ФГБОУ ВПО
УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОМЕХАНИКА»

Доклад по дисциплине «Методы научного исследования в СГиППр»

на тему:

«Кинематика жидкости как конвенция»

Выполнил – ст. гр. ЭГМ-106 Леонов В.В.

Кинематика жидкости – раздел механики жидкости и газа, в котором изучается движение жидкой среды вне зависимости от действующих на нее сил. Основная задача кинематики заключается в установлении связи между координатами жидких частиц, их скоростями, ускорениями и другими параметрами, а также закономерностями их изменения во времени.

Движение жидкости описывается двумя методами: Лагранжа (субстанциональный) и Эйлера (локальный).

$$\begin{cases} x = x(x_0, y_0, z_0, t), \\ y = y(x_0, y_0, z_0, t), \\ z = z(x_0, y_0, z_0, t). \end{cases}$$

Метод Лагранжа

- В **методе Лагранжа** движение каждой жидкой частицы задается законом движения и координатами в начальный момент времени x_0, y_0, z_0

Метод Лагранжа

- Кинематические характеристики (скорость и ускорение) при этом выражаются следующим образом.

Ускорени
е

$$v_x(t)=\frac{\partial x}{\partial t}, v_y(t)=\frac{\partial y}{\partial t}, v_z(t)=\frac{\partial z}{\partial t}$$

Скорость

$$a_x(t)=\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, a_y(t)=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, a_z(t)=\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

Метод Эйлера

$$\vec{u}(x,y,z)=u_x\vec{i}+u_y\vec{j}+u_z\vec{k}$$ – векторный вид;

в координатах: $$\begin{cases} u_x = u_x(x,y,z,t), \\ u_y = u_y(x,y,z,t), \\ u_z = u_z(x,y,z,t). \end{cases}$$

- В **методе Эйлера** движение жидкости задается полем скоростей в каждой точке пространства с координатами *x, y, z*.

Метод Эйлера

- Поле ускорений жидкости при этом выразится следующим образом

Векторный вид

$$\vec{a}(x,y,z)=\frac{d\vec{u}}{dt}=\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+\frac{\partial\vec{u}}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial\vec{u}}{\partial y}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial\vec{u}}{\partial z}\frac{dz}{dt}=\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+(\vec{u}\cdot\nabla)\cdot\vec{u}$$

$\dfrac{\partial\vec{u}}{\partial t}$ - Локальное ускорение

$(\vec{u}\cdot\nabla)\cdot\vec{u}$ - Конвективное ускорение

В координатах

$$\begin{cases} a_x=\dfrac{du_x}{dt}=\dfrac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\dfrac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\dfrac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\dfrac{\partial u_x}{\partial z},\\ a_y=\dfrac{du_y}{dt}=\dfrac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\dfrac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\dfrac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\dfrac{\partial u_y}{\partial z},\\ a_z=\dfrac{du_z}{dt}=\dfrac{\partial u_z}{\partial t}+u_x\dfrac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\dfrac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\dfrac{\partial u_z}{\partial z}. \end{cases}$$

- Переход от Эйлеровых координат к Лагранжевым производится решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = u_x(x, y, z, t), \\ \dfrac{dy}{dt} = u_y(x, y, z, t), \\ \dfrac{dz}{dt} = u_z(x, y, z, t). \end{cases}$$

- Согласно **теореме Коши-Гельмгольца**, движение жидкой частицы раскладывается на переносное движение вместе с некоторым полюсом, вращательное с угловой скоростью вокруг мгновенной оси, проходящей через этот полюс:

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\operatorname{rot}\vec{u}(x, y, z) = \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

И деформационное движение. Таким образом, любое движение жидкой среды может рассматриваться как суперпозиция потенциального и вихревого течений

- Наглядное представление о характере движения жидкой среды дается кинематическими элементами: линей тока, элементарной струйкой (для потенциального течения); вихревой линией, вихревым шнуром (для вихревого течения).

Кинематические элементы

- **Линия тока** – кривая, к каждой точке которой вектор скорости направлен по касательной

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}$$

- **Элементарная струйка** (трубка тока) – поверхность, ограничивающая линию тока по замкнутому контуру *dl*. Поверхность *dS*, образованная контуром *dl* и перпендикулярная линии тока, называется живым сечением.

- **Вихревая линия** – кривая, к каждой точке которой вектор угловой скорости направлен по касательной

$$\frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}$$

- **Вихревой шнур** – поверхность, ограничивающая вихревую линию по замкнутому контуру *dl*. Поверхность *dσ*, образованная контуром *dl* и перпендикулярная вихревой линии, называется сечением вихря.

- Количественная оценка течения жидкой среды осуществляется интегральными характеристиками: **расход** (потенциальное течение):

$$G = \int_S \rho \vec{u}_n dS = \int_W \mathrm{div}(\rho \vec{u}_n) dW = \rho Q$$

где G – массовый расход в кг/с, $\overrightarrow{u_n}$ – нормальная составляющая вектора скорости $\vec{u}$ по отношению к живому сечению элементарной струйки, Q – объемный расход в м^3/с

- **интенсивностью вихрей** и **циркуляцией скорости** (вихревое течение):

$$\Gamma = 2J = 2\int_\sigma \vec{\omega}_n d\sigma$$

где Γ – циркуляция скорости, J – поток вихрей (м^2/с)

- Закон сохранения массы для жидкой среды выражает **уравнение неразрывности**: (Л. Эйлер, 1750):

$$\int_S \rho u_n dS = -\int_W \frac{\partial \rho}{\partial t} dW$$ интегральная форма

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0, \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{u}) = 0$$ дифференциальная форма

$$\operatorname{div}(\vec{u}) = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$ для несжимаемой среды

$$G = \rho Q = \rho w S$$ для одномерного течения жидкости

где w – средняя скорость, S – гидравлический диаметр

Благодарю за внимание!