ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ ПРИ РАБОТЕ С ИНФОРМАЦИЕЙ

Высказывания

- **Определение 1.** *Высказыванием* называется предложение, которое может быть либо истинным, либо ложным.

Примеры.

- **1.** Предложение «Снег – белый» есть истинное высказывание.
- **2.** Предложение «Волга впадает в Средиземное море» – ложное высказывание.
- **3.** Предложение «2+2=10» – ложное высказывание.

Значение истинности

- Условимся каждому истинному высказыванию сопоставлять число 1, а ложному – число 0.

$$\alpha(P) = \begin{cases} 1, & \text{если высказывание } P \text{ истинно;} \\ 0, & \text{если высказывание } P \text{ ложно.} \end{cases}$$

- **Определение 2.** Число $\alpha(P)$ называется *значением истинности* высказывания *P*.

Операции над высказываниям

Условные обозначения логических связок

Связка	*Операция*	*Обозначение*	Правила *чтения*	*Пример* А – преподаватель ведет лекции , В – преподаватель ведет практику
Не	Отрицание	$\overline{A}$	**Не** A	$\overline{A}$ – преподаватель **не** читает лекции, $\overline{B}$ – Преподаватель **не** ведет практику
И	Конъюнкция	$A \wedge B$	A **и** B	$A \wedge B$ – Преподаватель читает лекции **и** (преподаватель) ведет практику

Операции над высказываниям

Или	Дизъюнкция	$A \vee B$	A **или** B	$A \vee B$ – Преподаватель читает лекции **или** (преподаватель) ведет практику
Если…, то …	Импликация	$A \Rightarrow B$	**Если** A, **то** B	$A \Rightarrow B$ – **Если** преподаватель читает лекции, **то** он (преподаватель) ведет практику
…, тогда и только тогда, когда	Эквиваленция	$A \Leftrightarrow B$	A **тогда и только тогда, когда** B	$A \Leftrightarrow B$ Преподаватель читает лекции **тогда и только тогда, когда он** (преподаватель) ведет практику

Операции над высказываниям

- 1. Отрицание высказывания

Определение 1. *Отрицанием* высказывания *P* называется новое высказывание, обозначаемое $\overline{P}$(читается: «Не *P*» или «Неверно, что *P*»), которое считается истинным, если высказывание *P* ложно, и ложным, если *P* истинно.

Операции над высказываниям

Значения истинности высказываний P и $\overline{P}$ связаны между собой, как указано в следующей таблице:

$\alpha(P)$	$\alpha(\overline{P})$
1	0
0	1

Операции над высказываниям

- 2. Конъюнкция высказываний

Определение 2. *Конъюнкцией* высказываний *P* и *Q* называется новое высказывание, обозначаемое $P \wedge Q$ (читается «*P* и *Q*»), которое считается истинным, если истинны оба высказывания *P* и *Q*, и ложным во всех остальных случаях.

Операции над высказываниям

Таблица истинности для конъюнкции

$\alpha(P)$	$\alpha(Q)$	$\alpha(P \wedge Q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Операции над высказываниям

- 3. Дизъюнкция высказываний

Определение 3. *Дизъюнкцией* высказываний P и Q называется новое высказывание, обозначаемое $P \vee Q$ (читается «P или Q»), которое истинно в тех случаях, если истинно хотя бы одно из высказываний P или Q, и ложно, если ложны оба высказывания P и Q

Операции над высказываниям

Таблица истинности для дизъюнкции

$\alpha(P)$	$\alpha(Q)$	$\alpha(P \vee Q)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Операции над высказываниям

- 4. Импликация высказываний

Определение 4. *Импликацией* высказываний *P* и *Q* называется высказывание, обозначаемое $P \Rightarrow Q$ (читается: «Если *P*, то *Q*», или «Из *P* следует *Q*», или «*P* влечет за собой *Q*»), которое ложно лишь в том случае, если *P* истинно, а *Q* ложно.

Операции над высказываниям

Таблица истинности для импликации

$\alpha(P)$	$\alpha(Q)$	$\alpha(P \Rightarrow Q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Операции над высказываниям

- 5. Эквивалентность высказываний

Определение 5. *Эквивалентностью* (или *эквиваленцией*) высказываний *P* и *Q* называется новое высказывание, обозначаемое $P \Leftrightarrow Q$ (читается «*P* эквивалентно *Q*», или «*P* тогда и только тогда, когда *Q*»), которой истинно в том и только в том случае, если *P* и *Q* одновременно Истинны или одновременно ложны.

Операции над высказываниям

Таблица истинности для эквивалентности

$\alpha(P)$	$\alpha(Q)$	$\alpha(P \Leftrightarrow Q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Формулы алгебры высказываний

С помощью логических операций, можно, исходя из простейших высказываний, строить новые, более сложные.

- *Высказывательными переменными* будем называть такие переменные, которые могут принимать в качестве своих значений любые конкретные высказывания.

Формулы алгебры высказываний

Полное описание понятия формулы дают следующие соглашения:

- 1°. Каждая отдельно взятая высказывательная переменная есть формула.
- 2°. Если F_1 и F_2 – две формулы, то выражения $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, $(F_1 \wedge F_2)$, $(F_1 \vee F_2)$, $(F_1 \Rightarrow F_2)$, $(F_1 \Leftrightarrow F_2)$ также являются формулами.
- 3°. Не существует никаких других формул, кроме тех, которые получаются в результате применения конечного числа раз пп.1° и 2°.

Формулы алгебры высказываний

Пример

X	Y	$\left(X \overset{1}{\vee} Y\right) \overset{5}{\Leftrightarrow} \left(\overset{2}{\overline{X}} \overset{4}{\Rightarrow} \overset{3}{\overline{Y}}\right)$
1	1	1 1 0 1 0
1	0	1 1 0 1 1
0	1	1 0 1 0 0
0	0	0 0 1 1 1

Тавтологии

- **Определение 1.** Формула алгебры высказываний $F\left(X_1, X_2, ..., X_n\right)$ называется *тождественно истинной* (или *тавтологией*), если ее значение истинности равно 1 при любых значениях истинности для $X_1, X_2, ..., X_n$.

Равносильность формул

- **Определение**. Две формулы $F\left(X_1, X_2, ..., X_n\right)$ и $A\left(X_1, X_2, ..., X_n\right)$ алгебры высказываний называются *равносильными*, если при любых логических значениях переменных $X_1, X_2, ..., X_n$ логические значения высказываний *F* и *A* совпадают.

Например, формулы $X \Leftrightarrow Y$ и $\left(\overline{X} \vee Y\right) \wedge \left(\overline{Y} \vee X\right)$ равносильны