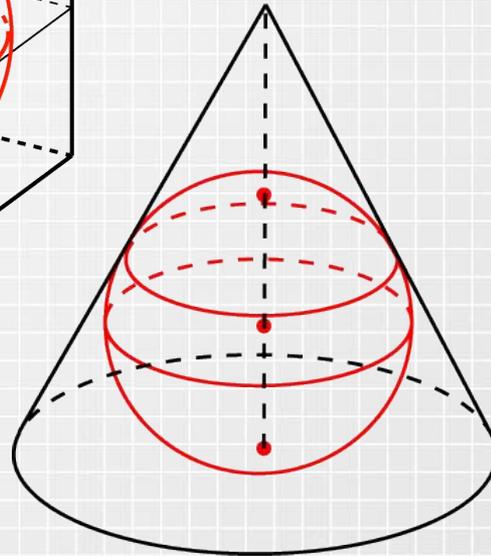
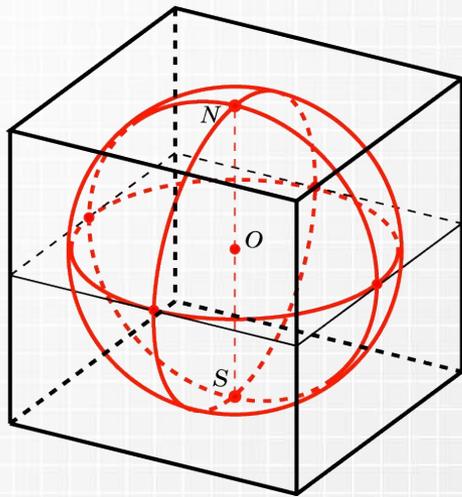


Вписанные шары

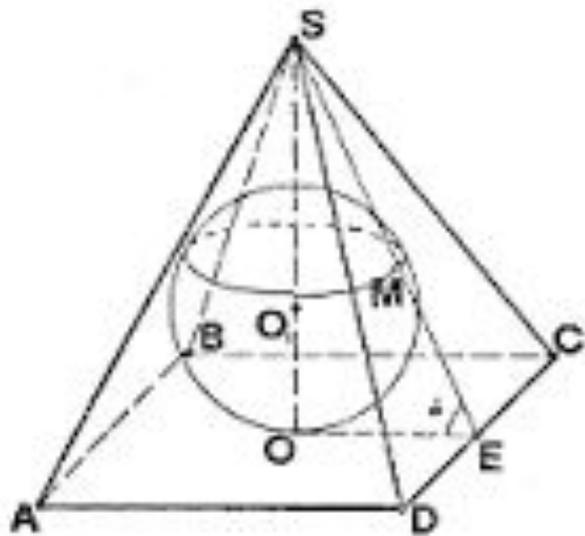


Шар называется вписанным в конус, усеченный конус, цилиндр, если поверхность шара касается плоскостей оснований этих фигур и всех образующих этих поверхностей

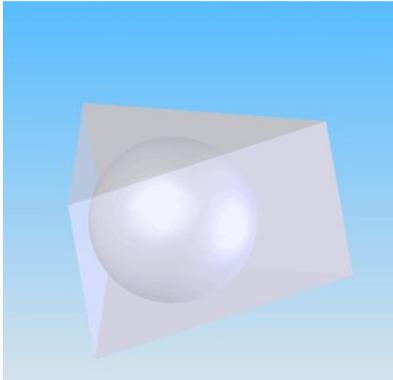
Вписанные шары



Центр вписанного
шара является
точка
равноудаленная от
всех граней
многогранника.

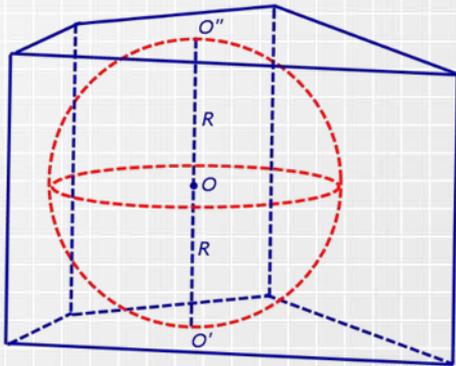
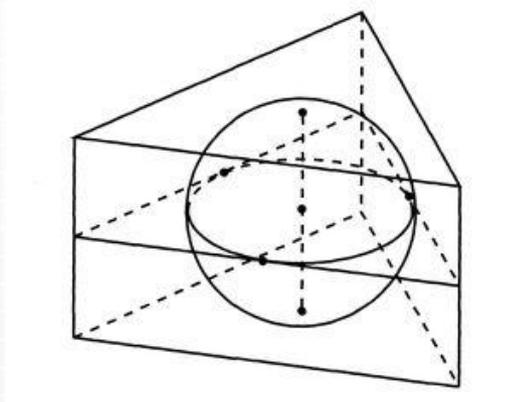


Центр вписанной сферы является точка пересечения биссекторов всех внутренних двугранных углов многогранника.

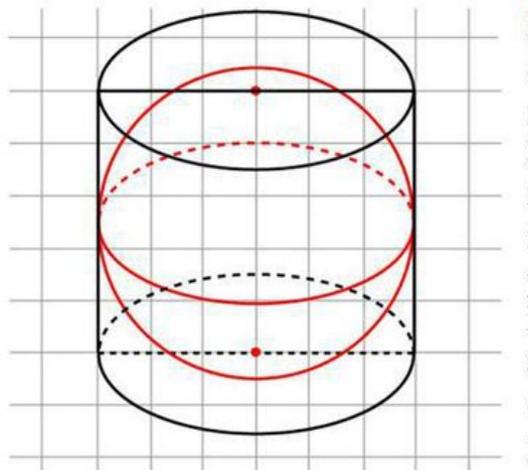


Шар, вписанный в призму

1. Для того, чтобы в призму можно было вписать шар, необходимо и достаточно, чтобы в перпендикулярное сечение призмы можно было вписать окружность и чтобы высота призмы была равна диаметру этой окружности.



Шар, вписанный в цилиндр

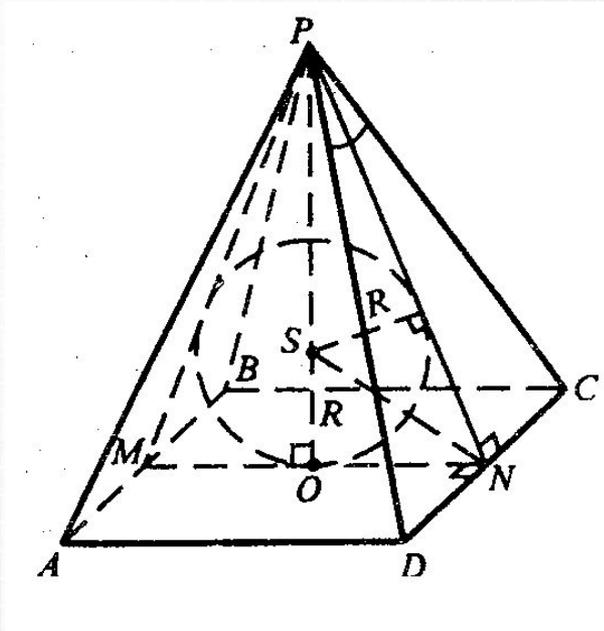


1. Шар можно вписать в цилиндр, если высота цилиндра равна диаметру этой сферы.

2. Центр вписанного шара лежит на середине высоты прямой призмы (цилиндра), проходящей через центры окружностей, вписанных в основание призмы.

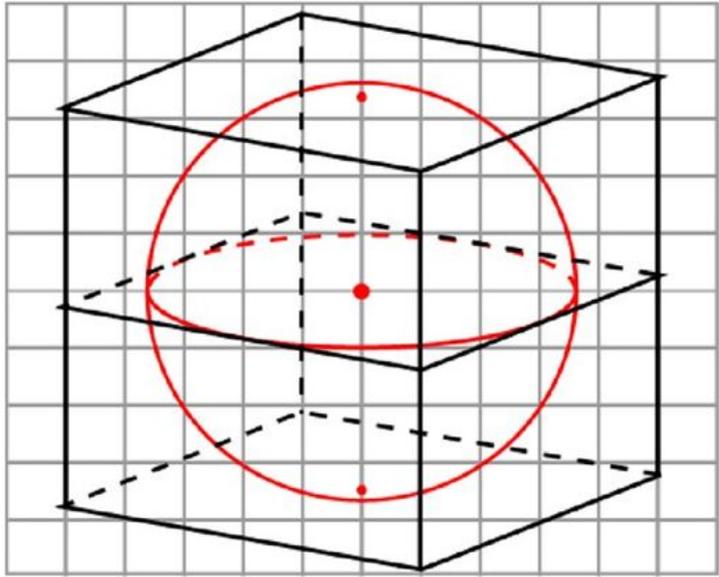
$$h=2r$$

Шар, вписанный в пирамиду



В треугольную и любую правильную n -угольную пирамиду всегда можно вписать шар.

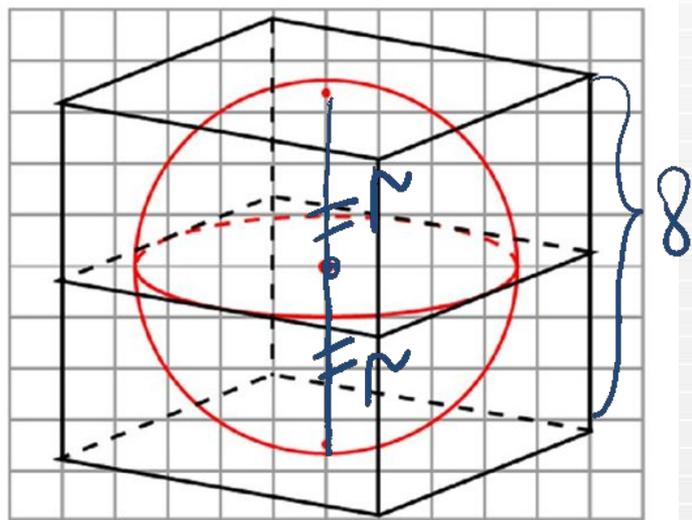
Центр шара – точка пересечения высоты с биссектрисой угла между любой образующей и плоскостью основания.



В кубе радиус
вписанной сферы
равен половине длины
ребра куба.

$$r=0,5a$$

а- длина ребра куба



Площадь полной поверхности куба равна 384 см^2 . Найдите ребро куба, радиус вписанной сферы и площадь полной поверхности вписанной сферы.

$$\text{Куб: } S_{\text{пп}} = 6a^2 = 384$$

$$a = 8$$

$$r = \frac{1}{2}a = 4$$

$$\text{Сфера } S_{\text{пп}} = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi \text{ см}^2$$