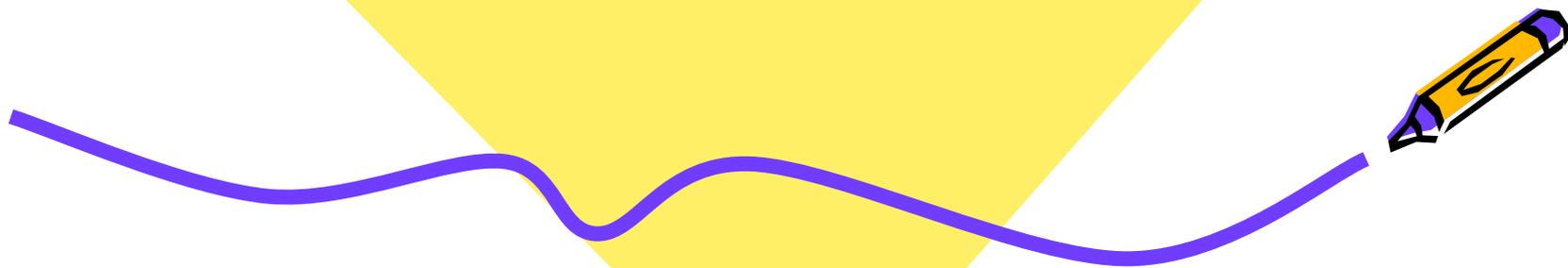




Презентация

Работу выполнили ученицы 9 «Б» класса:
Пиминова Ирина
Хамидуллина Алиса



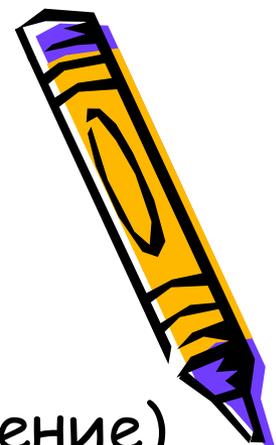
Сайты помогающие создать презентацию:



- <http://ru.onlimeschool.com/math/library/vector/multiply/>
- http://www.mathprofi.ru/skaljarnoe_proizvedenie_vektorov.html
- http://www.cleverstudents.ru/vectors/scalar_product_of_vectors.html



Оглавление



- Скалярное произведение векторов (определение)
- Формула для вычисления скалярного произведения
- Скалярный квадрат
- Скалярное произведение двух векторов
- Свойства скалярного произведения.
- Вычисление скалярного произведения, примеры и решения



Скалярное произведение векторов



Определение:

Скалярным произведением двух векторов называется действительное число, равное произведению длин умножаемых векторов на косинус угла между ними.



Формула для вычисления скалярного произведения

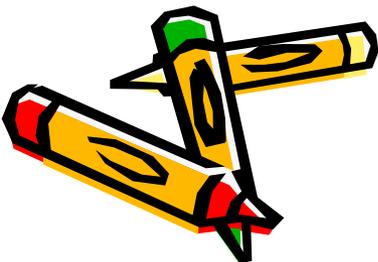


Скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} будем обозначать как (\vec{a}, \vec{b})

Тогда формула для вычисления скалярного

произведения имеет вид $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$

где $|\vec{a}|$ и $|\vec{b}|$ - длины векторов \vec{a} и \vec{b} соответственно,
 $\widehat{\vec{a}, \vec{b}}$ - угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .

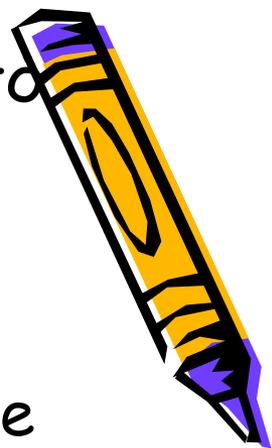


Из определения скалярного произведения видно, что
если хотя бы один из умножаемых векторов
нулевой,

$$\text{то } \left(\vec{a}, \vec{b} \right) = 0$$

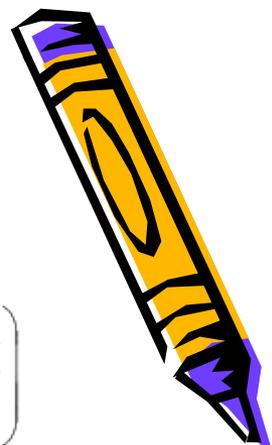
Вектор можно скалярно умножить на себя. Скалярное
произведение вектора на себя равно квадрату его
длины, так как по определению

$$\left(\vec{a}, \vec{a} \right) = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos \left(\vec{a}, \vec{a} \right) = |\vec{a}|^2 \cdot \cos 0 = |\vec{a}|^2$$



Определение.

Скалярное произведение вектора на себя называется **скалярным квадратом**.



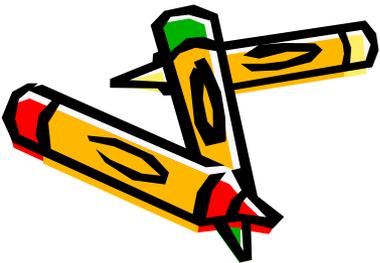
Формулу для вычисления скалярного произведения $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\angle \vec{a}, \vec{b})$

можно записать в виде $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\angle \vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot \text{пр}_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \cdot \text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$

где $\text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$ - числовая проекция вектора \vec{a} на направление вектора \vec{b}

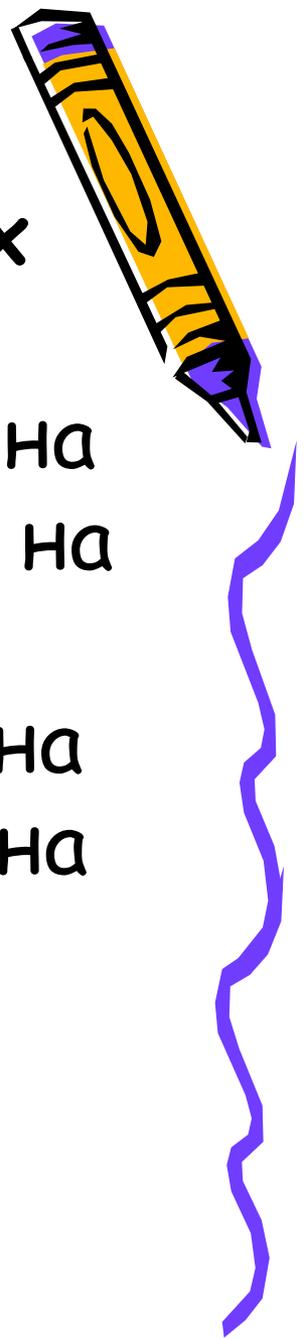
$\text{пр}_{\vec{a}} \vec{b}$ - числовая проекция вектора \vec{b} на направление вектора \vec{a} .

Таким образом, можно дать еще одно определение скалярного произведения двух векторов.....



Определение.

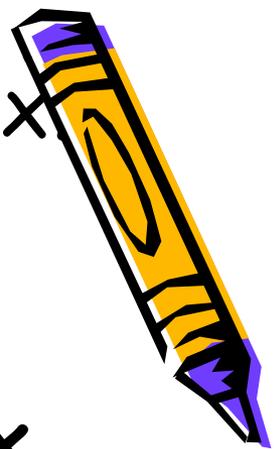
Скалярным произведением двух векторов \vec{a} и \vec{b} называется произведение длины вектора \vec{a} на числовую проекцию вектора \vec{b} на направление вектора \vec{a} или произведение длины вектора \vec{b} на числовую проекцию вектора \vec{a} на направление вектора \vec{b} .



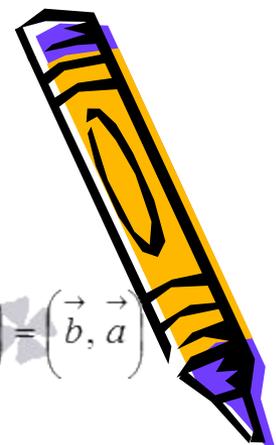
Скалярное произведение в координатах

Определение.

Скалярным произведением двух векторов на плоскости или в трехмерном пространстве в прямоугольной системе координат называется сумма произведений соответствующих координат векторов \vec{a} и \vec{b} .



Свойства скалярного произведения.



• Свойство коммутативности скалярного произведения $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$

• Свойство дистрибутивности $(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{b}, \vec{c})$ или

$$(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{b}) + (\vec{a}, \vec{c})$$

• Сочетательное свойство $(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{b}, \vec{c})$ или

$(\vec{a}, \lambda \cdot \vec{b}) = \lambda \cdot (\vec{a}, \vec{b})$, где λ - произвольное действительное число

• Скалярный квадрат вектора всегда не отрицателен $(\vec{a}, \vec{a}) \geq 0$,

\vec{a}

нулевой.



Вычисление скалярного произведения, примеры и решения.

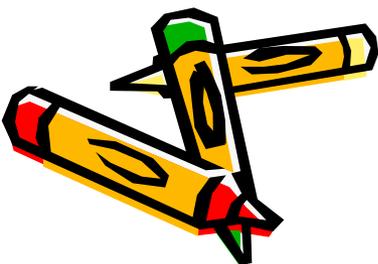
Решение различных задач на вычисление скалярного произведения векторов сводится к использованию свойств скалярного произведения и формул

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$$

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = |\vec{a}| \cdot \text{np}_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \cdot \text{np}_{\vec{b}} \vec{a}$$

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

$$\left(\vec{a}, \vec{a}\right) = |\vec{a}|^2$$





Пример.

Вычислите скалярное произведение двух векторов \vec{a} и \vec{b} , если их длины равны 3 и 7 единиц соответственно, а угол между ними равен 60 градусам.

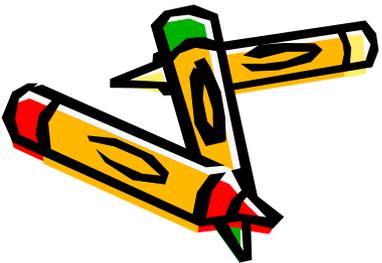
Решение.

У нас есть все данные, чтобы вычислить скалярное произведение

по определению:
$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right) = 3 \cdot 7 \cdot \cos 60^\circ = 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{2}$$

Ответ:

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{21}{2}$$



Пример.

В прямоугольной системе координат заданы два вектора

$\vec{a} = (1, -1, \sqrt{2} - 3)$ и $\vec{b} = (0, 2, \sqrt{2} + 3)$, найдите их скалярное произведение.

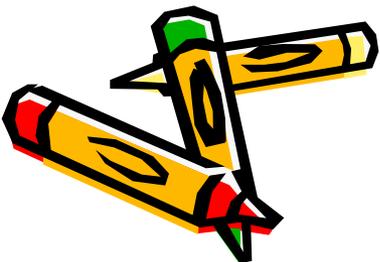
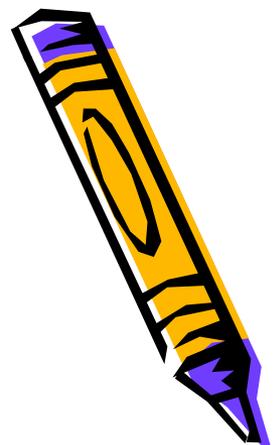
Решение.

В этом примере целесообразно использовать формулу, позволяющую вычислить скалярное произведение векторов

через их координаты:
$$\begin{aligned} \left(\vec{a}, \vec{b}\right) &= a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = \\ &= 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + (\sqrt{2} - 3) \cdot (\sqrt{2} + 3) = 0 - 2 + (2 - 9) = -9 \end{aligned}$$

Ответ:

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = -9$$



Спасибо за просмотр

