Санкт-Петербургский институт
экономики и управления

Практическое занятие

Тема
«Биномиальное распределение. Схема Бернулли»

Преподаватель: Толстошеева М.С.

1. Основы теории биномиального распределения

- *Пусть производится серия из n независимых опытов, в каждом из которых событие **A** может появиться с одинаковой вероятностью **p**, или не появиться с вероятностью **q=1 – p** ;*
- *Каждое появление или не появление события A не зависит от исхода других опытов серии;*
- *Такая серия опытов называется **схемой Бернулли**;*
- *Случайная величина X - это число появлений события A;*
- *X – это ДСВ, распределенная по биномиальному закону;*
- *Ее ряд распределения имеет вид:*

X	0	1	. . .	k	**...**	$\mathbf{n}$
P	p_0	p_1	. . .	p_k	…	p_n

1. Основы теории биномиального распределения

- Здесь p_k - вероятность того, что событие А появится ровно k раз в серии из n опытов – вычисляется по схеме Бернулли и равна:

$$p_k = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}, \quad \text{где} \quad C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} - \text{биномиальный коэффициент}$$

- Вероятность того, что событие А появится от l до m раз в серии из n опытов, равна: $P(l \le X \le m) = p_l + p_{l+1} + p_{l+2} + \ldots p_m$
- Математическое ожидание ДСВ, распределенной по биномиальному закону: $M_X = n \cdot p$
- Дисперсия $D_X = n \cdot p \cdot q$
- Полигон и функция распределения строятся как для любой ДСВ

2. Пример решения задачи

- ***Задание***.
- Студент может получить пятерку на экзамене с вероятностью 60%.

1) Найти ряд распределения числа пятерок, которые студент может получить в сессию из 3 экзаменов;
2) Найти математическое ожидание и дисперсию числа пятерок, а также вероятность того, что их будет не меньше 2-х;
3) Построить полигон и функцию распределения

- *Разумеется, это идеальная, а не реальная задача, т.к. при решении действительно важных и сложных глобальных задач современности приходится учитывать, что события не могут быть независимыми*

2. Пример решения задачи

- *Решение. 1) Пусть событие «A= студент получил 5 на экзамене»;*
- *Тогда:* $n = 3, \quad p = 0{,}6 \quad q = 0{,}4$ *и ряд распределения ДСВ имеет вид:*

X	0	1	2	3
P	p_0	p_1	p_2	p_3

- *Найдем вероятности по формуле Бернулли*

$$p_k = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$$p_0 = C_3^0 \cdot p^0 \cdot q^3 = 1 \cdot (0{,}6)^0 \cdot (0{,}4)^3 = 0{,}064$$

$$p_1 = C_3^1 \cdot (0{,}6)^1 \cdot (0{,}4)^2 = 3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}16 = 0{,}288$$

$$p_2 = C_3^2 \cdot (0{,}6)^2 \cdot 0{,}4 = 3 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}4 = 0{,}432$$

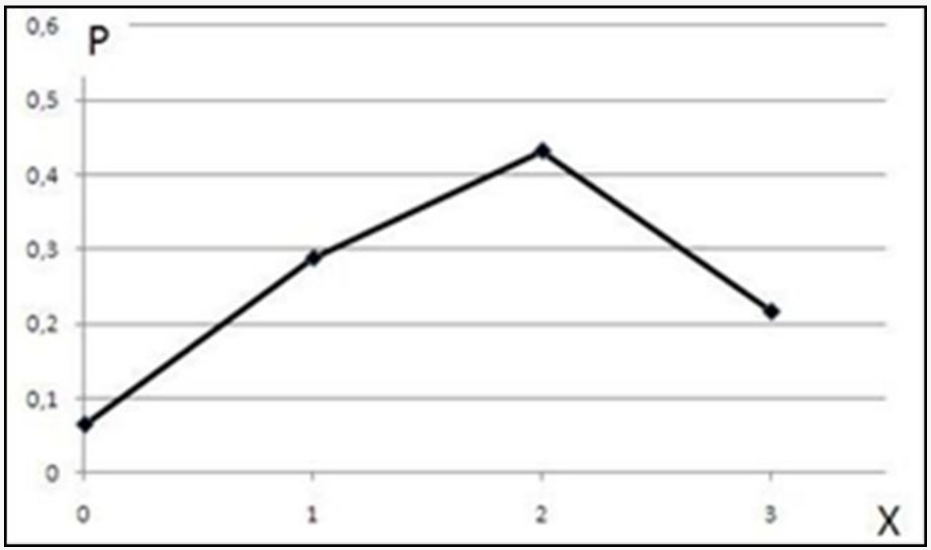
$$p_3 = C_3^3 \cdot (0{,}6)^3 \cdot (0{,}4)^0 = 1 \cdot 0{,}216 \cdot 1 = 0{,}216$$

- *Тогда ряд распределения:*

X	0	1	2	3
P	0,064	0,288	0,432	0,216

2. Пример решения задачи

- 2)
- Математическое ожидание $M_X = n \cdot p = 3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$
- Дисперсия $D_X = n \cdot p \cdot q = 3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}72$
- Вероятность того, что количество пятерок не меньше 2-х – т.е. их может быть 2 или 3: $P(2 \le X \le 3) = p_2 + p_3 = 0{,}432 + 0{,}216 = 0{,}648$
- 3) Полигон: здесь явно выделяется мода, равная 2



2. Пример решения задачи

- *3) Функция распределения:*

$$F(X)=0,\quad \text{если}\quad X\le 0$$

$$F(X)=p_0=0{,}064,\quad \text{если}\quad 0<X\le 1$$

$$F(X)=p_0+p_1=0{,}064+0{,}288=0{,}352,\quad \text{если}\quad 1<X\le 2$$

$$F(X)=p_0+p_1+p_2=0{,}064+0{,}288+0{,}432=0{,}784,\quad \text{если}\quad 2<X\le 3$$

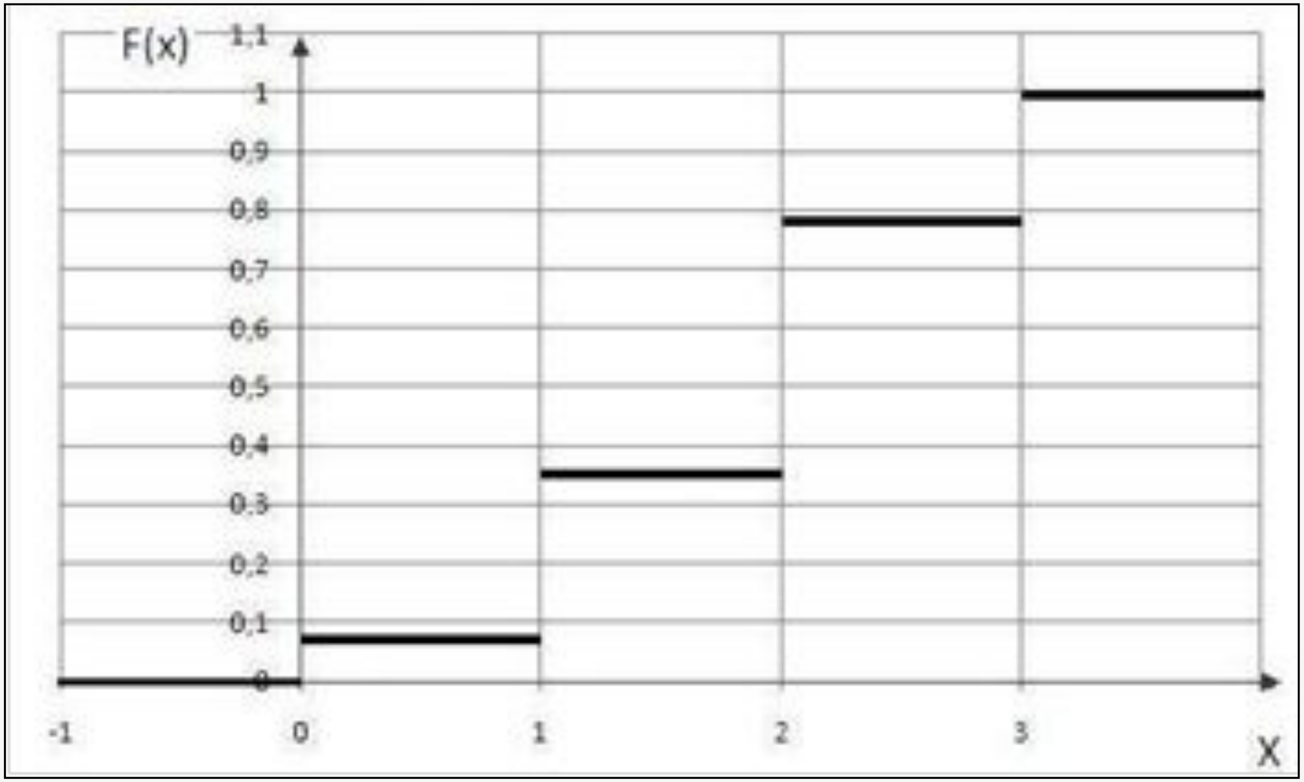
$$F(X)=1,\quad \text{если}\quad X>3$$

- *Таблица значений функции распределения:*

X	$(-\infty,0]$	$(0,1]$	$(1,2]$	$(2,3]$	$(3,+\infty)$
F(x)	0	0,064	0,352	0,784	1

2. Пример решения задачи

- *3) График функции распределения:*



- ***Далее – выполнение ПР4 (№1 и №2), ТТ4 и КТ4***