МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

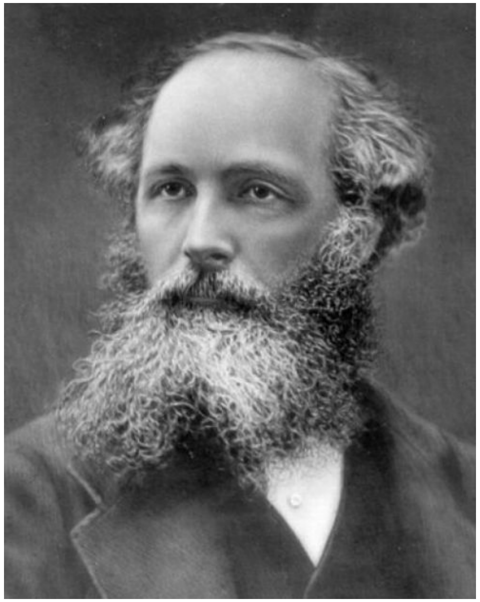
Лекция 23.

Тема: Основы теории Максвелла.

Учебник:

Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **246-252**.

к.ф.-м.н.
Курочкин А.



Максвелл Джеймс Клерк

1831 - 1879

Джеймс Клерк Максвелл
(основываясь на идеях Фарадея об **электрическом** и **магнитном** **полях**)
в 60-х годах XIX века, обобщил законы, установленные экспериментальным путём, и разработал
законченную теорию единого электромагнитного поля.

Теория Максвелла позволила с единой точки зрения описать огромный круг явлений, начиная от электростатического поля неподвижных зарядов и кончая электромагнитной природой света.

Теория Максвелла
представляет феноменологическую теорию
электромагнитного поля.

В ней **не рассматриваются**
молекулярное строение среды и внутренний механизм процессов, происходящих в среде
в электромагнитном поле.

В ней **рассматриваются**
макроскопические электромагнитные поля макроскопических зарядов и токов,
т.е. таких систем покоящихся и движущихся зарядов, пространственная протяжённость которых неизмеримо больше размеров отдельных атомов и молекул.

Вихревое электрическое поле

1. Электростатическое поле создается зарядами. Силовые линии электрического поля начинаются и кончаются на зарядах.

Математической формулировкой этого утверждения является **теорема Гаусса для напряженности электрического поля**

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность ***S***, ограничивающую этот объем.

Интеграл от объёмной плотности зарядов ***ρ*** по произвольному объему ***V***, который равен полному заряду внутри него.

2. Магнитные заряды отсутствуют в природе.

Математической формулировкой этого утверждения является **<u>теорема Гаусса для вектора магнитной индукции</u>**, в правой части которой стоит нуль

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

3. Электростатическое поле потенциально: в нем нет замкнутых силовых линий.

Математически это выражается как равенство нулю **циркуляции напряжённости электростатического поля** по произвольному контуру

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

4. Вихревое магнитное поле создается электрическими токами.

Математическим выражением этого утверждения является **теорема о циркуляции вектора магнитной индукции**

$$\oint_L \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j}\,d\vec{S}$$

Циркуляция магнитного поля по произвольному контуру ***L***

Интеграл от плотности полного тока по произвольной поверхности ***S***, натянутой на этот контур. Этот интеграл равен сумме токов, пересекающих поверхность ***S***

Если магнитный поток через проводящий виток *L* меняется, то в витке возникает ЭДС индукции.

- Заряды, находящиеся в проводнике, будут испытывать действие силы, связанной с этой ЭДС.
- Появление силы, действующей на заряд, означает появление какого-то электрического поля.
- Циркуляция этого поля по витку как раз и равна по определению ЭДС индукции.

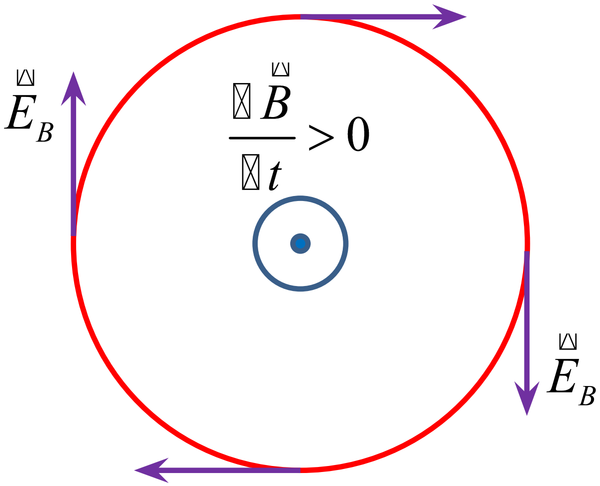
$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} \neq 0 = \varepsilon_i$$

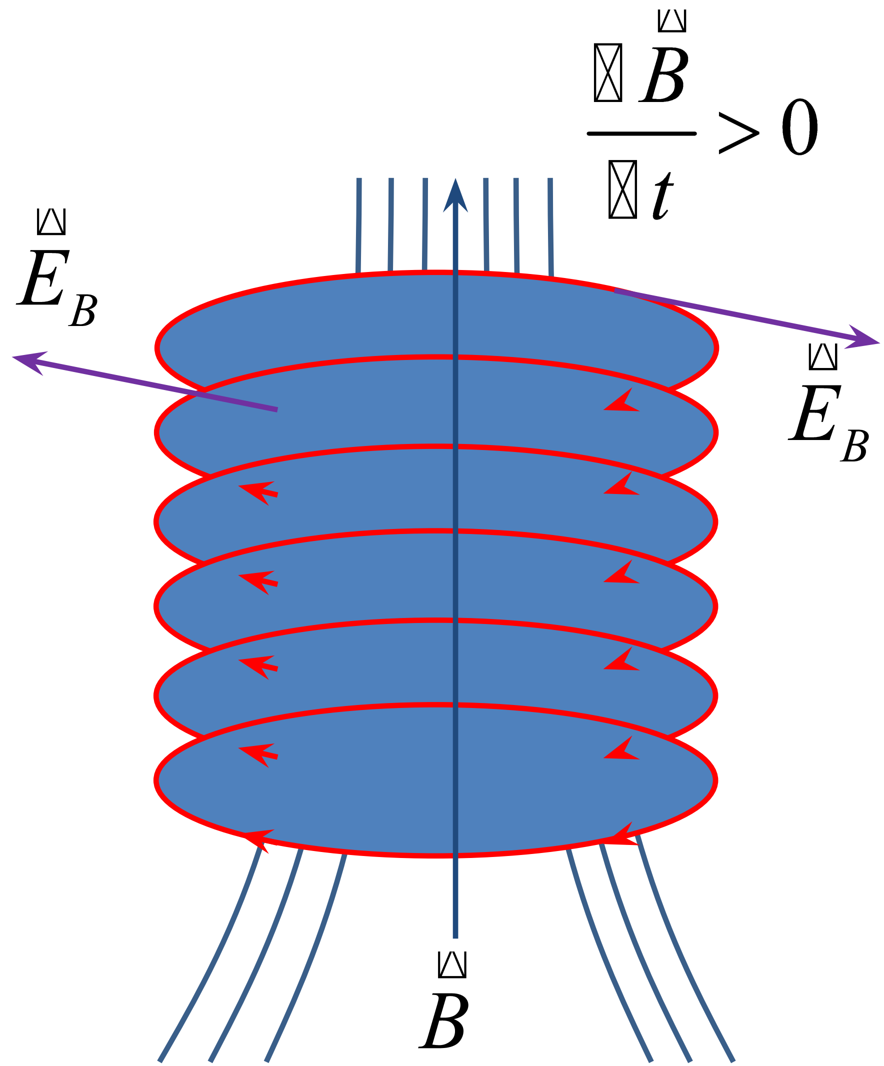
Отличие циркуляции от нуля означает, что данное электрическое поле не потенциально, а имеет **вихревой характер**,

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{S}$$

5. Переменное магнитное поле приводит к возникновению вихревого электрического поля.

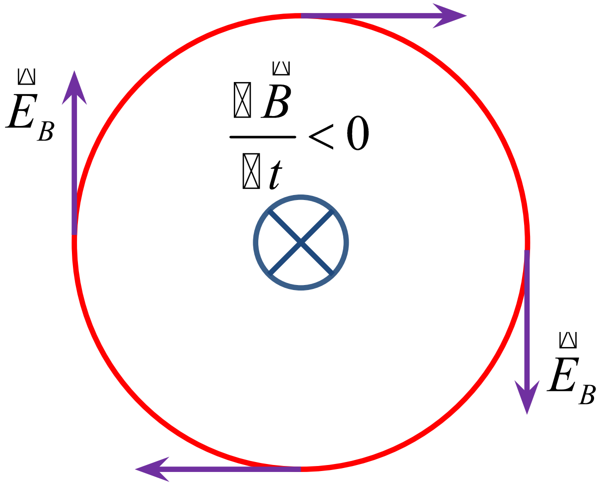
Вид сверху

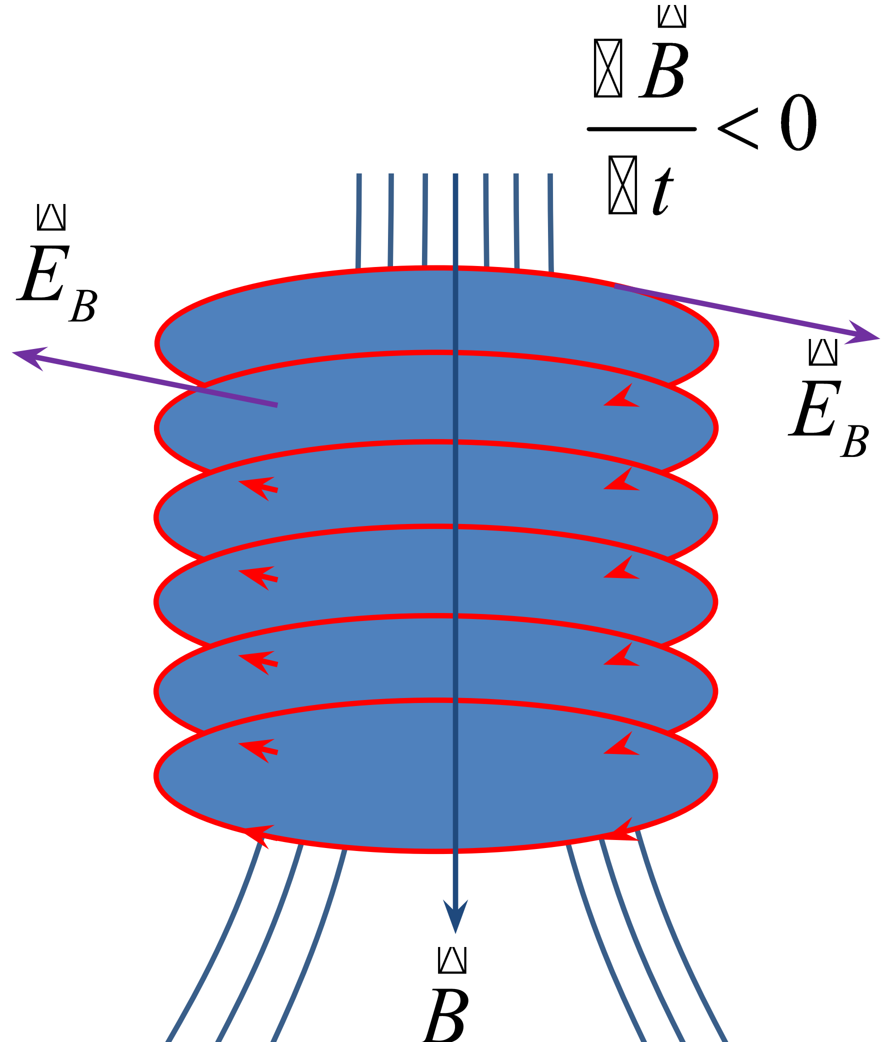




$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Вид сверху





$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Первое уравнение Максвелла

Проблема. Как объяснить возникновение индукционного тока в неподвижных проводниках?

Предположение Максвелла.
Изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле $\vec{E}_B$

Циркуляция вектора напряжённости $\vec{E}_B$ этого поля

$$Ц_{\vec{E}_B} = \oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

По определению поток вектора $\vec{B}$:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S},$$

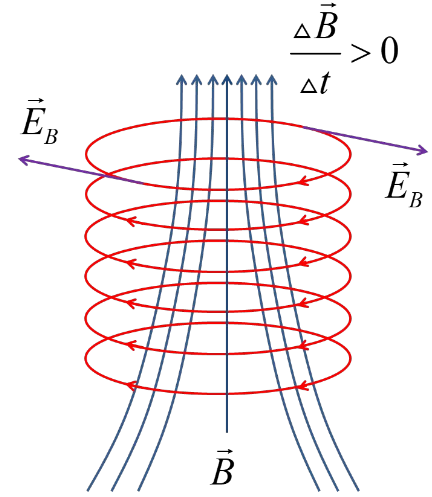
Первое уравнение Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Мы используем **частную производную по времени**, поскольку в общем случае **электрическое поле** может быть **неоднородным**, и может зависеть не только от времени, но и от координат.

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$



Циркуляция вектора $\vec{E}_B$ напряжённости __**вихревого электрического поля**__ по произвольному неподвижному замкнутому контуру ***L***,
(мысленно проведённому в электромагнитном поле),
равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока через поверхность ***S***, натянутую на этот контур.

Обратим внимание

Циркуляция
вектора напряжённости
электростатического поля
$\vec{E}_q$ вдоль любого замкнутого
контура **равна нулю**:

$$\oint_L \vec{E}_q d\vec{l} = 0$$

Потенциальное поле

Циркуляция
вектора напряжённости
электрического поля $\vec{E}_B$
(вызванного изменяющимся во
времени **магнитным полем**)
вдоль любого замкнутого
контура **не равна нулю**:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} \neq 0$$

Вихревое поле

Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Проблема.

Что может быть источником магнитного поля?

Электрическое поле

Заряды

Переменное магнитное поле

Магнитное поле

Электрический ток

?

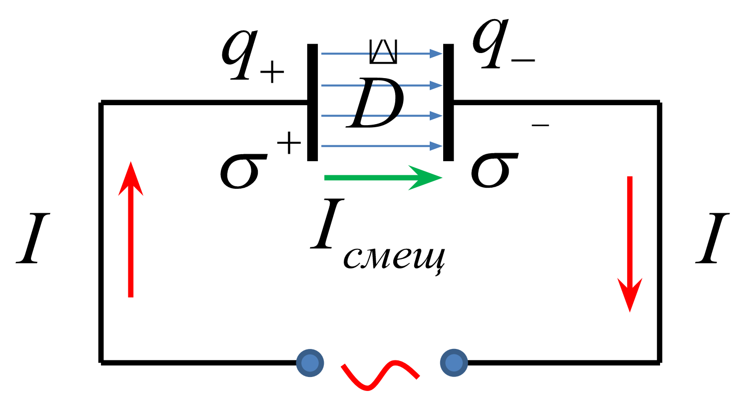
Предположение Максвелла.
Изменяющееся во времени электрическое поле порождает вихревое магнитное поле.

Для **количественной характеристики** «магнитного действия» переменного электрического поля Максвелл ввёл понятие **тока смещения.**

Ток смещения (по Максвеллу) – это изменяющееся во времени электрическое поле.

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор.

Между обкладками заряжающегося и разряжающегося конденсатора имеется **переменное электрическое поле**, поэтому (согласно Максвеллу) через конденсатор «протекают» **токи смещения**, причём в тех участках, где отсутствуют проводники.



Переменное электрическое поле в конденсаторе в каждый момент времени создаёт такое магнитное поле, как если бы между обкладками конденсатора существовал ток смещения, равный току в проводящих проводах.

$$I = I_{смещ}$$

Ток проводимости вблизи обкладок конденсатора

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\int_S \sigma\, dS = \frac{d}{dt}\int_S D\, dS = \int_S \frac{\partial D}{\partial t}\, dS$$

Поверхностная плотность заряда σ на обкладках равна электрическому смещению D в конденсаторе.

$$\underbrace{\frac{dq}{dt}}_{I} = \oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\, d\vec{S}$$

$$I = \int_S \vec{j}\, d\vec{S}$$

$$\vec{j}_{смещ} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Плотность тока смещения $\vec{j}_{см}$ в данной точке пространства равна скорости изменения вектора электрического смещения в этой точке.

Ток смещения $I_{см}$ сквозь произвольную поверхность S равен потоку вектора плотности тока смещения сквозь эту поверхность.

$$I_{см} = \int_S \vec{j}_{см} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$$

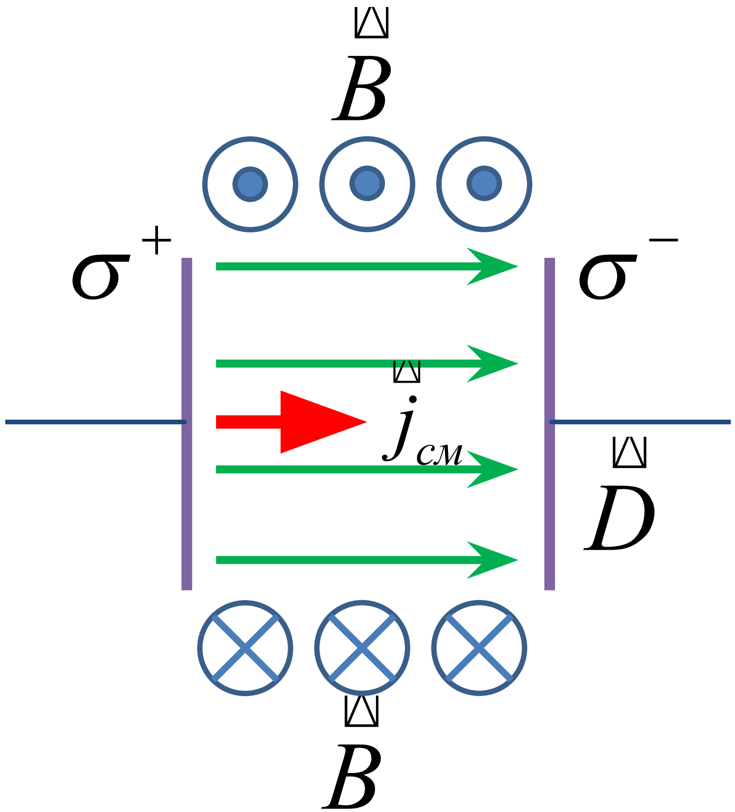
Ток смещения определяется **производной** вектора $\vec{D}$, но не самим вектором $\vec{D}$!

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

В поле плоского конденсатора вектор $\vec{D}$ всегда **направлен от положительной пластины к отрицательной**.

- Если **электрическое поле возрастает** $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} > 0$, то плотность тока смещения и вектор электрического смещения сонаправлены $\vec{j}_{см} \uparrow\uparrow \vec{D}$.
- Если **электрическое поле убывает** $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$, то плотность тока смещения и вектор электрического смещения направлены противоположно $\vec{j}_{см} \uparrow\downarrow \vec{D}$.

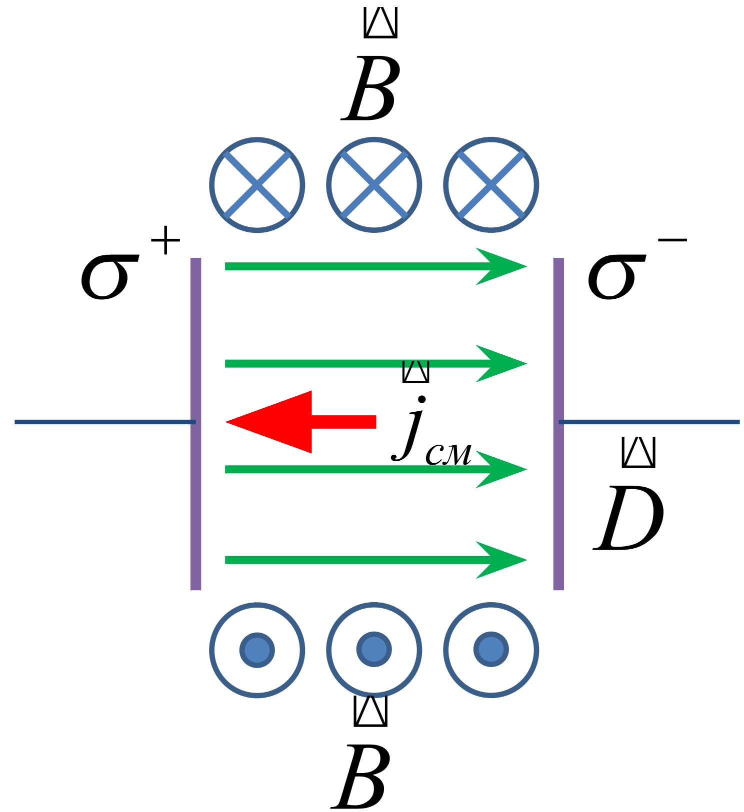
Конденсатор заряжается



$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} > 0$$

$$\vec{j}_{см} \uparrow\uparrow \vec{D}$$

Конденсатор разряжается



$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$$

$$\vec{j}_{см} \uparrow\downarrow \vec{D}$$

Суть понятия тока смещения.

Мы знаем, что цепи **постоянного тока** должны быть **замкнуты**.

Но для цепей **переменного тока** это не обязательно, т. к. при зарядке и разрядке конденсатора электрический ток протекает по проводнику, соединяющему обкладки, и не проходит через диэлектрик, находящийся между обкладками, т.е. цепь **не замкнута**.

С точки зрения Максвелла, эта цепь **замкнута**, т.к. в тех участках, где нет проводников, **замкнутость** обеспечивается наличием **токов смещения.**

В диэлектрике **вектор электрического смещения** равен:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}.$$

$\vec{j}_{см}^{\,вак}$ **Плотность тока смещения** в вакууме

$\vec{j}_{пол}$ **Плотность тока поляризации**

$\vec{j}_{пол}$ – **плотность тока**, обусловленного **упорядоченным** перемещением **связанных зарядов** в диэлектрике при изменении его поляризации.

Промежуточные выводы:

1. Если в проводнике имеется **переменный ток**, то внутри проводника существует **переменное электрическое поле**.

Поэтому внутри проводника имеется:

- **ток проводимости**,
- **ток смещения**.

Магнитное поле проводника определяется суммой этих двух токов.

2. Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и смещения.

Плотность полного тока

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j}_{проводимости} + \vec{j}_{смещения} = \vec{j}_{проводимости} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

3. **Полный ток** всегда **замкнут**.

На концах проводников обрывается лишь **ток проводимости**, а в диэлектрике (или в вакууме) между концами проводника имеется **ток смещения**, который **замыкает ток проводимости**.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$

Максвелл обобщил **теорему о циркуляции вектора** $\vec{H}$

$$\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = I \; [\text{проводимости}],$$

введя в её правую часть полный ток

$$I_{полн} = \int_S \vec{j}_{полн}\, d\vec{S}$$

сквозь поверхность S, натянутую на замкнутый контур L.

В этом случае

обобщенная теорема о циркуляции вектора

представляет собой

второе уравнение системы уравнений Максвелла

для **электромагнитного поля.**

$$Ц_{\vec{H}} = \oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Третье уравнение Максвелла

Максвелл обобщил **теорему Гаусса** для вектора $\vec{D}$, предположив, что она справедлива для **любого электростатического поля**, как стационарного, так и переменного.

Третье уравнение Максвелла

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

Поток смещения через произвольную неподвижную замкнутую поверхность, мысленно проведённую в **электромагнитном поле**, равен суммарному **свободному заряду**, который находится внутри области, ограниченной это поверхностью.

Четвёртое уравнение Максвелла

Максвелл предположил, что всякое **магнитное поле** (в вакууме или в среде, стационарное или переменное) всегда **соленоидально**. Он обобщил **теорему Гаусса** для вектора $\vec{B}$ на любое **магнитное поле**.

Четвёртое уравнение Максвелла

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Магнитный поток
через произвольную неподвижную замкнутую поверхность, мысленно проведённую в **электромагнитном поле**, равен **нулю**.

Система уравнений Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV,$$

$$Ц_{\vec{H}} = \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Дополним **уравнения Максвелла** соотношениями, содержащие величины, характеризующие индивидуальные свойства среды, в которой возбуждаются **электрические** и **магнитные поля**.

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E},$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H},$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где ε_0 и μ_0 – соответственно **электрическая** и **магнитная постоянные**, ε и μ – соответственно **диэлектрическая** и **магнитная проницаемости**, σ – **удельная проводимость вещества**.

Выводы из уравнений Максвелла

1. **Источниками электрического поля** являются
либо **электрические заряды**,
либо **изменяющиеся** во времени **магнитные поля**;

2. **Магнитные поля** могут возбуждаться либо **движущимися электрическими зарядами (электрическими токами)**, либо **переменными электрическими полями**;

3. **Переменное магнитное поле** всегда связано с порождаемым им **электрическим полем**,
а **переменное электрическое поле** всегда связано с порождаемым им **магнитным**,
т.е**. электрическое** и **магнитное поля** неразрывно связаны друг с другом – они образуют **единое электромагнитное поле**.

Из принципа относительности вытекает, что отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный смысл.

- Если электрическое поле создается системой неподвижных зарядов, то эти заряды, являясь неподвижными относительно одной инерциальной системы отсчета, движутся относительно другой и, следовательно, будут порождать не только электрическое, но и магнитное поле.

- Неподвижный относительно одной инерциальной системы отсчета проводник с постоянным током, возбуждая в каждой точке пространства постоянное магнитное поле, движется относительно других инерциальных систем, и создаваемое им переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле.

Для **стационарных полей** (E=*const* и B=*const*) **уравнения Максвелла** имеют вид

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = 0,$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q,$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I,$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

В этом случае **электрические** и **магнитные поля** независимы друг от друга, что позволяет изучать отдельно постоянные **электрическое** и **магнитное поле**.