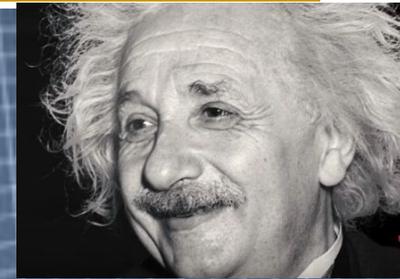


Уточнение формулы Стокса на базе релятивистского подхода

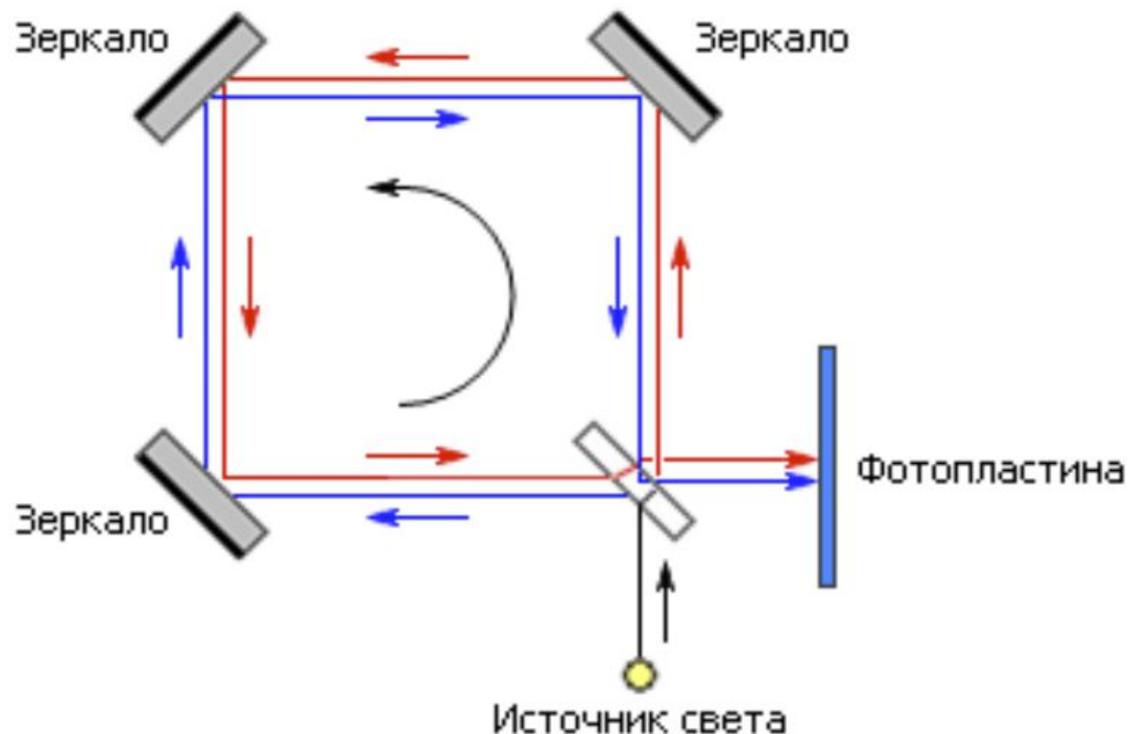


Выполнено уточнение формулы Стокса на базе релятивистского подхода. На основе релятивистской теории рассмотрены понятия отсчетной уровенной поверхности, релятивистского геоида, аномалий геопотенциала и силы тяжести, аномалий высот, выведено основное уравнение гравитационного потенциала. Несмотря на малую величину релятивистской поправки, уточнение вносит вклад в построение точных моделей гравитационного поля Земли.



2.3.8

2.5 ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭФФЕКТА САНЬЯКА В ДЛИННЫХ ОПТОВОЛОКОННЫХ ЛИНИЯХ



Свет от источника разделялся стеклом на два луча, которые обходили контур в противоположных направлениях и направлялись на фотопластинку. Эффект Саньяка проявлялся в смещении фаз встречных излучений в зависимости от скорости вращения платформы.

-
- Два луча лазера вводятся в одно и то же волокно, но в противоположных направлениях. Из-за эффекта Саньяка луч, движущийся против вращения, испытывает немного меньшую задержку пути, чем другой луч, движущийся по вращению. Результирующий дифференциальный фазовый сдвиг измеряется с помощью интерферометрии, тем самым переводя одну составляющую угловой скорости в сдвиг интерференционной картины, который измеряется фотометрически.
 - Он чрезвычайно чувствителен к очень низким угловым скоростям и, как таковой, может использоваться для измерения эффекта Саньяка, вызванного вращением Земли, а также гравитомагнитного эффекта.
-

Релятивистская основа

С тех пор эффект Саньяка подвергся тщательному изучению в различных экспериментальных условиях. В данной работе исследуется эффект Саньяка, возникающий в волоконно-оптических кабелях большой протяженности из-за суточного вращения Земли.

Рассмотрение релятивистских эффектов при распространении сигналов по волоконно-оптической сети требует

1. тщательного определения релятивистских систем отсчета на Земле и в ее окрестностях, а также
 2. релятивистской теории распространения света в среде.
-

Релятивистская основа

Опорная система координат – это математическая конструкция, используемая для определения пространственно-временных событий, описываемых посредством четырех координат $x^\alpha = (x^0, x^i) = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Индексы, записываемые греческими буквами, принимают значения 0, 1, 2 и 3, а записываемые латинскими буквами – 1, 2 и 3. Повторяющийся индекс подразумевает суммирование по этому индексу. Индекс 0 соответствует временной переменной, а индексы 1, 2 и 3 – трем пространственным координатам. Система отсчета является реализацией опорной системы координат, обычно в виде каталога положений и перемещений объектов или эфемериды.

Опорная система привязана к своему метрическому тензору $g_{\alpha\beta}(t, x^i)$, что позволяет вычислить пространственно-временной интервал между двумя событиями x^α и $x^\alpha + dx^\alpha$:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}(t, x^i) dx^\alpha dx^\beta \equiv g_{00} c^2 dt^2 + 2g_{0i} c dt dx^i + g_{ij} dx^i dx^j. \quad (1)$$

где c – скорость света.

Международная геоцентрическая система

- BCRS (Barycentric Celestial Reference System)

- Барицентрическая небесная система отсчета BCRS (Barycentric Celestial Reference System) предназначена для установления в рамках общей теории относительности пространственно-временных координат для Солнечной системы.
- Временная шкала BCRS - называется TCB (барицентрическое координатное время)
- BCRS – это система пространственно-временных координат солнечной системы с началом отсчета в барицентре солнечной системы и определяемая метрическим тензором, который задается Резолюцией B1.3 IAU 2000 (см. https://www.iau.org/administration/resolutions/general_assemblies/).

Международная геоцентрическая система

GCRS (Geocentric Celestial Reference System)

- Геоцентрическая небесная система отсчета GCRS (Geocentric Celestial Reference System). Геоцентрическая система пространственно-временных координат в рамках общей теории относительности
- Временной шкалой GCRS является координатное время TCG. Геоцентрическая небесная система координат (GCRS) лежит в основе вычислений временных задержек сигналов при РСДБ наблюдениях квазаров, лазерных наблюдений спутников и Луны.
- GCRS – это геоцентрическая инерциальная система (ECI) пространственновременных координат, метрический тензор которой также задается Резолюцией B1.3 IAU 2000. Эта система определяется таким образом, что преобразование пространственных координат между BCRS и GCRS не содержит вращательной компоненты, поэтому с точки зрения кинематики GCRS не вращается относительно BCRS. Геоцентрическая земная опорная система (GTRS) представляет собой геоцентрическую систему координат, жестко связанную с Землей (ECEF)

BCRS и GCRS взаимосвязаны

- Небесные системы BCRS и GCRS взаимосвязаны, их соответствующие координатные оси параллельны и неподвижны относительно внегалактических радиоисточников. Система не участвует в суточном вращении Земли
- Рассмотрены взаимосвязи этих систем
- Разница между BCRS и GCRS, по сравнению с их ньютоновскими аналогами, заключается в учете эффектов релятивистского сокращения пространственных расстояний и замедления времени, вызванных относительным орбитальным движением GCRS относительно BCRS и наличием гравитационного поля Солнца, Луны и других планет.
- Масштабы координатного времени - называемые TCB (барицентрическое координатное время) и TCG (геоцентрическое координатное время) соответственно - также различаются из-за замедления времени и гравитационного сдвига частоты.

Гравитационные потенциалы выражаются через интегралы, взятые по трехмерным объемам, занятым материей тел, составляющих Солнечную систему. Мы выделяем гравитационные потенциалы, связанные с Землей, и потенциалы, создаваемые внешними телами (Луна, Солнце, планеты и т. д.). В постньютоновском приближении это разложение линейно и имеет вид

$$w(t, \mathbf{x}) = w_E(t, \mathbf{x}) + \bar{w}(t, \mathbf{x}), \quad (2.5.4)$$

$$w^i(t, \mathbf{x}) = w_E^i(t, \mathbf{x}) + \bar{w}^i(t, \mathbf{x}), \quad (2.5.5)$$

где потенциалы с субиндексом E связаны с Землей, а с чертой - потенциалы внешних тел.

Явные выражения гравитационных потенциалов представили в виде частного решения уравнений Пуассона, представленных объемными интегралами:

$$w_E(t, \mathbf{x}) = G \int_{V_E} \frac{\sigma(t, \mathbf{x}) d^3x}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} + O(c^{-2}), \quad (2.5.6)$$

$$w_E^i(t, \mathbf{x}) = G \int_{V_E} \frac{\sigma^i(t, \mathbf{x}) d^3x}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} + O(c^{-2}), \quad (2.5.7)$$

где $\sigma(t, \mathbf{x})$ и $\sigma^i(t, \mathbf{x})$ - постньютоновская масса и плотность потока массы вещества Земли. Плотности напрямую связаны с моделью тензора энергии-импульса распределения вещества внутри Земли.

Внешние гравитационные потенциалы в GCRS находятся как общее решение однородного уравнения Лапласа, которое выражается через гармонические полиномы

$$\bar{w}(t, \mathbf{x}) = Q_i x^i + \frac{1}{2} Q_{ij} x^i x^j + \frac{1}{6} Q_{ijk} x^i x^j x^k + O(r^4), \quad (2.5.14)$$

$$\bar{w}^i(t, \mathbf{x}) = C_{ij} x^j + \frac{1}{2} C_{ijk} x^j x^k + O(r^3), \quad (2.5.15)$$

где $Q_i = Q_i(t)$, $Q_{ij} = Q_{ij}(t)$ и $Q_{ijk} = Q_{ijk}(t)$ - дипольный, квадрупольный и октупольный моменты приливного гравитозлектрического поля, $C_{ij} = C_{[ij]}(t)$, $C_{ijk} = C_{[ij]k}(t)$ - квадрупольный и октупольный моменты приливного гравитомагнитного поля, где квадратные скобки вокруг индексов указывают на антисимметрию.

- Внешние мультипольные моменты выразили через частные производные от внешних гравитационных потенциалов Солнца, Луны и других планет и представили через интегралы, выполненные по объемам внешних тел

$$\bar{U}(t, \mathbf{y}) = G \sum_{A \neq E} \int_{V_A} \frac{\sigma(t, \mathbf{y}') d^3 y'}{|\mathbf{y} - \mathbf{y}'|} + O(c^{-2}), \quad (2.5.16)$$

$$\bar{U}^i(t, \mathbf{y}) = G \sum_{A \neq E} \int_{V_A} \frac{\sigma^i(t, \mathbf{y}') d^3 y'}{|\mathbf{y} - \mathbf{y}'|} + O(c^{-2}). \quad (2.5.17)$$

где $\sigma(t, \mathbf{y})$ и $\sigma^i(t, \mathbf{y})$ описывают распределение массы и плотности проводящей массы внутри объема внешнего тела A в барицентрических координатах $\mathbf{y} = \{y^i\}$.

В частности, внешние мультипольные моменты равны

$$Q_{ij} = \bar{U}_{,ij}(\mathbf{y}_E), \quad (2.5.18)$$

|

$$Q_{ijk} = \bar{U}_{,ijk}(\mathbf{y}_E), \quad (2.5.19)$$

$$C_{ijk} = \frac{4}{3} \left[v_E^{[i} \bar{w}^{j]k}(\mathbf{y}_E) - \bar{w}^{[i,j]k}(\mathbf{y}_E) - \frac{1}{2} \delta^{k[i} \dot{\bar{w}}^{j]}(\mathbf{y}_E) \right], \quad (2.5.20)$$

где точка над функцией обозначает полную производную по времени t и $v_E^i = dy_E^i / dt$ является скоростью геоцентра относительно BCRS. Обратите внимание, что все производные в (2.5.18) - (2.5.20) вычисляются на мировой линии геоцентра $\mathbf{y} = \mathbf{y}_E$.

Векторная величина Q_i - это небольшое (но заметное с помощью современных методов наблюдений, таких как VLBI, LLR и т. д.) ускорение мировой линии геоцентров по отношению к геодезической мировой линии, за которым следовал бы центр масс Земли, если бы Земля была сферически-симметричным телом. Ускорение происходит из-за связи дипольного I_E^i и квадрупольного I_E^{ij} моментов гравитационного поля Земли с приливным гравитационным полем внешних тел

$$Q_i = -\frac{1}{M_E} \left(Q_{ij} I_E^j + \frac{1}{2} Q_{ijk} I_E^{jk} + \dots \right), \quad (2.5.21)$$

где эллипсы указывают на присутствие членов более высокого порядка.

- Вычисленный квадрупольный гравитомагнитный момент представляет собой постньютоновскую матрицу динамического вращения пространственных осей GCRS относительно осей BCRS.

$$C_{\dot{y}jk} = \frac{4}{3} \left[v_E^{[i} \bar{w}^{j]k}(\mathbf{y}_E) - \bar{w}^{[i,j]k}(\mathbf{y}_E) - \frac{1}{2} \delta^{k[i} \dot{\bar{w}}^{j]}(\mathbf{y}_E) \right], \quad (2.5.20)$$

где точка над функцией обозначает полную производную по времени t и $v_E^i = dy_E^i / dt$ является скоростью геоцентра относительно BCRS. Обратите внимание, что все производные в (2.5.18) - (2.5.20) вычисляются на мировой линии геоцентра $\mathbf{y} = \mathbf{y}_E$.

Квадрупольный гравитомагнитный момент C_{ik} представляет собой постньютоновскую матрицу динамического вращения пространственных осей GCRS относительно осей BCRS. Динамическое вращение - это не что иное, как релятивистская прецессия, которая включена в метрический тензор GCRS из-за требований резолюций IAU 2000 поддерживать пространственные оси BCRS и GCRS выровненными, чтобы обе системы координат не вращались относительно друг друга [162, 164]. Это, однако, заставляет GCRS динамически вращаться с постньютоновской угловой скоростью, соответствующей бесконечно малой матрице вращения C_{ij} . Математическое выражение для матрицы постньютоновского динамического вращения с достаточной точностью имеет вид

$$C_{ij} = -\bar{w}^{[i,j]}(\mathbf{y}_E) + \frac{3}{4}v_E^{[i}\bar{w}^{j]}(\mathbf{y}_E) + \frac{1}{4}v_E^{[i}Q^{j]} , \quad (2.5.22)$$

где первый член в правой части представляет собой гравитомагнитную (Лензе-Тирринга) прецессию, второй член представляет собой геодезическую (де Ситтер) прецессию, а третий член представляет собой прецессию Томаса, вызванную негеодезическим движением геоцентра Земли с ускорением Q_i .

Международная земная система отсчёта ITRS (International Terrestrial Reference System)

- Международная земная система отсчёта ITRS (International Terrestrial Reference System). Специфический представитель GTRS. Именно ITRS рекомендуется для определения позиций и параметров движений объектов на Земле и в околоземном пространстве. Это полноценная международная геоцентрическая система координат. Поддерживается Международной службой вращения Земли IERS, и в мире является основной. Служба IERS создана в 1987 г. Международным астрономическим союзом IAU и Международным союзом геодезии и геофизики IUGG [31]. Начало её работы – 1 января 1988 г. При сохранении аббревиатуры IERS она в 2003 г. переименована в Международную службу вращения Земли и земных систем отсчёта (International Earth Rotation and Reference Systems Service).

Постулируется [112], что координата времени в ITRS - это TCG координата времени t (которая совпадает с координатой времени в GCRS), пространственные координаты обозначим $\xi^i = (\xi^1, \xi^2, \xi^3)$, а их начало находится в геоцентре. Преобразование GCRS в ITRS дается Конвенциями IERS

- Матрица преобразования на основе равенств представлена как произведение четырех матриц

$$\Lambda^{ij} = W^{ai}(t)R_3^{ab}(\text{GAST})N^{bk}(t)P^{kq}(t)B^{qj}, \quad (2.5.25)$$

где W^{ai} - матрица полярного колебания, $R_3^{ab}(\text{GAST})$ - матрица суточного вращения, зависящая от Гринвичского астрономического звездного времени - $\text{GAST} = \text{GAST}(t)$, то есть функция времени $t = \text{TCG}$, N^{bk} - матрица нутации, P^{kq} -

матрица прецессии, а постоянная матрица B^{qj} описывает так называемое смещение кадра.

Эти матрицы имеют следующую структуру [12]

$$P^{ij} = R_3^{ik}(\chi_A)R_1^{pk}(-\omega_A)R_3^{qp}(-\psi_A)R_1^{qj}(\varepsilon_0), \quad (2.5.26)$$

$$N^{ij} = R_1^{ki}(-\varepsilon - \Delta\varepsilon)R_3^{pk}(-\Delta\psi)R_1^{pj}(\varepsilon), \quad (2.5.27)$$

$$W^{ij} = R_3^{ki}(-s')R_2^{kp}(x_p)R_1^{pj}(y_p), \quad (2.5.28)$$

где ε_0 и $\varepsilon = \varepsilon(t)$ - постоянное и мгновенное наклонение небесного экватора к эклиптике $\chi_A = \chi_A(t)$, $\omega_A = \omega_A(t)$, $\psi_A = \psi_A(t)$ - вековые вариации прецессии, $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon(t)$ и $\Delta\psi = \Delta\psi(t)$ - периодические вариации нутации, $x_p = x_p(t)$ и $y_p = y_p(t)$ описывают полярное колебание, а $s' = s'(t)$ - небольшая вековая вариация, описывающая сдвиг между происхождением ITRS долготы и наземное промежуточное происхождение (ТЮ).

Ковариантная теория распространения света в среде

- Луч света распространяется в вакууме по нулевой геодезической, которая является кратчайшим путем между двумя событиями в пространстве-времени, одно из которых лежит в вершине светового конуса, а другое - на поверхности конуса.
- мы предполагаем, что свет распространяется в диспергирующей среде с показателем преломления

$$n = n(x^\alpha, \nu)$$

- который является функцией пространственно-временных координат и частоты света. В предположении отсутствия аномальной дисперсии можно применить эмпирическое уравнение пропускания Коши, связывающее показатель преломления в каждой точке пространства с частотой света. Трехчленное уравнение Коши представляет показатель преломления в виде полинома по четным степеням частоты

$$n^2(x, \nu) = A + B\nu^2 + C\nu^4,$$

Численные значения коэффициентов A, B, C разложения получены из лабораторных измерений и хорошо известны.

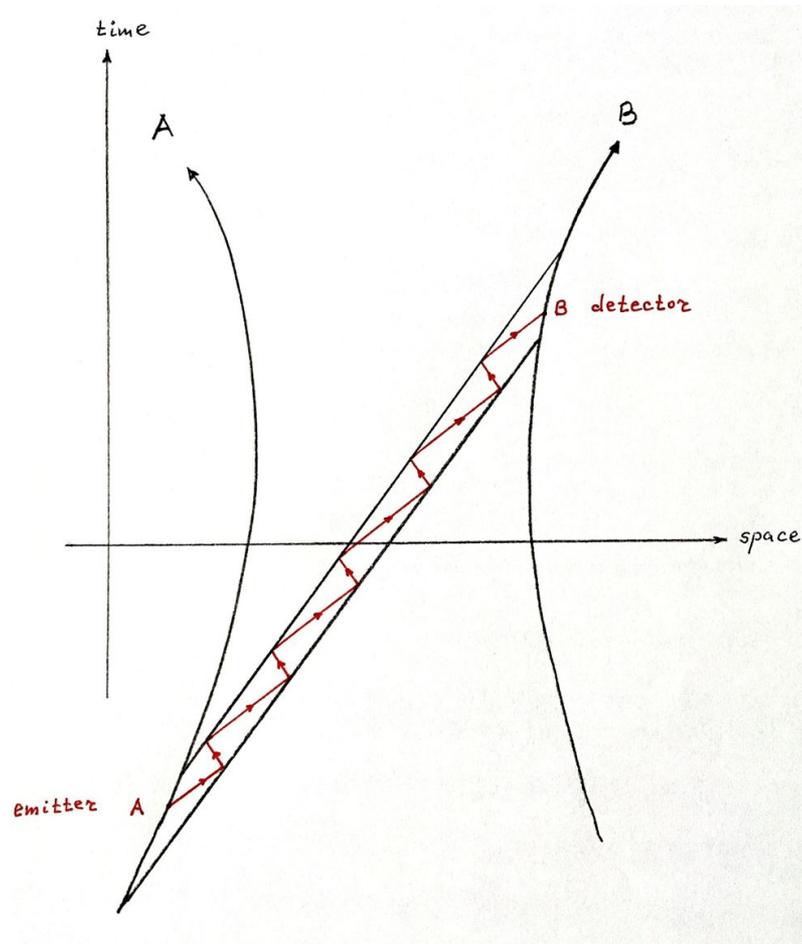
Далее вывели уравнение оптической метрики

$$\gamma_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) u^\alpha u^\beta.$$

Гамильтониан светового сигнала выразили в терминах волнового вектора

$$\begin{aligned} H(x^\alpha, k^\alpha) &= \frac{1}{2} \gamma_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta - n' \frac{(u_\alpha k^\alpha)^2}{n^3} \gamma_{\alpha\beta} k^\alpha u^\beta + O(\epsilon^2) \\ &= \frac{1}{2} (g_{\alpha\beta} + u_\alpha u_\beta) k^\alpha k^\beta - \frac{(u_\alpha k^\alpha)^2}{2n^2} - n' \frac{(u_\alpha k^\alpha)^3}{n^5} + O(\epsilon^2). \end{aligned}$$

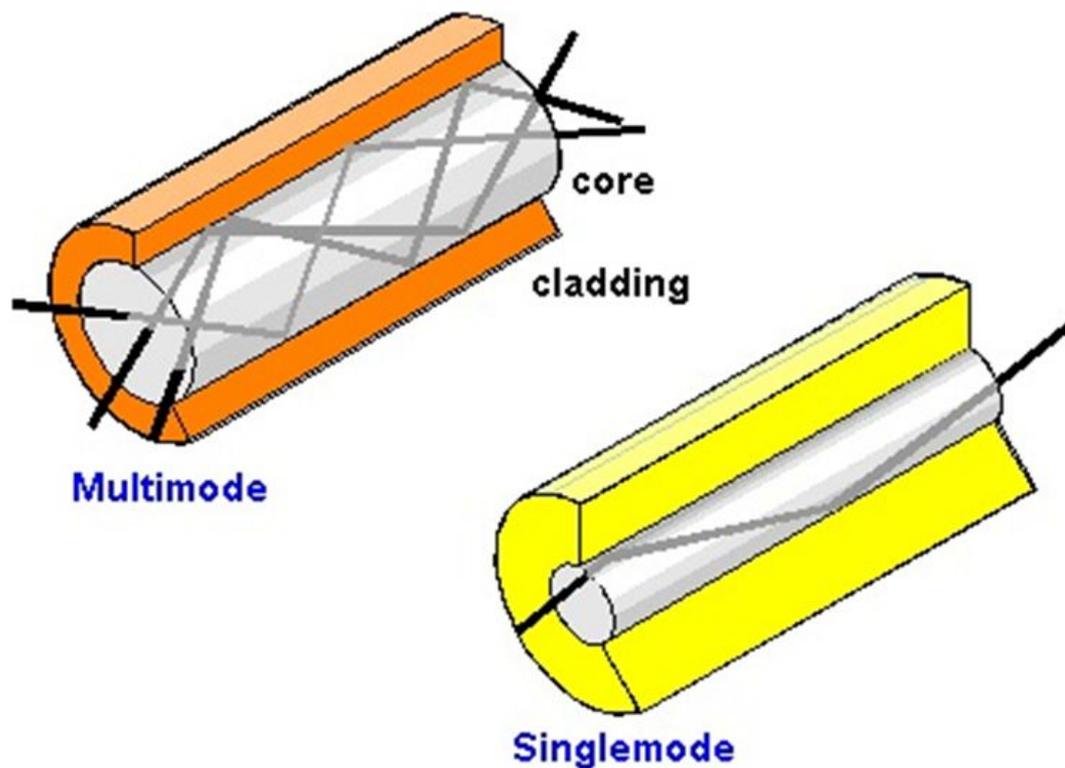
Уравнение распространения света в оптическом волокне



Мы рассматривали распространение света в длинном оптическом волокне, соединяющем две точки, скажем А и В, на земле с фиксированными координатами ITRS. Излучатель в точке А посылает короткий световой импульс приемнику, расположенному в точке В. Импульс проходит через волокно, отражаясь от границы раздела сердцевина-оболочка. В зависимости от диаметра сердцевины оптического волокна и частоты распространяющейся световой волны, волокно может обеспечивать распространение одной или нескольких волновых мод светового сигнала. Мы не рассматриваем многомодовый режим волокна и ориентированы в первую очередь на распространение одной моды.

-
- Определенная одномодовая мода распространяется между точками отражения границы раздела сердцевина-оболочка в соответствии с уравнением волнового фронт), которое является первым интегралом светового геодезического уравнения оптической метрики. В открытом космосе свет распространяется по прямым линиям. Однако распространение света в оптическом волокне происходит за счет отражений, и свет распространяется не по прямой, а по ломаной линии, состоящей из большого количества коротких отрезков прямых линий, соединенных в точках отражения
-

Одномодовое волокно обеспечивает одновременное распространение одного типа световой моды. Многомодовое означает, что волокно может передавать несколько мод. Одномодовый волоконно-оптический кабель отличается от многомодового по диаметру жилы, длине волны, полосе пропускания, цветовой оболочке, дальности распространения и стоимости.



- Отражения заставляют световой луч следовать за волокном, которое не представляет собой кратчайший путь между точками излучения и приема света. Это означает, что движение света представляет собой кусочно-нулевую геодезическую, заключенную во времениподобной мировой трубе, образованной границей раздела сердцевина-оболочка волокна, которые ограничивают координаты фотона в пространстве. Из-за этого ограничения и того факта, что сердцевина волокна, сделанная из кварцевого стекла, имеет показатель преломления $n > 1$, эффективная скорость распространения светового импульса внутри волокна меньше скорости света в вакууме $c_t < c$
-

Фотон движется внутри волокна, которое само движется в пространстве. Мы предполагаем, что это одномодовое распространение (осевой луч), и фотон просто остается на двумерной поверхности, охватываемой волокном в пространстве-времени.

Траектория фотона представляет собой одномерную кривую, параметризованную аффинным параметром σ и лежащую на двумерной поверхности $x^\alpha = x^\alpha(\sigma) = x^\alpha[t(\sigma), x^i(t(\sigma), \sigma)]$. 4-скорость фотона определяется производной по этому параметру

4-мерную скорость фотона можно явно записать как

$$k^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\sigma} = \left\{ c \frac{dt}{d\sigma}, \frac{dx^i}{d\sigma} \right\} = \left\{ c \frac{dt}{d\sigma}, \frac{\partial x^i}{\partial t} \frac{dt}{d\sigma} + \frac{\partial x^i}{\partial \sigma} \right\}.$$

Окончательная форма ковариантного уравнения распространения светового сигнала в оптическом волокне

$$c \frac{dt}{d\sigma} = \frac{dt}{d\tau} \left[n \frac{\partial l}{\partial \sigma} + \frac{n'}{n} \left(\frac{\partial l}{\partial \sigma} \right)^2 + u_\alpha \frac{\partial x^\alpha}{\partial \sigma} \right].$$

Уравнение является окончательной формой ковариантного уравнения распространения светового сигнала в оптическом волокне. Эффективный показатель преломления, входящий в это уравнение, следует понимать в обобщенном виде. Это зависит от ряда параметров, таких как пространственные координаты, частота света, температура, давление и т. д., включая геометрию границы раздела сердцевина-оболочка. Это связано с тем, что свет распространяется в волокне, отражаясь от границы раздела, и его геометрический путь представляет собой кусочную временную линию, состоящую из множества световых геодезических между точками отражения. Следовательно, световому сигналу требуется больше времени для распространения от одного конца волокна к другому его концу, чем в случае его распространения по плавной кривой в среде с показателем преломления.

Постньютоновский перенос времени

Данное уравнение описывает время распространения светового сигнала, излучаемого во времени t_0 , и расстояние ℓ проходимое вдоль волокна.

$$t = t_0 + \frac{1}{c} \int_0^\ell K(t_0, \xi) d\xi \left[1 + \frac{1}{c} K(t_0, \ell) \frac{\partial \ell}{\partial t_0} + \frac{1}{c} \int_0^\ell \frac{\partial K(t_0, \xi)}{\partial t_0} d\xi \right] + O\left(\frac{1}{c^3}\right),$$

где текущий аргумент интегрирования ξ - евклидова длина $0 \leq \xi \leq \ell$.

Решаем уравнение, вычислив входящие в него интегралы

Релятивистские эффекты с переносом времени

Разобьем первый интеграл для ядра в правой части уравнения на несколько составляющих запаздывания:

$$\frac{1}{c} \int_0^{\ell} K(t_0, \xi) d\xi = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_5 ,$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{c} \int_0^{\ell} n_e d\xi , \quad \Delta_2 = \frac{1}{c^2} \int_0^{\ell} \mathbf{v} \cdot \mathbf{s} d\xi , \quad \Delta_3 = \frac{1}{c^3} \int_0^{\ell} n_e \left[2w + v^2 - \frac{1}{2} (\mathbf{v} \times \mathbf{s})^2 \right] d\xi ,$$

$$\Delta_4 = \frac{1}{c^4} \int_0^{\ell} (4w + v^2) \mathbf{v} \cdot \mathbf{s} d\xi , \quad \Delta_5 = -\frac{4}{c^4} \int_0^{\ell} \mathbf{w} \cdot \mathbf{s} d\xi$$

Это эффективное время распространения светового сигнала от точки инъекции света в волокно до точки его приема на другом конце волокна. Для частного случая оптического волокна длиной 1000 км с эффективным показателем преломления $n_e = 1.5$ получаем $\Delta_1 = 5$ миллисекунд (мс).

Интеграл Δ_1 зависит от группового показателя преломления, который определяет эффективную скорость распространения светового сигнала в волокне

Это эффективное время распространения светового сигнала от точки инъекции света в волокно до точки его приема на другом конце волокна. Для частного случая оптического волокна длиной 1000 км с эффективным показателем преломления $n_e = 1.5$ получаем $\Delta_1 = 5$ миллисекунд (мс).

Интеграл Δ_2 описывает временную задержку, вызванную эффектом Саньяка

Для частного случая оптического волокна длиной 1000 км, размещенного вдоль экватора (чтобы максимизировать эффект Саньяка), мы получаем $\Delta_2 = 5$ наносекунд (нс). Этот вклад уменьшается пропорционально $\cos \lambda$, где λ - широта оптоволоконного кабеля. Величина эффекта Саньяка, вызванного полярным колебанием, в $x_p \approx y_p \approx 0.3'' = 1.5 \times 10^{-6}$ рад меньше и составляет около 7 фемтосекунд (фс), что практически полностью незначительно.

Интеграл Δ_3 . Доплеровская и гравитационная задержки

Гравитационное запаздывание дается интеграл

$$2 \int_0^{\ell} n_e \left(w + \frac{1}{2} v^2 \right) d\xi = 2W_0 \Delta_1 + 2 \int_0^{\ell} g(\xi) h(\xi) n_e(\xi) d\xi, \quad (2.5.96)$$

где $W_0 = 62\,636\,856.0 \pm 0.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ есть исходное значение геопотенциала на геоиде, $g = dW / dh$ - ускорение свободного падения, h - ортометрическая высота волоконного элемента над геоидом, а аргумент ξ – пространственная координата ITRS волоконно-оптического элемента. Численный вклад значения геопотенциала W_0 во временную задержку Δ_2 в оптическом волокне длиной 1000 км составляет 4 пикосекунды.

$$\int_0^{\ell} g(\xi) h(\xi) n_e(\xi) d\xi = n_e g \int_0^{\ell} h(\xi) d\xi = n_e g H \ell,$$

Этот интеграл из (2.5.96) достигает величины намного меньше 1 фс, и им можно пренебречь.

Интеграл квадратичного доплеровского сдвига можно оценить при упрощающем предположении, что показатель преломления постоянен вдоль волокна. Его величина по времени задержки для волоконно-оптического кабеля длиной 1 000 км составляет около 2–3 фс.

Интеграл Δ_4 . Постньютоновский эффект Саньяка

Данный интеграл содержит релятивистскую поправку к эффекту Саньяка. Его можно аппроксимировать выражением

$$\Delta_4 = \frac{4W_0}{c^2} \Delta_2,$$

где мы приняли во внимание формулу для геопотенциала геоида, $W_0 = w + 1/2v^2 = const$. Приблизительное числовое значение $W_0/c^2 \approx 7 \times 10^{-10}$, которое составляет временную задержку Δ_4 , составляет крошечную 10^{-5} ps, которую в настоящее время невозможно измерить.

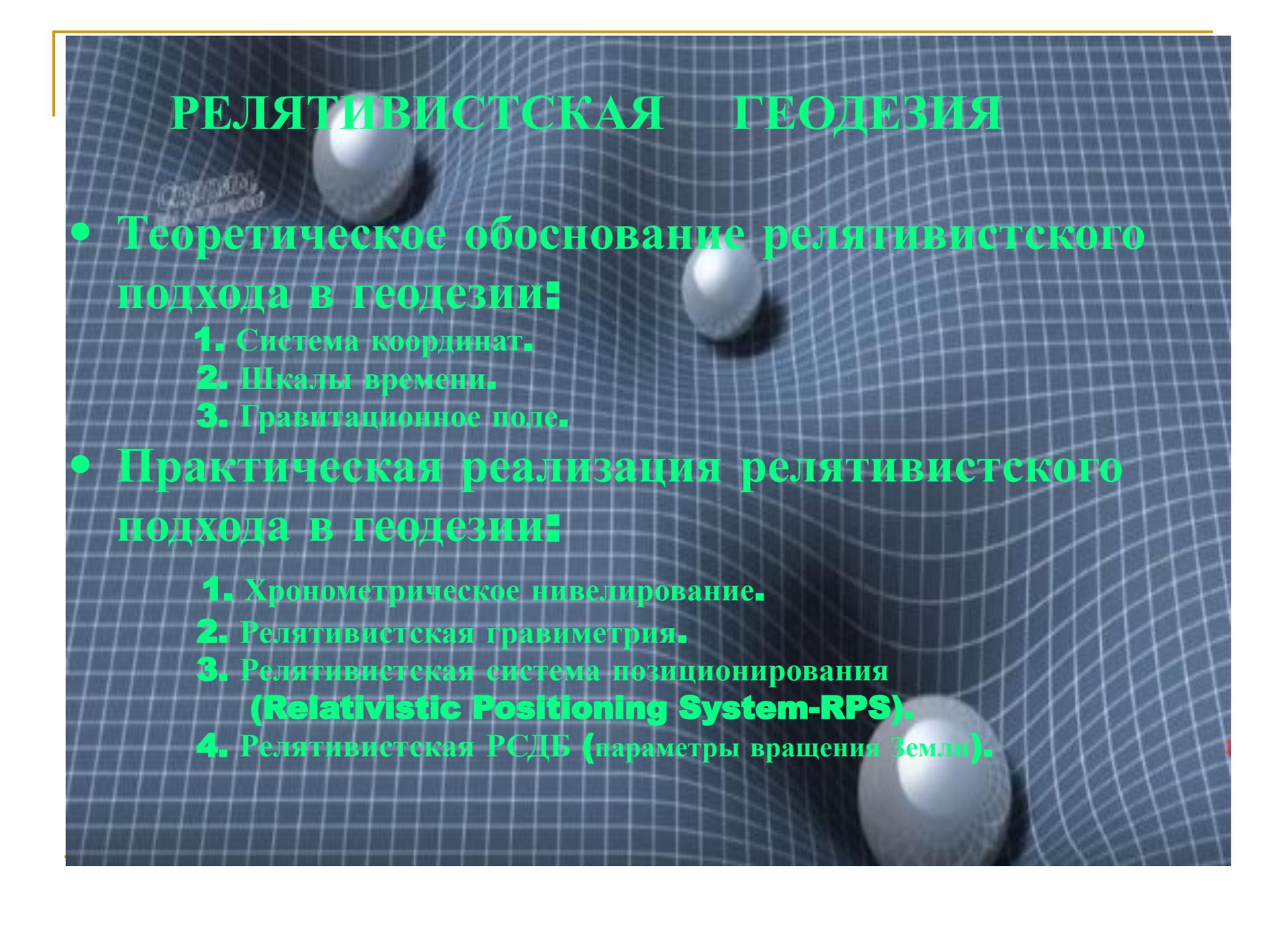
Интеграл Δ_5 . Гравитомагнитная временная задержка

Задержка Δ_5 - это новый физический эффект, вызванный

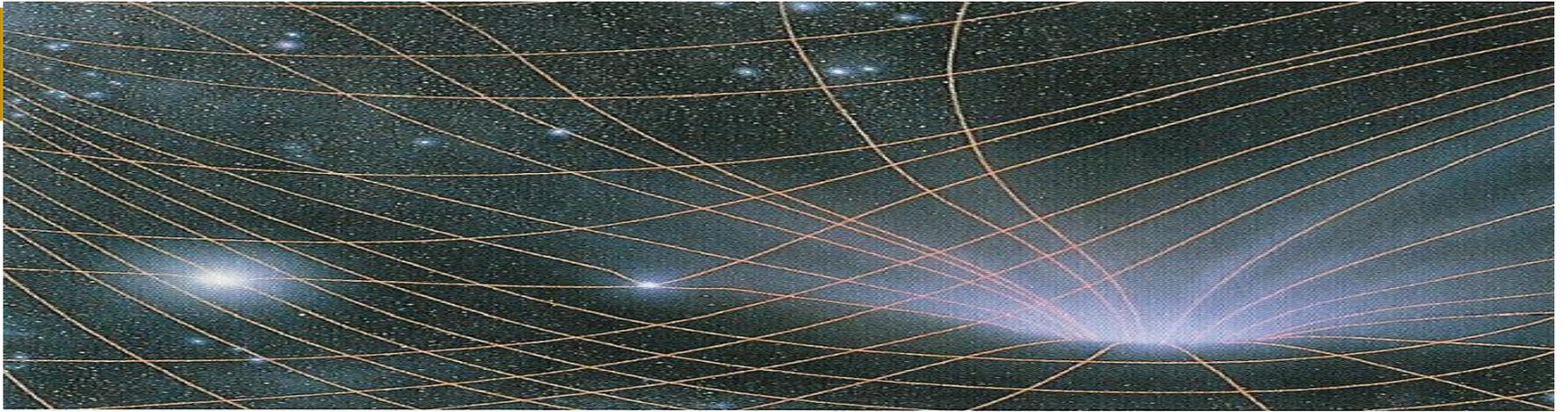
гравитомагнитным полем Земли.

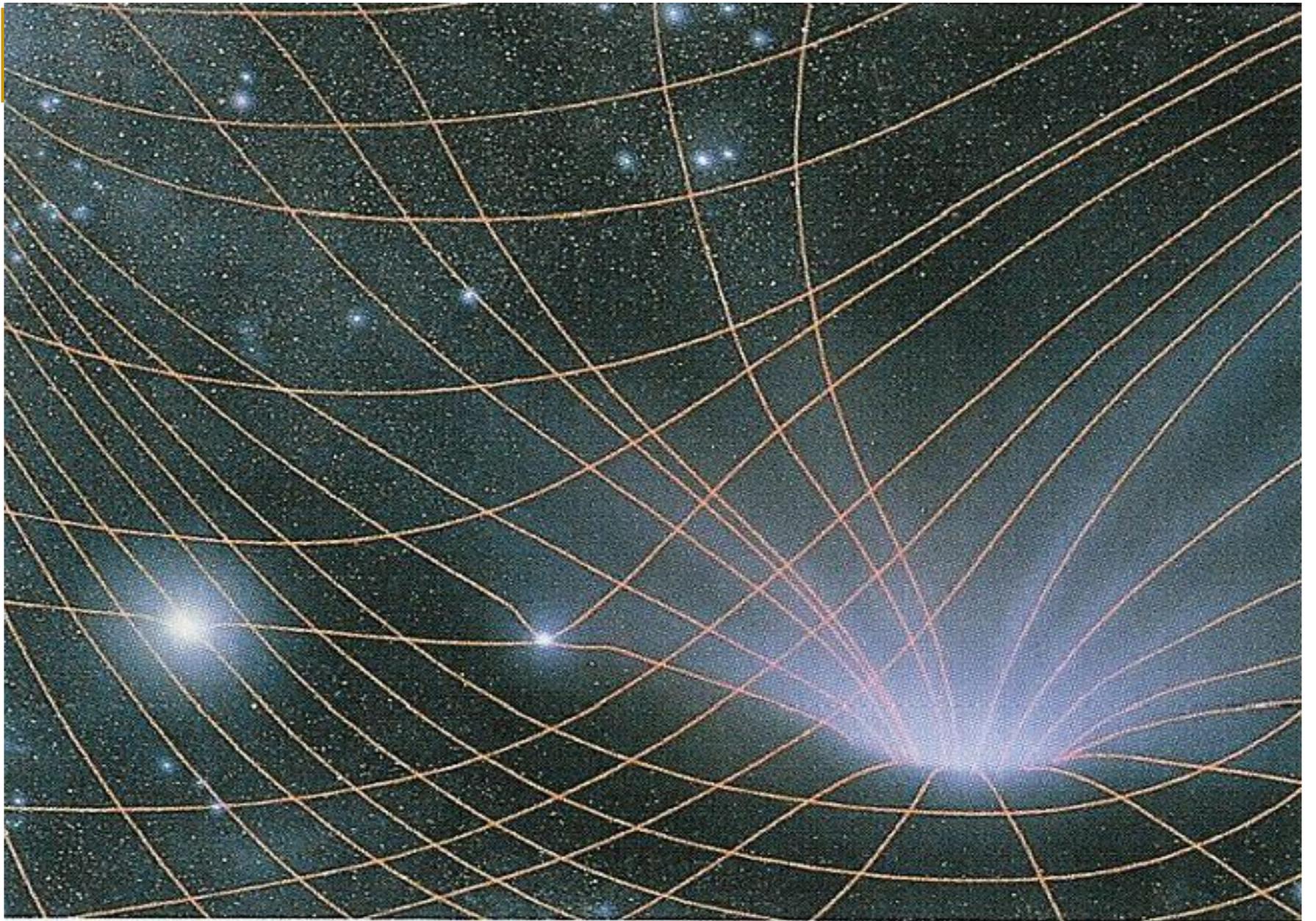
Гравитомагнитная временная задержка Δ_5 не превышает постньютоновскую поправку к эффекту Саньяка, которая намного меньше 1 пс, что не может быть измерено с помощью методов передачи времени.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ГЕОДЕЗИЯ



- Теоретическое обоснование релятивистского подхода в геодезии:
 1. Система координат.
 2. Шкалы времени.
 3. Гравитационное поле.
- Практическая реализация релятивистского подхода в геодезии:
 1. Хронометрическое нивелирование.
 2. Релятивистская гравиметрия.
 3. Релятивистская система позиционирования (**Relativistic Positioning System-RPS**).
 4. Релятивистская РСДБ (параметры вращения Земли).





РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ГЕОДЕЗИЯ

- Теоретическое обоснование релятивистского подхода в геодезии:
 1. Система координат.
 2. Шкалы времени.
 3. Гравитационное поле.
- Практическая реализация релятивистского подхода в геодезии:
 1. Хронометрическое нивелирование.
 2. Релятивистская гравиметрия.
 3. Релятивистская система позиционирования (**Relativistic Positioning System-RPS**).
 4. Релятивистская РСДБ (параметры вращения Земли).

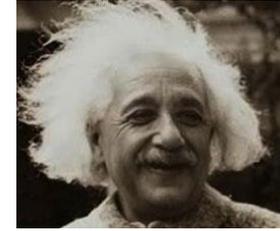
Классическая формула нивелирования



$$U^{(k)} = (W_e - W_s) \gamma \quad (1)$$

В теории высот (Еремеев, Юркина), в зависимости от принятого знаменателя в формуле **(1)**, различают нормальные, ортометрические, геодезические и др. высоты

Определение разности потенциалов силы тяжести на основе релятивистского эффекта изменения частоты атомных часов при перемещении их в гравитационном поле



$$\frac{\Delta f}{f_{\text{э}}} = \frac{f_{\text{э}} - f_1}{f_{\text{э}}} = \frac{1}{c^2} (W_1 - W_{\text{э}}) \quad (2)$$

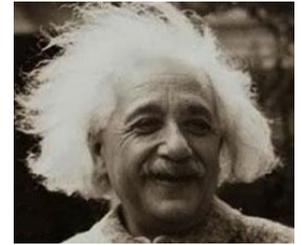
где

$f_{\text{э}}$ и f_1 - частоты стандарта частоты и времени в эталонном пункте и пункте измерения соответственно;

c - скорость света;

$W_{\text{э}}$ и W_1 - потенциалы силы тяжести в пунктах расположения эталонного стандарта частоты и в пункте измерения соответственно.

О точности определения разности ВЫСОТ



$ \Delta f / f $	Δh
10^{-14}	100 м
10^{-15}	10 м
10^{-16}	1 м
10^{-17}	10 см
10^{-18}	1 см
10^{-19}	1 мм
10^{-20}	0.1 мм
10^{-21}	0.01 мм
10^{-22}	0.001 мм

Из формулы **(1)** имеем

$$dW = -gdH$$

Из формулы **(2)**

$$dW = 2 \frac{df}{f}$$

$$\frac{df}{f} = \frac{gdH}{c^2}$$

$$dH = 1$$

$$gdH / c^2 \approx 9.81 \cdot 0.01 / 299792458^2 \\ \approx 1.09 \cdot 10^{-18}$$

Picture of the Absolute Quantum Gravimeter. The instrument is composed of the sensor head (right side of the image) where the gravity measurement is performed, and the control unit (left side of the image)



Эксперимент Германия-Франция

(Jürgen Müller and Jakob Flury –
Institut für Erdmessung LUH; AGU-2016)



Оптические линии



Оптические линии на территории Италии



Система квантовых футштоков



Квантовые футштоки в России

