



РЯДЫ ДИНАМИКИ

ПЛАН:

1. Понятие и виды рядов динамики.
2. Система характеристик рядов динамики.
3. Методы выравнивания рядов динамики.

1. ПОНЯТИЕ И ВИДЫ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменений анализируемых показателей во времени, то есть их **динамика**. Эта задача решается при помощи анализа *рядов динамики* (временных рядов).

Ряд динамики (или временной ряд) – это числовые значения определенного статистического показателя в последовательные моменты или периоды времени (т.е. расположенные в хронологическом порядке).

Ряды динамики позволяют **выявить закономерности** развития изучаемых явлений.

-
- Числовые значения того или иного статистического показателя, составляющего ряд динамики, называют **уровнями ряда** и обычно обозначают буквой y . Первый член ряда y_1 называют **начальным** или **базисным уровнем**, а последний y_n – **конечным**.
 - **Моменты** или **периоды времени**, к которым относятся уровни, обозначают через t .
 - Ряды динамики, как правило, представляют в виде **таблицы** или **графика**, причем **по оси абсцисс** строится **шкала времени t** , а **по оси ординат** – **шкала уровней ряда y** .

ПРИМЕР РЯДА ДИНАМИКИ

Таблица. Число жителей России в 2004-2009 гг. в млн.чел, на 1 января

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Число жителей	144,2	143,5	142,8	142,2	142,0	141,9

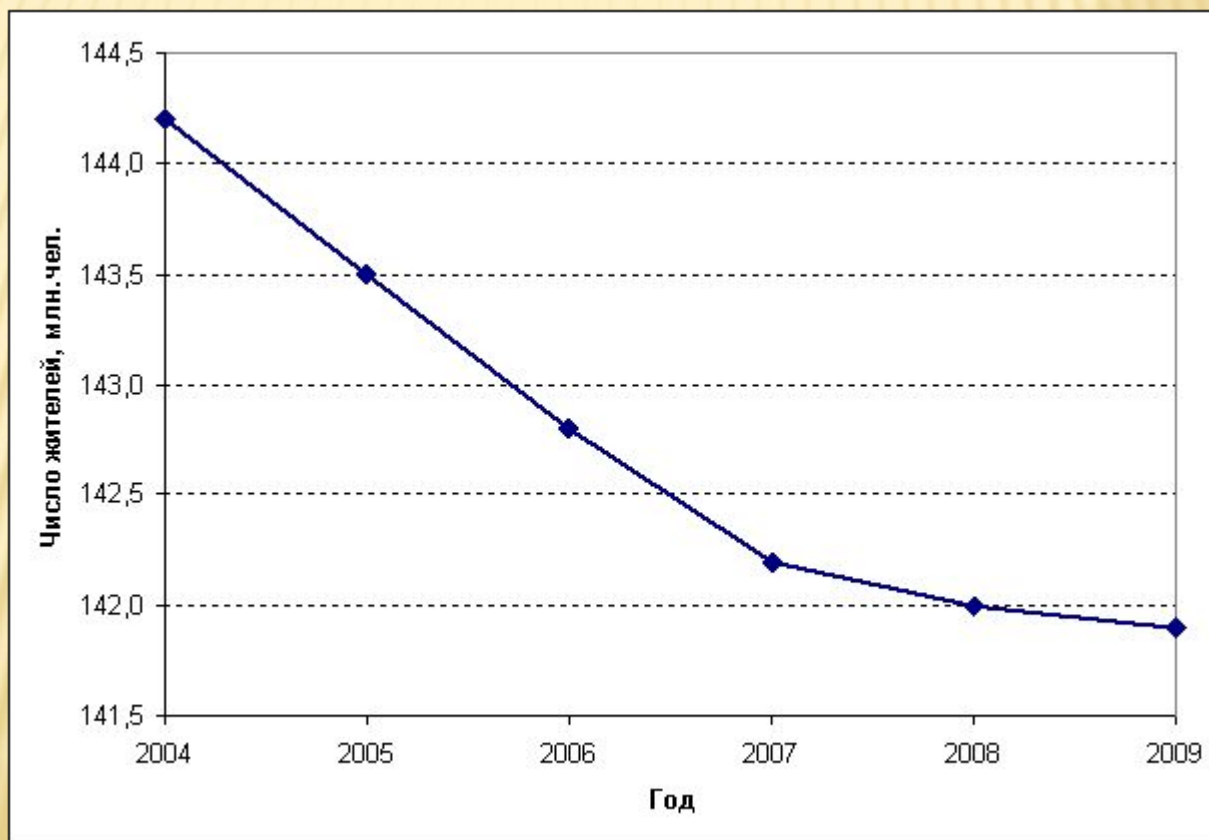


Рисунок. График ряда динамики числа жителей России в 2004-2009 гг. в млн.чел, на 1 января

ВИДЫ РЯДОВ ДИНАМИКИ

1). По времени:

- ▣ *ряды моментные*, которые показывают уровень явления на конкретный момент времени;
- ▣ *ряды интервальные (периодные)*, которые показывают уровень явления на определенный его период. Сумма уровней интервального ряда дает вполне реальную статистическую величину за несколько периодов времени, например, общий выпуск продукции, общее количество проданных акций и т.п.

ВИДЫ РЯДОВ ДИНАМИКИ

- 2). **По форме представления** — ряды абсолютных, относительных и средних величин.
- 3). **По интервалам времени** — ряды равномерные и неравномерные, первые из которых имеют равные интервалы, а у вторых равенство интервалов не соблюдается.
- 4). **По числу смысловых статистических величин** — ряды изолированные и комплексные (одномерные и многомерные). Первые представляют собой ряд динамики одной статистической величины (например, индекс инфляции), а вторые — нескольких (например, потребление основных продуктов питания).

ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТРОЕНИЮ РЯДОВ ДИНАМИКИ:

- все показатели ряда динамики должны быть научно обоснованными, достоверными;
- показатели ряда динамики должны быть сопоставимы по времени, т.е. должны быть исчислены за одинаковые периоды времени или на одинаковые даты;
- показатели ряда динамики должны быть сопоставимы по территории;
- показатели ряда динамики должны быть сопоставимы по содержанию, т.е. исчислены по единой методологии, одинаковым способом;
- показатели ряда динамики должны быть сопоставимы по кругу учитываемых хозяйств. Все показатели ряда динамики должны быть приведены в одних и тех же единицах измерения.

ЗАДАЧИ СТАТИСТИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ:

- получение характеристик интенсивности изменения явления во времени и характеристик отдельных уровней;
- выявление и количественная оценка основной долговременной тенденции развития явления;
- изучение периодических и сезонных колебаний явления;
- экстраполяция и прогнозирование.

ОБРАБОТКА РЯДОВ ДИНАМИКИ ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ В 3 ЭТАПА:

1. Определение системы характеристики ряда динамики.
2. Разложение ряда на отдельные компоненты.
3. Прогнозирование на основе экстраполяции.

Экстраполяция - нахождение уровней за пределами изучаемого ряда, т.е. продление ряда на основе выявленной закономерности

2. СИСТЕМА ХАРАКТЕРИСТИК РЯДОВ ДИНАМИКИ

СИСТЕМА ХАРАКТЕРИСТИК РЯДА ДИНАМИКИ ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ:

- *индивидуальные (частные) характеристики* (абсолютный прирост; темп (коэффициент) роста; темп прироста; абсолютное значение 1% прироста);
- *сводные (обобщающие) характеристики* (средний уровень ряда; средний абсолютный прирост; средний темп роста; средний темп прироста).

Показатели анализа рядов динамики

```
graph TD; A[Показатели анализа рядов динамики] --> B[Абсолютный прирост]; A --> C[Коэффициент роста]; A --> D[Темп роста]; A --> E[Темп прироста]; A --> F[Абсолютное значение 1% прироста];
```

Абсолютный
прирост

Коэффициент
роста

Темп роста

Темп прироста

Абсолютное значение
1% прироста

Первые четыре из перечисленных характеристик можно рассчитать **двумя способами** в зависимости от применяемой **базы сравнения**.

База сравнения может быть **постоянной** или **переменной**. Соответственно, можно рассчитать **базисные** или **цепные характеристики ряда динамики**:

- если сравнение осуществляется с одним и тем же уровнем, принятым за базу, то получают **базисные характеристики ряда динамики**;
- если сравнение проводится с предшествующим уровнем, то получают **цепные характеристики ряда динамики**.

Показатели динамики

Показатель	Метод расчета	
	с переменной базой (цепные)	с постоянной базой (базисные)
Абсолютный прирост (Δ)	$\Delta = y_i - y_{i-1}$	$\Delta' = y_i - y_k$
Коэффициент роста (K_p)	$K_p = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	$K'_p = \frac{y_i}{y_k}$
Темп роста (T_p), %	$T_p = K_p \cdot 100$	$T'_p = K'_p \cdot 100$
Темп прироста (T_n), %	$T_n = (K_p - 1) \cdot 100$ $T_n = T_p - 100$ $T_n = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100$	$T'_n = (K'_p - 1) \cdot 100$ $T'_n = T'_p - 100$ $T'_n = \frac{\Delta'}{y_k} \cdot 100$
Абсолютное значение 1% прироста (A)	$A = \frac{\Delta}{T_n}; \quad A = \frac{y_{i-1}}{100}$	$A' = \frac{\Delta'}{T'_n}; \quad A' = \frac{y_k}{100}$

Расчет среднего уровня ряда динамики определяется видом ряда и величиной интервала, соответствующего каждому уровню.

Средний уровень характеризует наиболее типичную величину уровней, центр ряда.

На примерах рассмотрим виды рядов динамики и формулы для расчета среднего уровня.

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ РЯДЫ ДИНАМИКИ

Средний уровень в интервальных рядах

динамики \bar{y}) исчисляется по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

- ▣ y_i — уровни ряда (y_1, y_2, \dots, y_n),
- ▣ n — число периодов (число уровней ряда).

РАССМОТРИМ МЕТОДИКУ РАСЧЕТА СРЕДНЕГО УРОВНЯ ИНТЕРВАЛЬНОГО РЯДА ДИНАМИКИ НА ПРИМЕРЕ ДАННЫХ О ПРОДАЖЕ САХАРА В РОССИИ.

Годы	Продано сахара, тыс. тонн
2014	2905
2015	2585
2016	2647

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{2905 + 2585 + 2647}{3} = \frac{8137}{3} = 2712 \text{ тыс. тонн}$$

МОМЕНТНЫЕ РЯДЫ ДИНАМИКИ

В моментных рядах динамики с равными интервалами времени средний уровень ряда исчисляется по формуле средней хронологической простой:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

- ▣ y - уровни моментного ряда;
- ▣ n - число моментов (уровней ряда);
- ▣ $n - 1$ - число периодов времени (лет, кварталов, месяцев).

РАССМОТРИМ МЕТОДИКУ ТАКОГО РАСЧЕТА ПО СЛЕДУЮЩИМ ДАННЫМ О СПИСОЧНОЙ ЧИСЛЕННОСТИ РАБОТНИКОВ ПРЕДПРИЯТИЯ ЗА 1 КВАРТАЛ.

Период	Число работников
на 1 января	150
на 1 февраля	145
на 1 марта	162
на 1 апреля	166

$$\bar{y} = \frac{150/2 + 145 + 162 + 166/2}{4 - 1} = \frac{465}{3} = 155 \text{ человек.}$$

МОМЕНТНЫЕ РЯДЫ ДИНАМИКИ

- В моментных рядах динамики с неравными интервалами времени средний уровень ряда исчисляется по формуле средней арифметической взвешенной. В качестве весов средней принимается продолжительность времени (t- дни, месяцы). Выполним расчет по этой формуле.

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}$$

- Списочная численность работников предприятия за октябрь такова: на 1 октября – 200 человек, 7 октября принято 15 человек, 12 октября уволен 1 человек, 21 октября принято 10 человек и до конца месяца приема и увольнения работников не было. Эту информацию можно представить в следующем виде:

Число работников	Число дней (период времени)
200	6 (с 1 по 6 включительно)
215	5 (с 7 по 11 включительно)
214	9 (с 12 по 20 включительно)
224	11 (с 21 по 31 включительно)

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t_i}{\sum t_i} = \frac{200 \cdot 6 + 215 \cdot 5 + 214 \cdot 9 + 224 \cdot 11}{6 + 5 + 9 + 11} = \frac{6670}{31} = 215 \text{ чел.}$$

РЯД СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Средний уровень моментных рядов динамики с равномерными уровнями определяется по формуле **средней хронологической взвешенной**:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \cdot t_i}{\sum t_i} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2 \sum t_i}$$

Пример. Найти средний уровень моментного ряда.

Период	Численность работников, чел.
на 1 января	150
на 1 февраля	145
на 1 марта	162
на 1 апреля	166

РЯД СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Сначала преобразуем приведенный выше моментный ряд динамики с равными интервалами времени **в ряд средних величин**. Для этого вычислим среднюю списочную численность работников предприятия за каждый месяц, как среднюю из показателей \bar{x}_i на начало и конец месяца ():

- за январь $(150+145):2=147,5$;
- за февраль $(145+162):2 = 153,5$;
- за март $(162+166):2 = 164,0$.

ПРЕДСТАВИМ РАСЧЕТ В ТАБЛИЧНОЙ ФОРМЕ.

Месяцы	Среднесписочная численность работников
Январь	147,5
Февраль	153,5
Март	164,0

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{147,5 + 153,5 + 164,0}{3} = \frac{465}{3} = 155 \text{ человек.}$$

СРЕДНИЙ АБСОЛЮТНЫЙ ПРИРОСТ

Средний абсолютный прирост является обобщающим показателем изменения явления во времени. Он показывает, на сколько в среднем за единицу времени изменяется уровень ряда и рассчитывается как простая средняя арифметическая из показателей абсолютных **цепных приростов**:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_y}{n-1}$$

Средний абсолютный прирост так же может рассчитываться **базисным способом** по формуле:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1}$$

СРЕДНИЙ КОЭФФИЦИЕНТ РОСТА

Средний коэффициент роста (средний относительный прирост) показывает, во сколько раз в среднем за единицу времени изменился уровень динамического ряда.

Эта характеристика имеет важное значение при выявлении и описании основной долговременной тенденции развития, используется в качестве **обобщенного показателя интенсивности развития явления** за длительный период времени.

СРЕДНИЙ КОЭФФИЦИЕНТ РОСТА

Средний коэффициент роста цепным способом вычисляется по формуле *простой средней геометрической*:

$$\overline{K}_p = \sqrt[m]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \dots \cdot K_n}$$

- где m – число коэффициентов роста,
- $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n$ - коэффициенты роста, рассчитанные цепным способом.
- *Базисный способ расчета среднего коэффициента роста осуществляется по формуле:*

$$\overline{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}$$

СРЕДНИЙ ТЕМП РОСТА И ПРИРОСТА

Средний темп роста рассчитывается путем умножения коэффициента роста на 100%.

Средний темп прироста показывает, на сколько процентов в среднем за единицу времени изменяется уровень ряда. Он определяется на основе среднего темпа роста:

$$\overline{T}_{\text{пр}} = \overline{T}_P - 100$$

В СЛЕДУЮЩЕМ ПРИМЕРЕ НАЙДЕМ СРЕДНИЙ РАЗМЕР ФОНДА ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ (ДЛЯ ИНТЕРВАЛЬНОГО РЯДА).

Год	Фонд заработной платы, тыс.руб.
2006	300
2007	349
2008	379
2009	450
2010	501
2011	581
2012	600
2013	648
2014	677
2015	748
2016	800

- Средний уровень интервального ряда рассчитывается по формулу

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \quad \bar{y} = \frac{6033}{11} = 548.45$$

- Средний размер ФЗП с 2006 по 2016 составил 548.45 тыс. руб.

- Средний темп роста $\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$ $\overline{T_p} = \sqrt[10]{\frac{800}{300}} = 1.1$

- В среднем за весь период с 2006 по 2016 рост ФЗП составил 1.1 (ежегодно увеличивался на 10%).

- Средний темп прироста $\overline{T_{np}} = \overline{T_p} - 1$ $\overline{T_{np}} = 1.1 - 1 = 0.1$

- Средний абсолютный прирост $\overline{dy} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$ $\overline{dy} = \frac{800 - 300}{10} = 50$

- В среднем за весь период фонд заработной платы увеличивался на 50 тыс. руб. с каждым годом.

ПРИМЕР. НАЙТИ СРЕДНЮЮ ЧИСЛЕННОСТЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПЕРСОНАЛА (ДЛЯ МОМЕНТНОГО РЯДА).

Период	численность ППП	Абсолютный прирост	Темп прироста, %	Темпы роста, %	Абсолютное содержание 1% прироста	Темп наращения, %
2006	470	0	0,00	100,00	4.70	0,00
2007	500	30	6.38	106.38	4.70	6.38
2008	505	5	1,00	101,00	5,00	1.06
2009	533	28	5.54	105.54	5.05	5.96
2010	540	7	1.31	101.31	5.33	1.49
2011	589	49	9.07	109.07	5.40	10.43
2012	577	-12	-2.04	97.96	5.89	-2.55
2013	594	17	2.95	102.95	5.77	3.62
2014	640	46	7.74	107.74	5.94	9.79
2015	628	-12	-1.88	98.13	6.40	-2.55
2016	646	18	2.87	102.87	6.28	3.83

-
- Для нахождения среднего уровня моментного ряда используют среднюю хронологическую:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}470 + 500 + \dots + 628 + \frac{1}{2}646}{11-1} = 566.4$$

- Средняя численность промышленного персонала предприятия за анализируемый период составила 566.4 чел.

3. МЕТОДЫ ВЫРАВНИВАНИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Для исследования **закономерности (тенденции)** развития изучаемого явления необходимы данные **за длительный период времени.**

Тенденцию развития конкретного явления определяет **основной фактор**, а также прямое или косвенное действие оказывают **случайные, разовые или периодически повторяющиеся факторы.**

Практически все ряды динамики экономических показателей на графике имеют **форму кривой, ломаной линии с подъемами и снижениями**, и по графику, во многих случаях, трудно определить даже общую тенденцию развития.

МЕТОДЫ ВЫРАВНИВАНИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ:

- метод укрупнения интервалов;
- метод скользящей средней;
- метод аналитического выравнивания.

МЕТОД УКРУПНЕНИЯ ИНТЕРВАЛОВ

Ряд динамики **разделяют** на некоторое достаточно **большое число равных интервалов**. Если средние уровни по интервалам не позволяют увидеть тенденцию развития явления, переходят к расчету уровней за большие промежутки времени, увеличивая длину каждого интервала (одновременно уменьшается количество интервалов).

МЕТОД СКОЛЬЗЯЩЕЙ СРЕДНЕЙ

В этом методе исходные уровни ряда заменяются **средними величинами**, которые получают из данного уровня и нескольких симметрично его окружающих. Целое число уровней, по которым рассчитывается среднее значение, называют **интервалом сглаживания**. Интервал может быть **нечетным** (3, 5, 7 и т.д. точек) или **четным** (2, 4, 6 и т.д. точек).

При нечетном сглаживании полученное среднее арифметическое значение закрепляют за серединой расчетного интервала.

При обработке ряда **четными интервалами** их искусственно делают **нечетными**, для чего образуют ближайший больший нечетный интервал, но из крайних его уровней берут только 50 %.

МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКОГО ВЫРАВНИВАНИЯ

Под этим понимают **определение основной проявляющейся во времени тенденции** развития изучаемого явления.

Целью аналитического выравнивания динамического ряда является **определение аналитической или графической зависимости $f(t)$** . На практике по имеющемуся временному ряду задают вид и находят параметры функции $f(t)$, а затем анализируют поведение отклонений от тенденции. Функцию $f(t)$ выбирают таким образом, чтобы она давала содержательное объяснение изучаемого процесса.

При выравнивании используются следующие зависимости:

линейная $f(t) = a_0 + a_1t$;

параболическая $f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2$,

экспоненциальные $f(t) = \exp(a_0 + a_1t)$

или $f(t) = \exp(a_0 + a_1t + a_2t^2)$.

-
- ***Линейная зависимость*** выбирается в тех случаях, когда в исходном временном ряду наблюдаются более или менее постоянные абсолютные цепные приросты, не проявляющие тенденции ни к увеличению, ни к снижению.
 - ***Параболическая зависимость*** используется, если абсолютные цепные приросты сами по себе обнаруживают некоторую тенденцию развития, но абсолютные цепные приросты абсолютных цепных приростов (разности второго порядка) никакой тенденции развития не проявляют.

-
- **Экспоненциальные зависимости** применяются, если в исходном временном ряду наблюдается либо более или менее постоянный относительный рост (устойчивость цепных темпов роста, темпов прироста, коэффициентов роста), либо, при отсутствии такого постоянства, – устойчивость в изменении показателей относительного роста (цепных темпов роста цепных же темпов роста, цепных коэффициентов роста цепных же коэффициентов или темпов роста и т.п.).