

«Алгоритмы решения тригонометрических неравенств»

Неравенство - это соотношение между двумя выражениями, указывающее, какое из них больше и какое меньше, посредством одного из знаков: $<$ (меньше); $>$ (больше); \geq (больше или равно), \leq (меньше или равно).

Решить неравенство — это значит найти множество всех его решений.

Решением неравенства называются все значения переменной, при которых неравенство становится верным.

Тригонометрическое неравенство -
неравенство, в котором неизвестная
переменная находится под знаком
тригонометрической функции.

**Простое тригонометрическое
неравенство** – неравенство, в котором
неизвестная переменная находится под
знаком одной тригонометрической
функции.



Способы решения тригонометрических неравенств

- Решение тригонометрических неравенств с помощью числовой окружности;
- **Решение тригонометрических неравенств с помощью графика функции.**

Решение тригонометрических неравенств с помощью числовой окружности

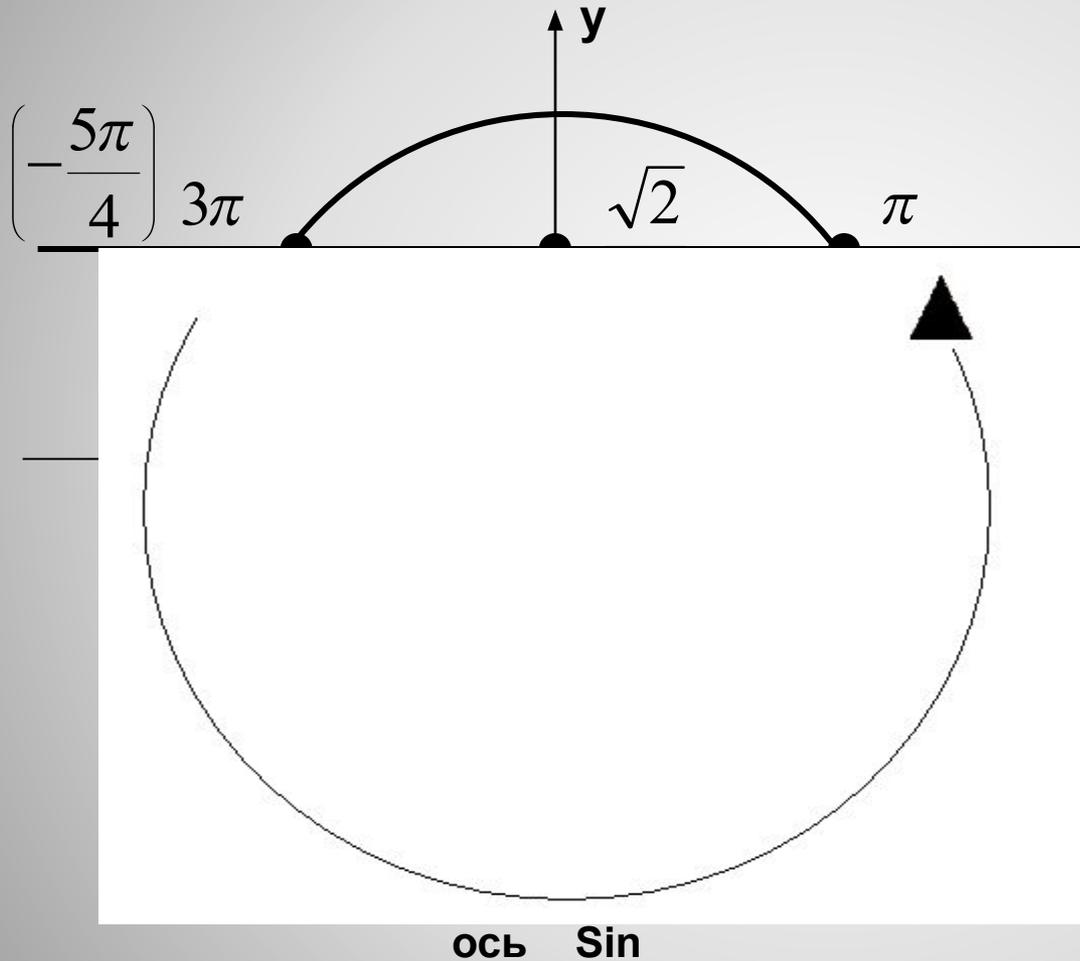
- решение тригонометрических неравенств с синусом и косинусом;
- решение тригонометрических неравенств с тангенсом и котангенсом.



Алгоритм решения тригонометрических неравенств с синусом и косинусом

- 1. Перенести все числа в правую часть неравенства;**
- 2. Начертить единичную окружность и отметить на ней ось \sin или ось \cos ;**
- 3. Отметить на оси число из правой части неравенства;**
- 4. Через отмеченную точку провести прямую параллельную оси X или Y ;**
- 5. Отметить точки пересечения прямой с окружностью, определить их значения;**
- 6. Закрасить ту часть круга, которая является решением неравенства;**
- 7. В закрашенной части указать стрелкой направление обхода окружности (против часовой стрелки);**
- 8. Проверить, чтобы стрелка была направлена от меньшего угла к большему (если это не выполняется, то больший угол заменить соответствующим меньшим);**
- 9. Записать ответ с учетом периода 2π .**





$$\begin{aligned}2 \cdot \sin x - \sqrt{2} &\leq 0 \\2 \cdot \sin x &\leq \sqrt{2} \\ \sin x &\leq \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}2 \cdot \sin x - \sqrt{2} &\leq 0 \\2 \cdot \sin x &\leq \sqrt{2} \\ \sin x &\leq \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

Ответ:

$$x \in \left[-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$

Алгоритм решения тригонометрических неравенств с тангенсом и котангенсом

- 1.** *Перенести все числа в правую часть неравенства;*
- 2.** *Начертить единичную окружность и отметить на ней ось tg или ctg ;*
- 3.** *Отметить на оси число из правой части неравенства;*
- 4.** *Через отмеченное число и центр окружности провести прямую;*
- 5.** *Отметить точки пересечения прямой с окружностью, определить их значение;*
- 6.** *Отметить на окружности точки в которых tg и ctg не определен;*
- 7.** *Закрасить ту часть круга, которая является решением неравенства;*
- 8.** *В закрашенной части указать направление обхода окружности (против часовой стрелки);*
- 9.** *Проверить, чтобы стрелка была направлена от меньшего угла к большему (если это не выполняется, то больший угол заменить соответствующим меньшим);*
- 10.** *Записать ответ с учетом периода $Пн$.*



$$\begin{aligned}\sqrt{3} \cdot \operatorname{ctgx} + 3 &> 0 \\ \sqrt{3} \cdot \operatorname{ctgx} &> -3 \\ \operatorname{ctgx} &> -\frac{3}{\sqrt{3}} \\ \operatorname{ctgx} &> -\sqrt{3}\end{aligned}$$

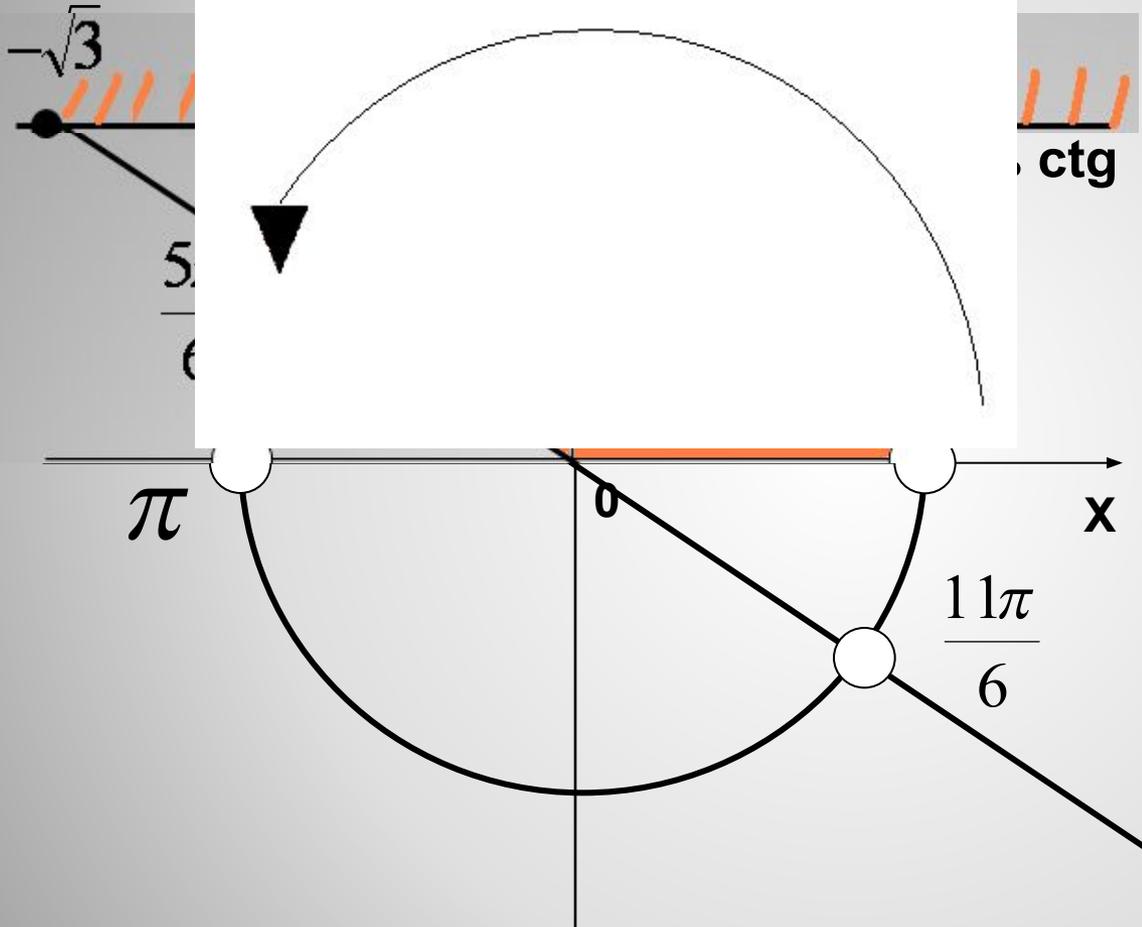
Решение:

$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{ctgx} - 3 > 0$$

$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{ctgx} > -3$$

$$\operatorname{ctgx} > -\frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{ctgx} > -\sqrt{3}$$



Ответ:

$$x \in \left(0 + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}$$

