Презентация

Работу выполнили ученицы 9 «Б» класса:
Пиминова Ирина
Хамидуллина Алиса

Сайты помогающие создать презентацию:

- http://ru.onlinemschool.com/math/library/vector/multiply/
- http://www.mathprofi.ru/skaljarnoe_proizvedenie_vektorov.html
- http://www.cleverstudents.ru/vectors/scalar_product_of_vectors.html

Оглавление

Скалярное произведение векторов

Определение:

Скалярным произведением двух векторов называется действительное число, равное произведению длин умножаемых векторов на косинус угла между ними.

Формула для вычисления скалярного произведения

Скалярное произведение векторов и будем обозначать как $\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$

Тогда **формула для вычисления скалярного произведения** имеет вид $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$

где $\left|\vec{a}\right|$ и $\left|\vec{b}\right|$ - длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ соответственно,

а $\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$ - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Из определения скалярного произведения видно, что если хотя бы один из умножаемых векторов нулевой,

то $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 0$

Вектор можно скалярно умножить на себя. Скалярное произведение вектора на себя равно квадрату его длины, так как по определению

$$\left(\vec{a}, \vec{a}\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{a}\right| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{a}}\right) = \left|\vec{a}\right|^2 \cdot \cos 0 = \left|\vec{a}\right|^2$$

Определение.

Скалярное произведение вектора на себя называется ***скалярным квадратом.***

Формулу для вычисления скалярного произведения $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$

можно записать в виде $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)=\left|\vec{a}\right|\cdot np_{\vec{a}}\vec{b}=\left|\vec{b}\right|\cdot np_{\vec{b}}\vec{a}$

где $np_{\vec{b}}\vec{a}$ - числовая проекция вектора на направление вектора $\vec{a}$

,

$\vec{b}$

а - числовая проекция вектора на направление вектора .

Таким образом, можно дать еще одно определение скалярного произведения двух векторов…..

Определение.

Скалярным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется произведение длины вектора $\vec{a}$ на числовую проекцию вектора $\vec{b}$ на направление вектора $\vec{a}$ или произведение длины вектора $\vec{b}$ на числовую проекцию вектора $\vec{a}$ на направление вектора $\vec{b}$

Скалярное произведение в координатах.

Определение.

Скалярным произведением двух векторов на плоскости или в трехмерном пространстве в прямоугольной системе координат называется сумма произведений соответствующих координат векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Свойства скалярного произведения.

- Свойство коммутативности скалярного произведения $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \left(\vec{b}, \vec{a}\right)$
- Свойство дистрибутивности $\left(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right) = \left(\vec{a}, \vec{c}\right) + \left(\vec{b}, \vec{c}\right)$ или $\left(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}\right) = \left(\vec{a}, \vec{b}\right) + \left(\vec{a}, \vec{c}\right)$
- Сочетательное свойство $\left(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\right) = \left(\vec{a}, \vec{c}\right) + \left(\vec{b}, \vec{c}\right)$ или

  $\left(\vec{a}, \lambda \cdot \vec{b}\right) = \lambda \cdot \left(\vec{a}, \vec{b}\right)$, где λ - произвольное действительное число
- Скалярный квадрат вектора всегда не отрицателен $\left(\vec{a}, \vec{a}\right) \geq 0$,

причем тогда и только тогда, когда вектор $\vec{a}$ нулевой.

Вычисление скалярного произведения, примеры и решения.

Решение различных задач на вычисление скалярного произведения векторов сводится к использованию свойств скалярного произведения и формул

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$$

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot np_{\vec{a}}\vec{b} = \left|\vec{b}\right| \cdot np_{\vec{b}}\vec{a}$$

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

$$\left(\vec{a}, \vec{a}\right) = \left|\vec{a}\right|^2$$

Пример.

Вычислите скалярное произведение двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если их длины равны 3 и 7 единиц соответственно, а угол между ними равен 60 градусам.

Решение.

У нас есть все данные, чтобы вычислить скалярное произведение по определению:

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right) = 3 \cdot 7 \cdot \cos 60^\circ = 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{2}$$

Ответ:

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{21}{2}$$

Пример.

В прямоугольной системе координат заданы два вектора $\vec{a} = \left(1, -1, \sqrt{2} - 3\right)$ и $\vec{b} = \left(0, 2, \sqrt{2} + 3\right)$, найдите их скалярное произведение.

Решение.

В этом примере целесообразно использовать формулу, позволяющую вычислить скалярное произведение векторов через их координаты:

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z =$$

$$= 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + \left(\sqrt{2} - 3\right) \cdot \left(\sqrt{2} + 3\right) = 0 - 2 + (2 - 9) = -9$$

Ответ:

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = -9$$

Спасибо за просмотр