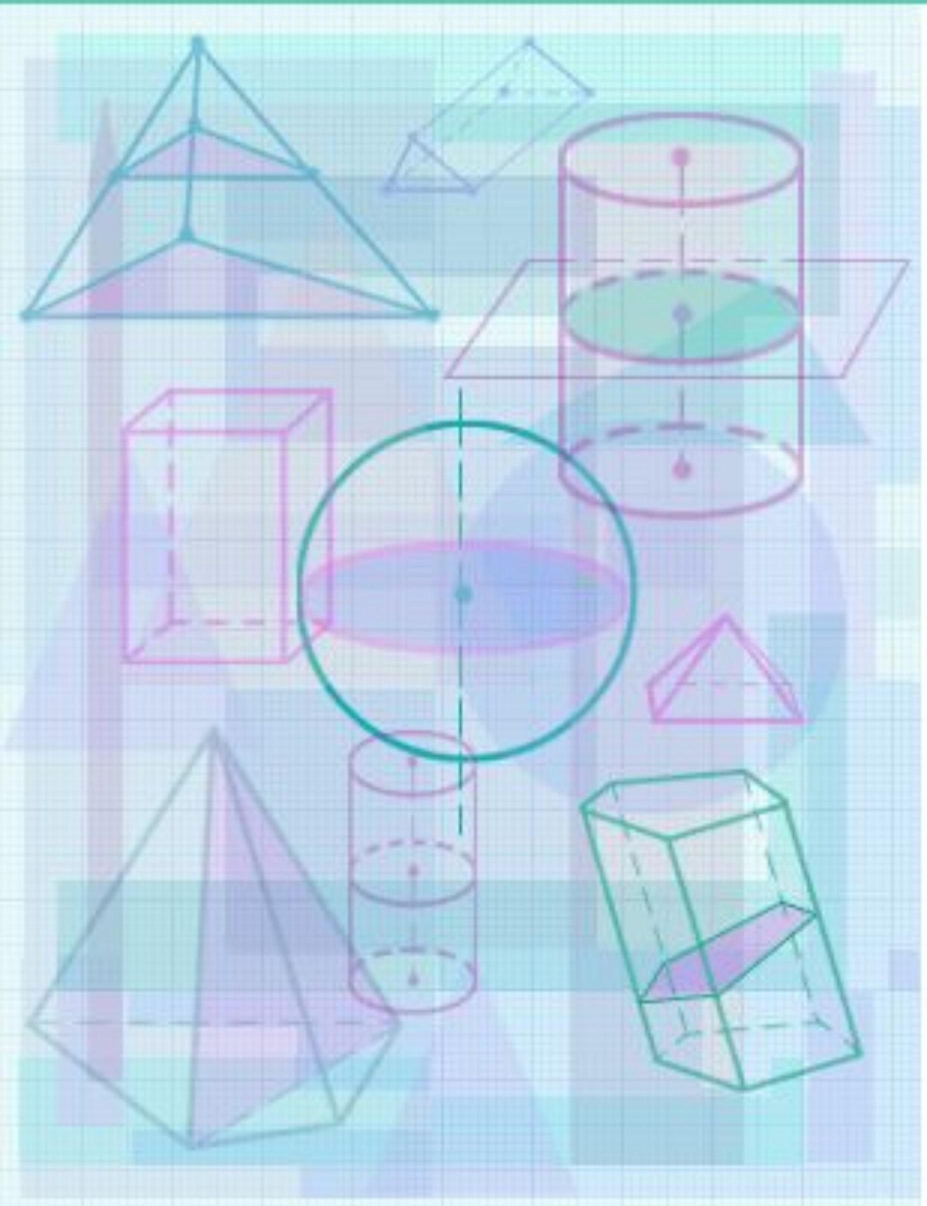


Аксиомы стереометрии.

Некоторые следствия из аксиом.

Геометрия

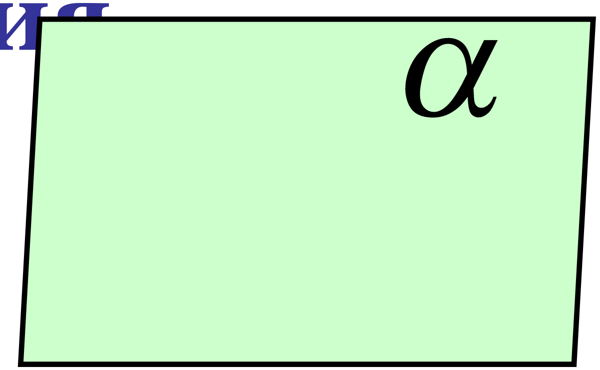
Планиметрия

Стереометрия

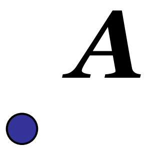
stereos телесный, твердый, объемный, пространственный

Стереометрия

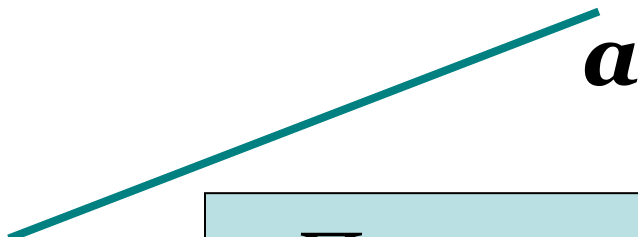
-Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.



Основные фигуры в пространстве:

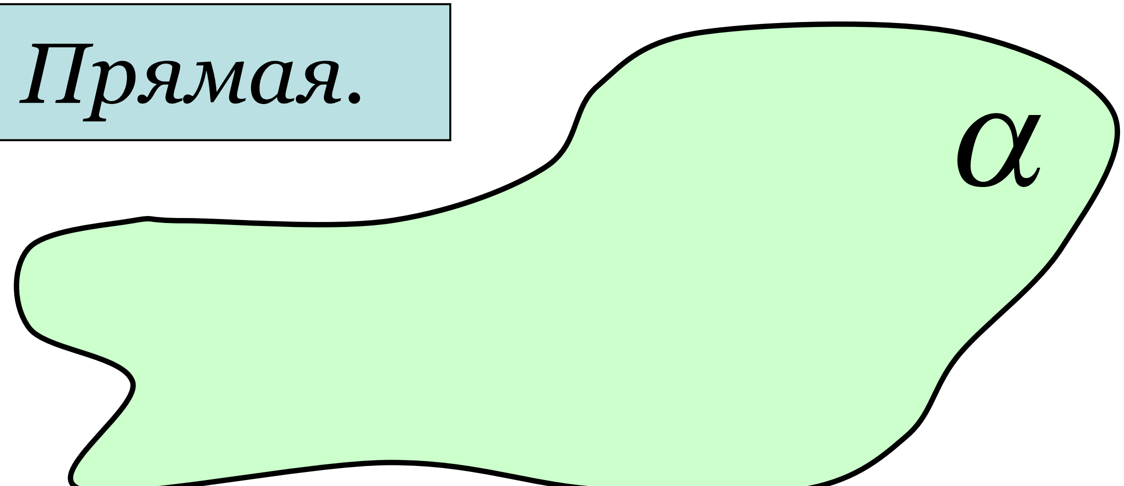


Точка.



Прямая.

Плоскость.



СТЕРЕОМЕТРИЯ

точка $A, B, C, \ldots$

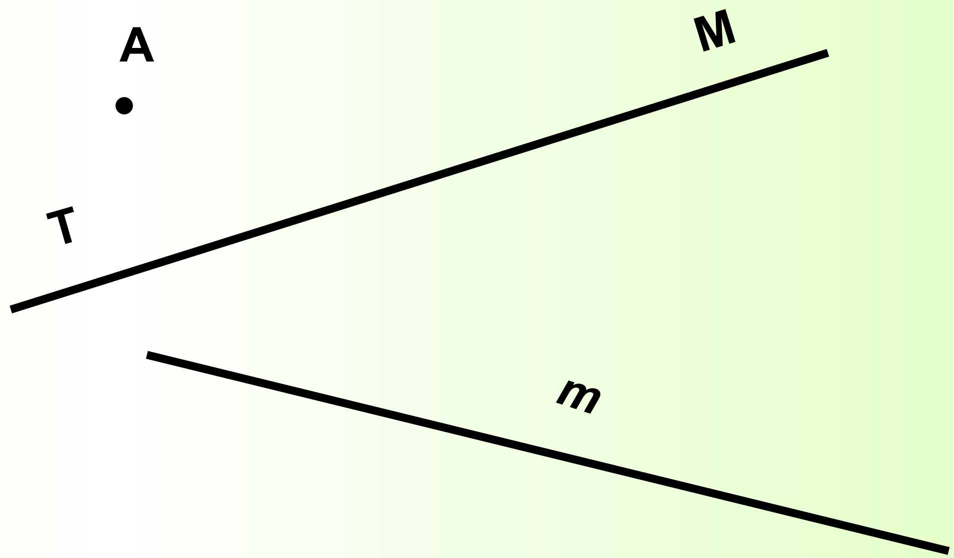
прямая $a, b, c, \ldots$

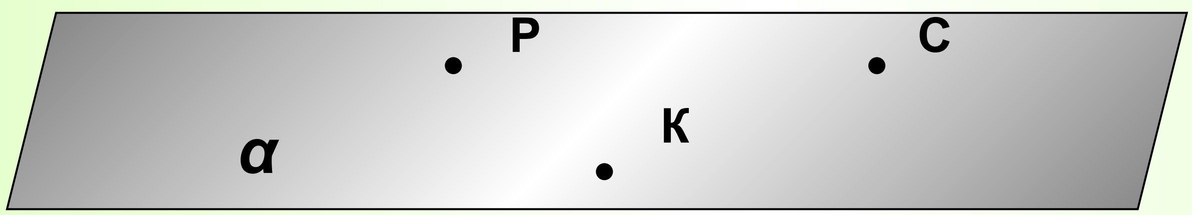
или $AB, BC, CD, \ldots$

плоскость $\alpha, \beta, \gamma,$

Основные понятия стереометрии

- точка,
- прямая,
- плоскость,



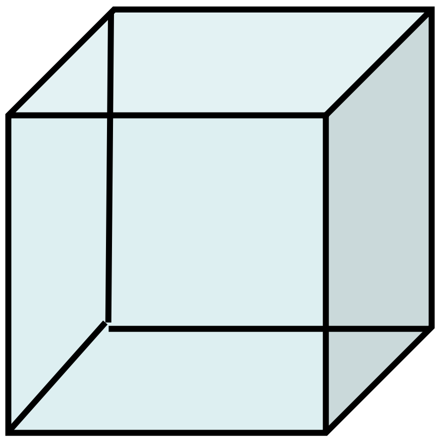


$\alpha = (PKC)$

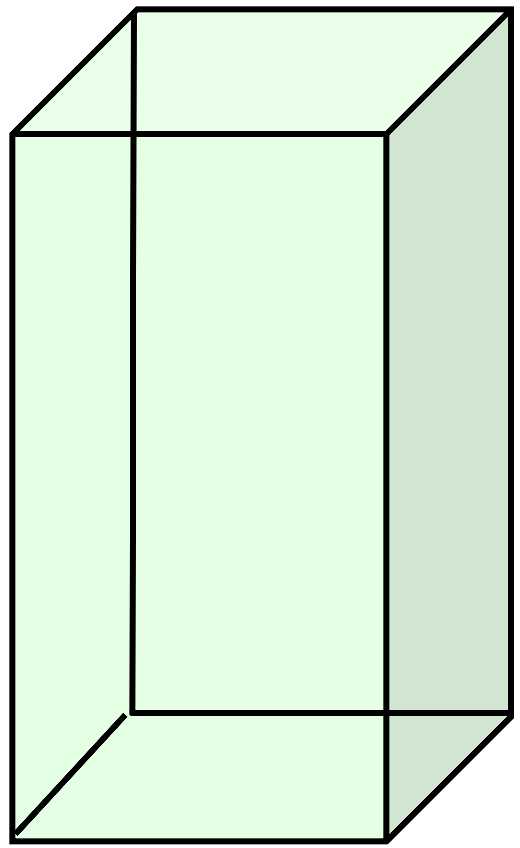
$|PK|$

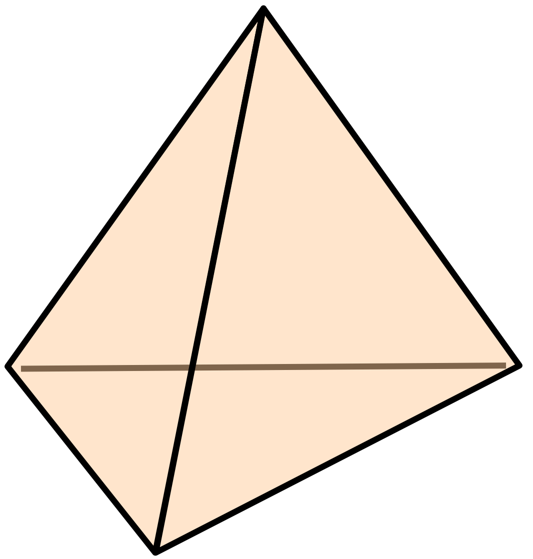
$A \notin \alpha$, $KC \subset \alpha$, $P \in \alpha$

Геометрические тела:



Куб.





Тетраэдр.

Параллелепипед.

Рассмотрим геометрические тела, поверхность которых составлена из многоугольников.

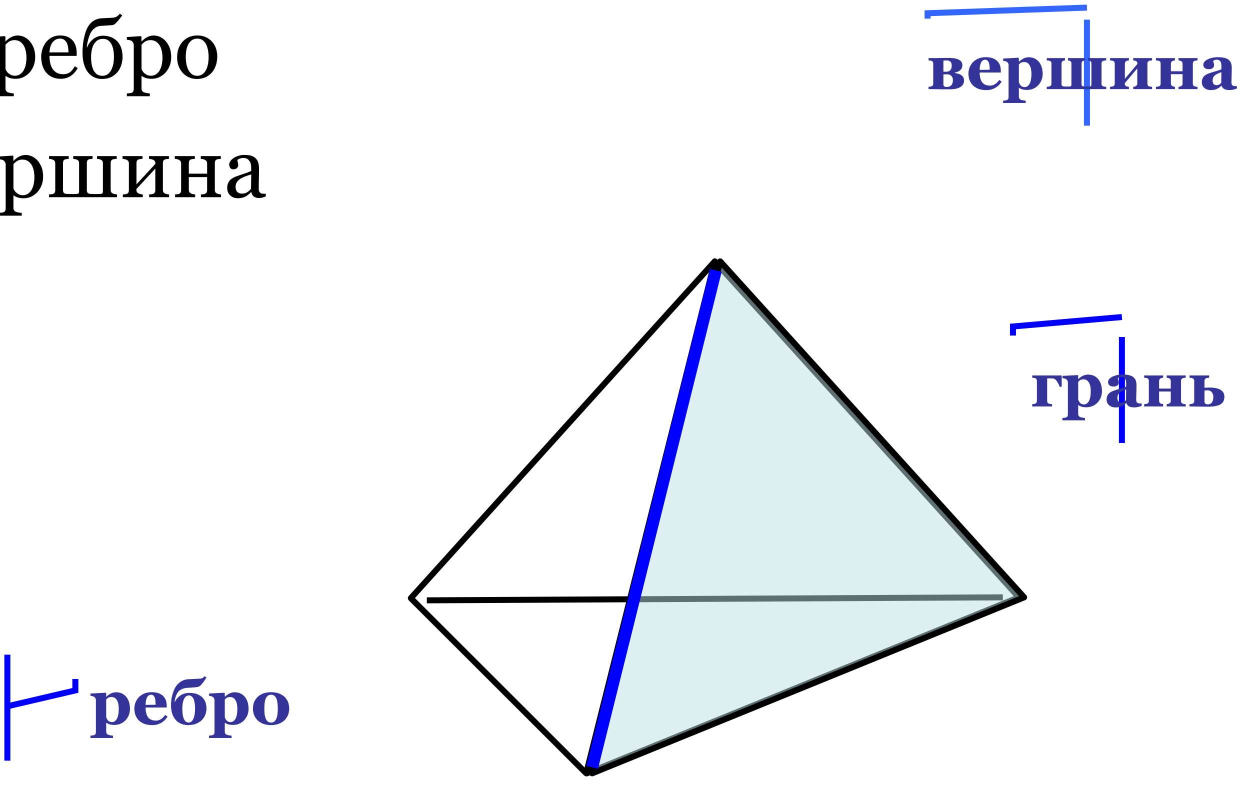
Такие поверхности называются

МНОГОГРАННИКАМИ

- **Стороны и вершины этих многоугольников называются *ребрами и вершинами*.**
- **Отрезки, соединяющие вершины многогранника, не принадлежащие одной грани, называются *дигоналями.***

Геометрические понятия.

- Плоскость – грань
- Прямая – ребро
- Точка – вершина



Аксиома

(от греч. axíõma – принятие положения)

исходное положение научной теории, принимаемое без доказательства

В стереометрии мы будем рассматривать ситуации, задающие различные расположения в пространстве основных фигур относительно друг друга

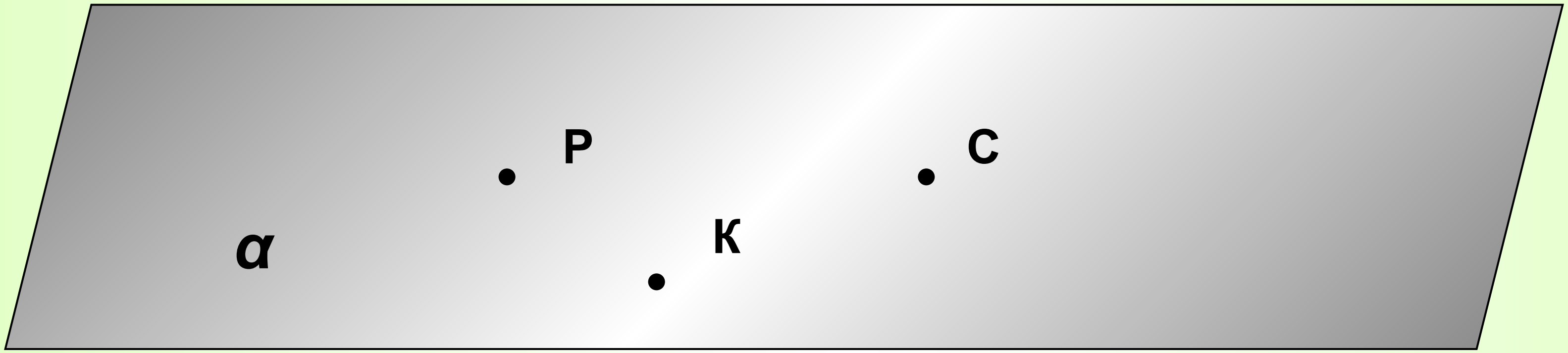
Определите: верно, ли суждение?

1. Любые три точки лежат в одной плоскости. **ДА**
2. Любые четыре точки лежат в одной плоскости. НЕТ
3. Любые четыре точки не лежат в одной плоскости. НЕТ
4. Через любые три точки проходит плоскость и при том только одна. НЕТ
5. Если прямая пересекает 2 стороны треугольника, то она лежит в плоскости треугольника. **ДА**
6. Если прямая проходит через вершину треугольника, то она лежит в плоскости треугольника. НЕТ
7. Если прямые не пересекаются, то они параллельны. НЕТ
8. Если плоскости не пересекаются, то они параллельны. **ДА**

Аксиомы стереометрии

А-1

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой проходит плоскость, и притом только одна

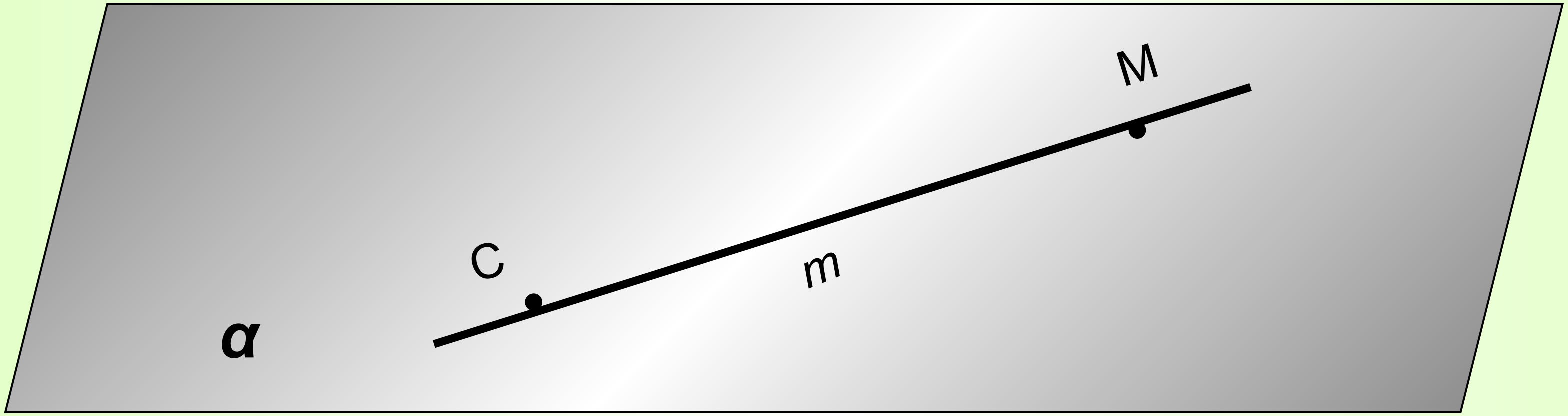


$\alpha = (PKC)$

Аксиомы стереометрии

А-2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



Если $M, C \in \alpha$ $M, C \in m,$ **то** $m \subset \alpha$

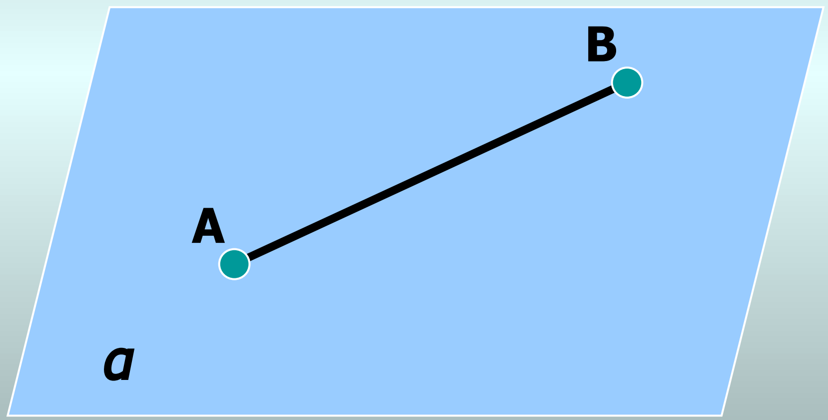
Однако , если взять не три , а четыре точки, то через них может не проходить ни одна плоскость.

Иначе говоря, четыре точки могут не лежать в одной плоскости.

Аксиомы стереометрии

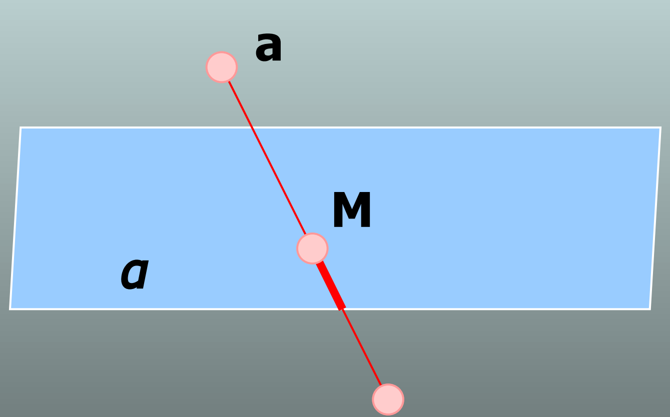
А-2

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.



А, В ∈ α

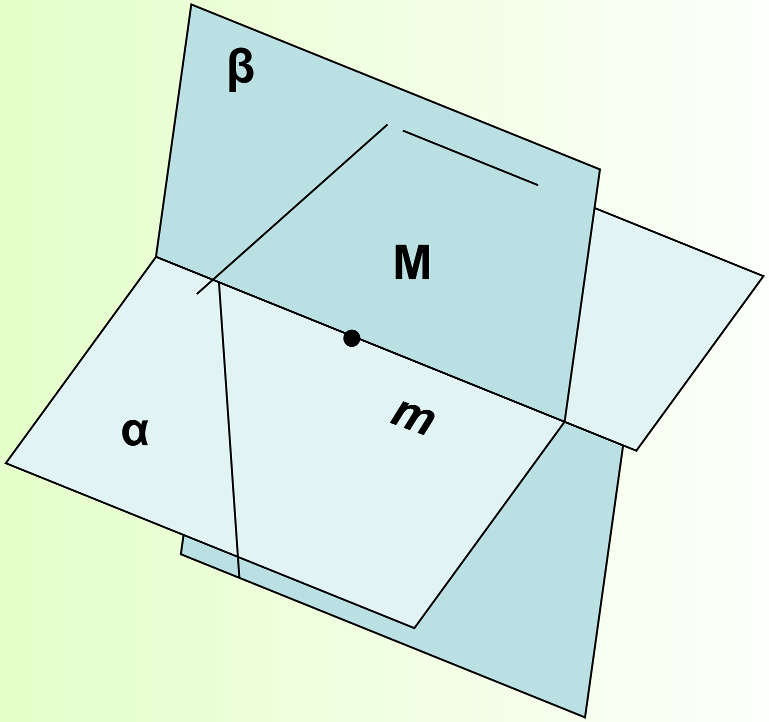
Из аксиомы следует, что если прямая не лежит в данной плоскости, то она имеет с ней не более одной общей точки. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то они **<u>пересекаются</u>**



Аксиомы стереометрии

А-3

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



M ∈ α, M ∈ β, M ∈ ***m***

⇓

m ∈ α, ***m*** ∈ β

⇓

α ∩ β = ***m***

АКСИОМЫ

планиметрия

Характеризуют взаимное расположение точек и прямых

1. Каждой прямой принадлежат по крайней мере две точки

2. Имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой

3. Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна.

Основное понятие геометрии «лежать между»

4. Из трех точек прямой одна и только одна лежит между двумя другими.

стереометрия

А1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна

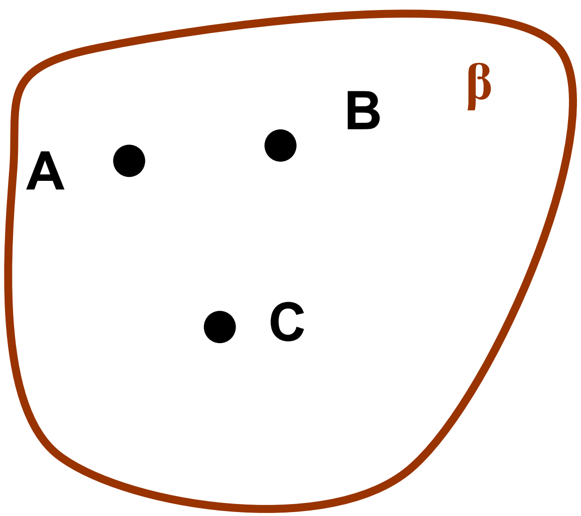
А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости

А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Аксиомы стереометрии описывают:

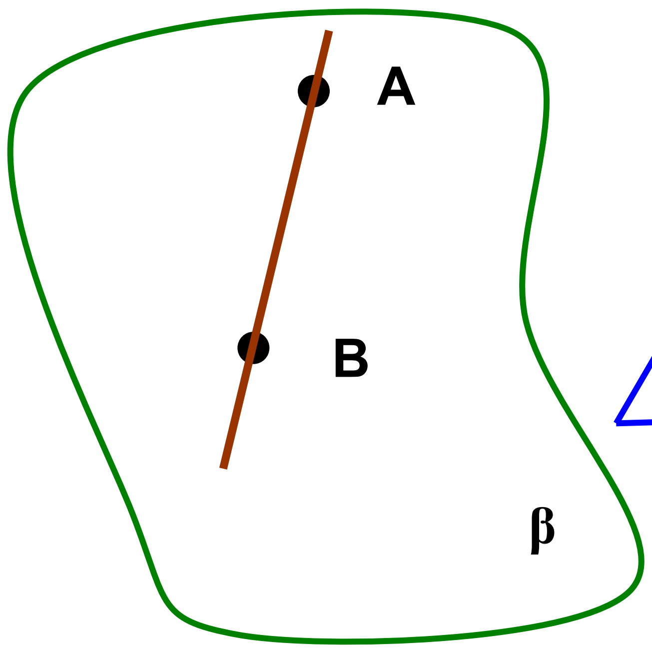
А1.

Способ задания плоскости.



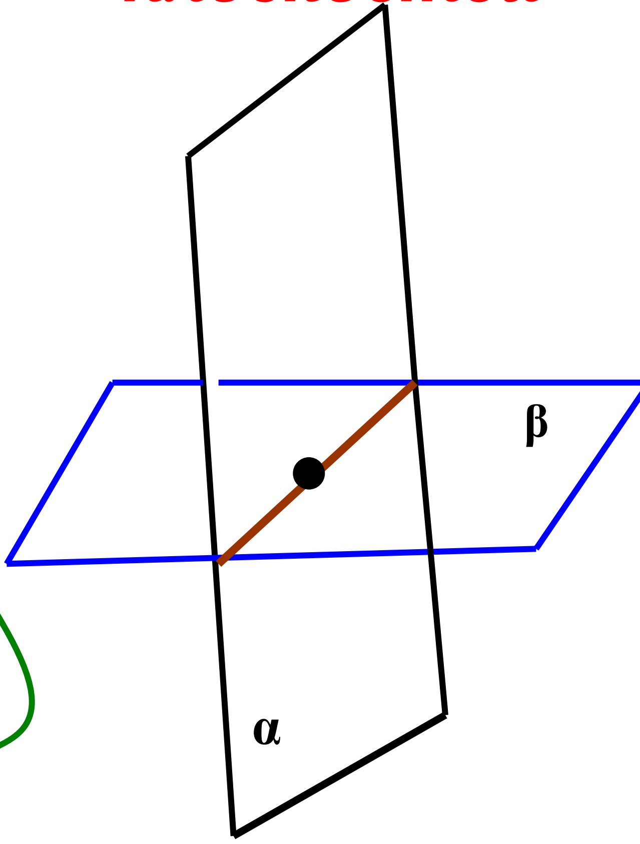
А2.

Взаимное расположение прямой и плоскости



А3.

Взаимное расположение плоскостей

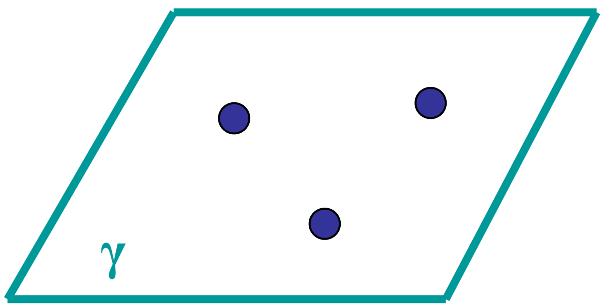


Способы задания плоскости

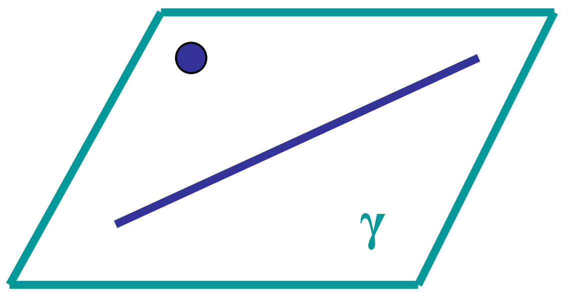
1. Плоскость можно провести через три точки.

2. Можно провести через прямую и не лежащую на ней точку.

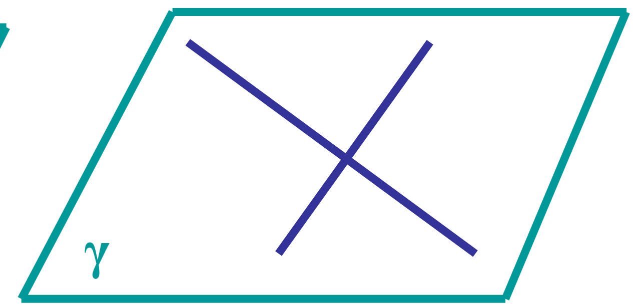
3. Можно провести через две пересекающиеся прямые.



Аксиома 1



Теорема 1

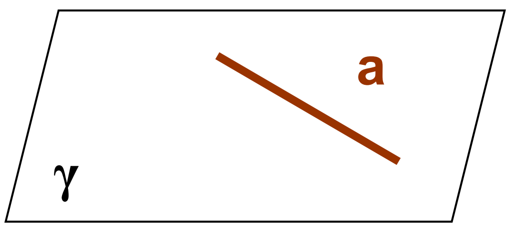


Теорема 2

A_1

Взаимное расположение прямой и плоскости.

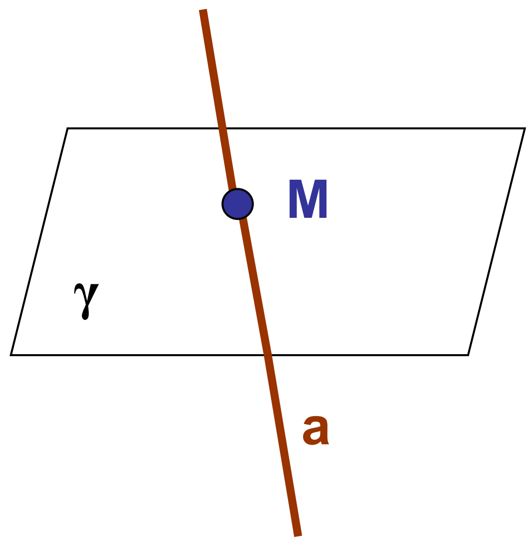
Прямая лежит в плоскости.



$a \subset \gamma$

Множество общих точек.

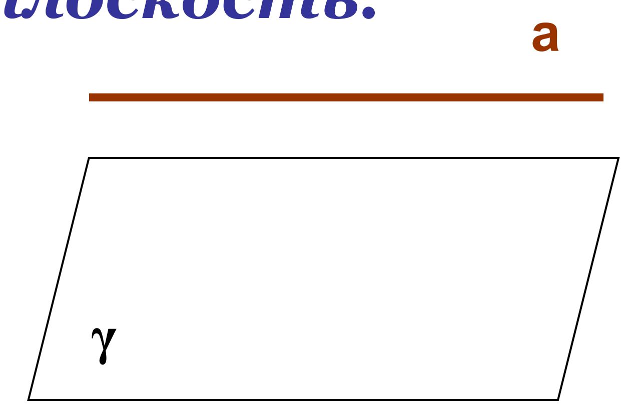
Прямая пересекает плоскость.



$a \cap \gamma = M$

Единственная общая точка.

Прямая не пересекает плоскость.

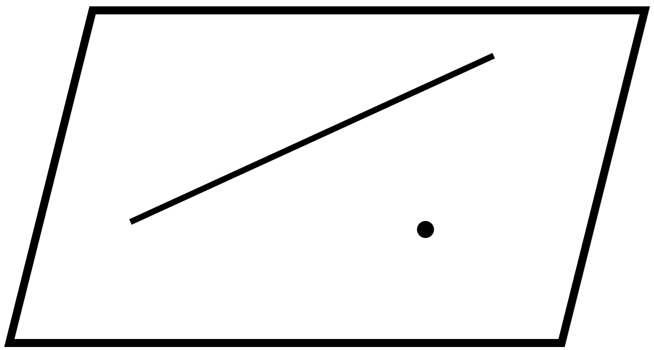
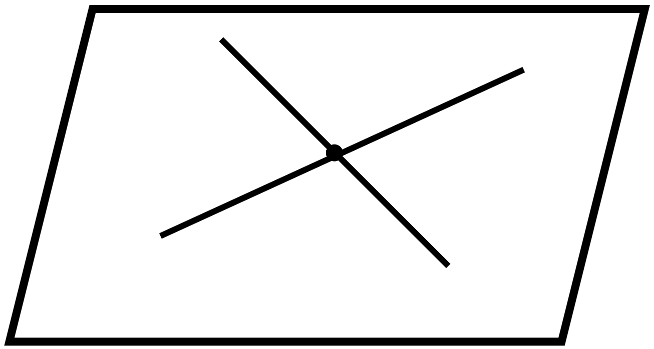


$a \not\subset \gamma$

Нет общих точек.

A_2

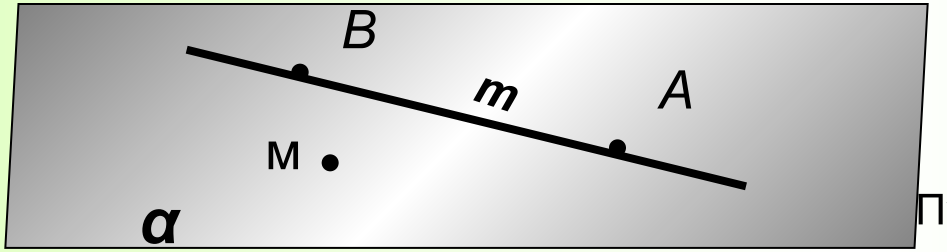
Следствия из аксиом стереометрии.

Следствие	Чертеж	формулировка
№ 1 (Т)		Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.
№ 2 (Т)		Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ

Т-1

Через любую прямую и не принадлежащую ей точку можно провести плоскость, и притом только одну.



Дано: М∉*m*

Доказательство

Пусть точки ***A, B* ∈ *m*.**

- Так как **М∉*m***, то точки ***A*, *B* и *M*** не принадлежат одной прямой.
  По А-1 через точки ***A*, *B* и *M*** проходит только одна плоскость — плоскость ***(ABM)***,
  Обозначим её ***α***. Прямая ***m*** имеет с ней две общие точки — точки ***A*** и ***B***, следовательно,
  по аксиоме А-2 эта прямая лежит в плоскости ***α***..
  Таким образом, плоскость ***α*** проходит через прямую ***m*** и точку ***M*** и является искомой.

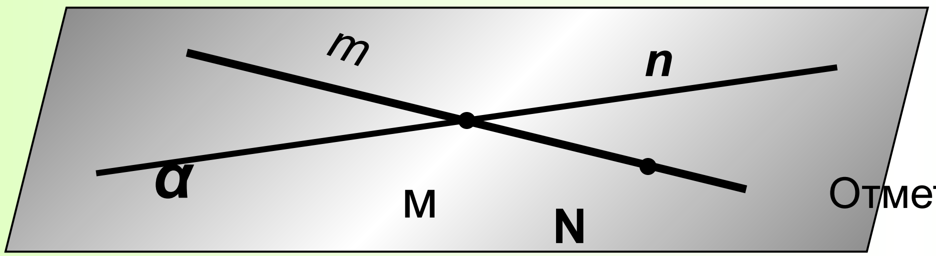
- Докажем, что другой плоскости, проходящей через прямую ***m*** и точку ***M***, не существует.
  Предположим, что есть другая плоскость — ***β***, проходящая через прямую ***m*** и точку ***M***.
  Тогда плоскости ***α*** и ***β*** проходят через точки ***A*, *B*** и ***M***, не принадлежащие одной прямой, а значит, совпадают. Следовательно, плоскость ***α*** единственна.

- Теорема доказана

СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ

Т-2

Через любые две пересекающиеся прямые можно провести плоскость, и притом только одну.



Дано: $m \cap n = M$

Доказательство

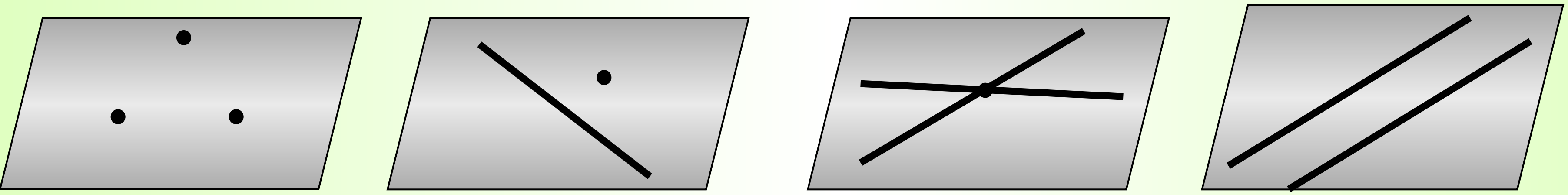
Отметим на прямой ***m*** произвольную точку **N,** отличную от **M.**

- Рассмотрим плоскость ***α*** **=(n, N).** Так как ***M∈ α*** и ***N∈α,*** то по А-2 ***m ⊂ α.*** Значит обе прямые ***m, n*** лежат в плоскости ***α*** и следовательно ***α,*** является искомой
- Докажем единственность плоскости ***α.*** Допустим, что есть другая, отличная от плоскости ***α*** и проходящая через прямые ***m*** и ***n,*** плоскость ***β.***
  Так как плоскость ***β*** проходит через прямую ***n*** и не принадлежащую ей точку ***N,*** то по Т-1 она совпадает с плоскостью ***α.*** Единственность плоскости ***α*** доказана.
- Теорема доказана

ВЫВОД

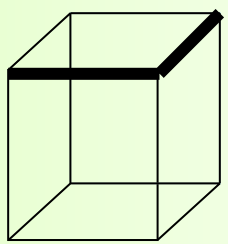
Как в пространстве можно однозначно задать плоскость?

- По трем точкам, не лежащим на одной прямой
- По прямой и точке, не лежащей на этой прямой
- По двум пересекающимся прямым
- По двум параллельным прямым

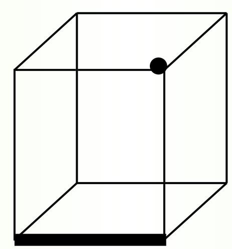


ОТВЕТЬТЕ НА ВОПРОСЫ

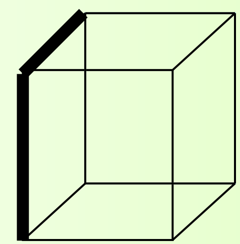
1. Сколько существует способов задания плоскости?
2. Сколько плоскостей можно провести через выделенные элементы?



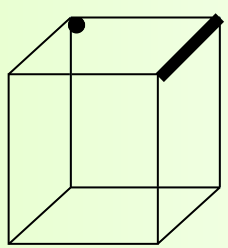
а)



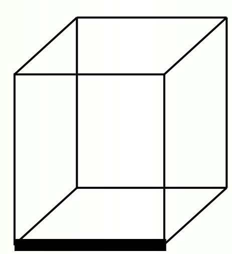
б)



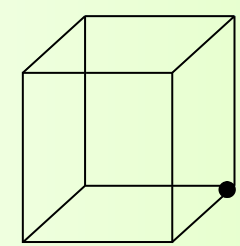
в)



г)



д)

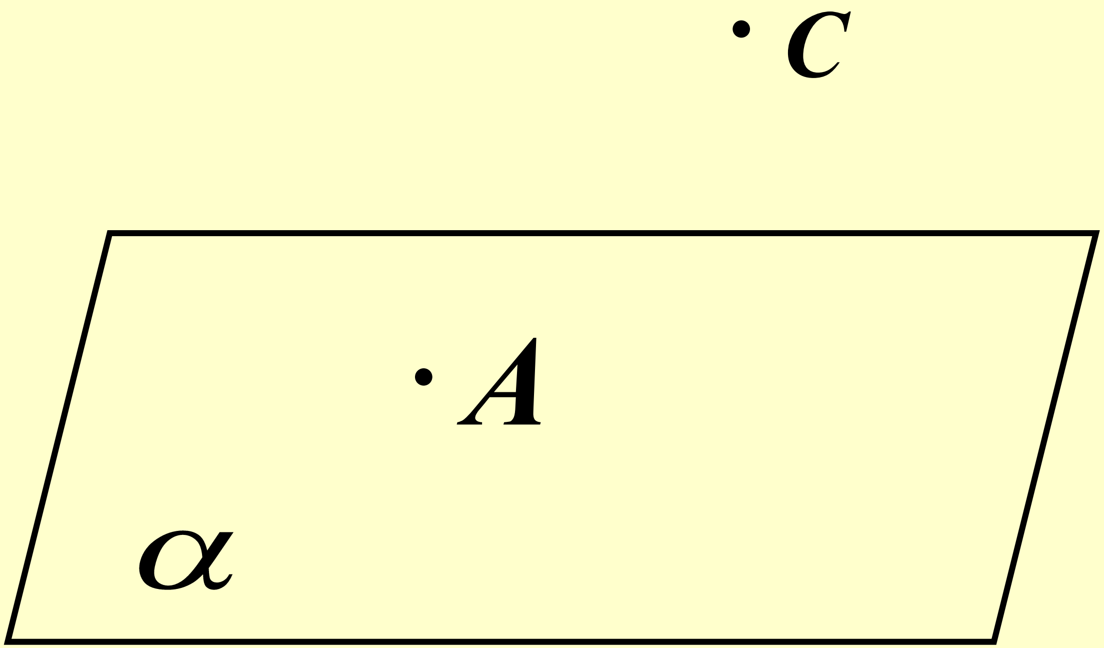


е)

Дз

- Выучи наизусть формулировки аксиом и следствий
- Ответь на вопросы№3,4,5,6,8,10,13
- Подготовь конспект параграфа (формулировки и определения)
- Закончи работу с презентацией

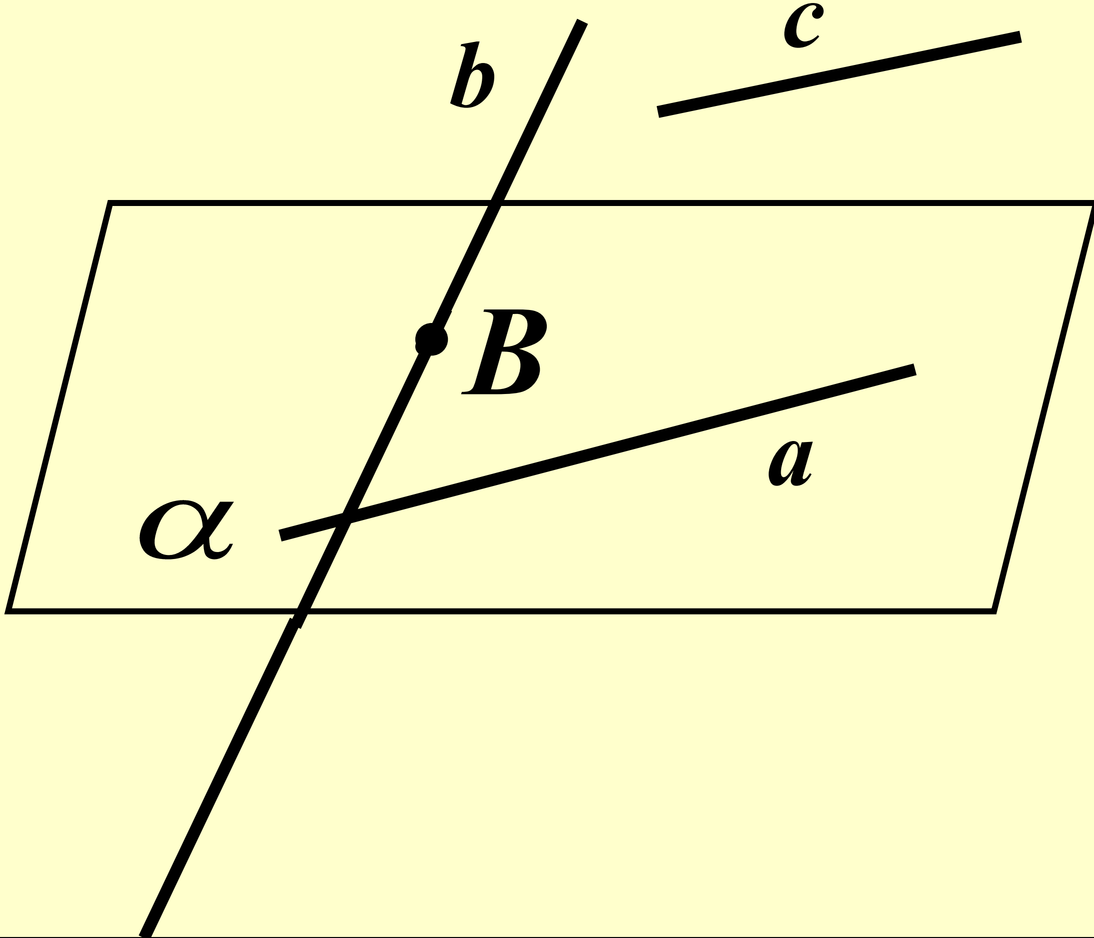
Прочти чертеж



$A \in \alpha$

$C \notin \alpha$

Прочти чертеж

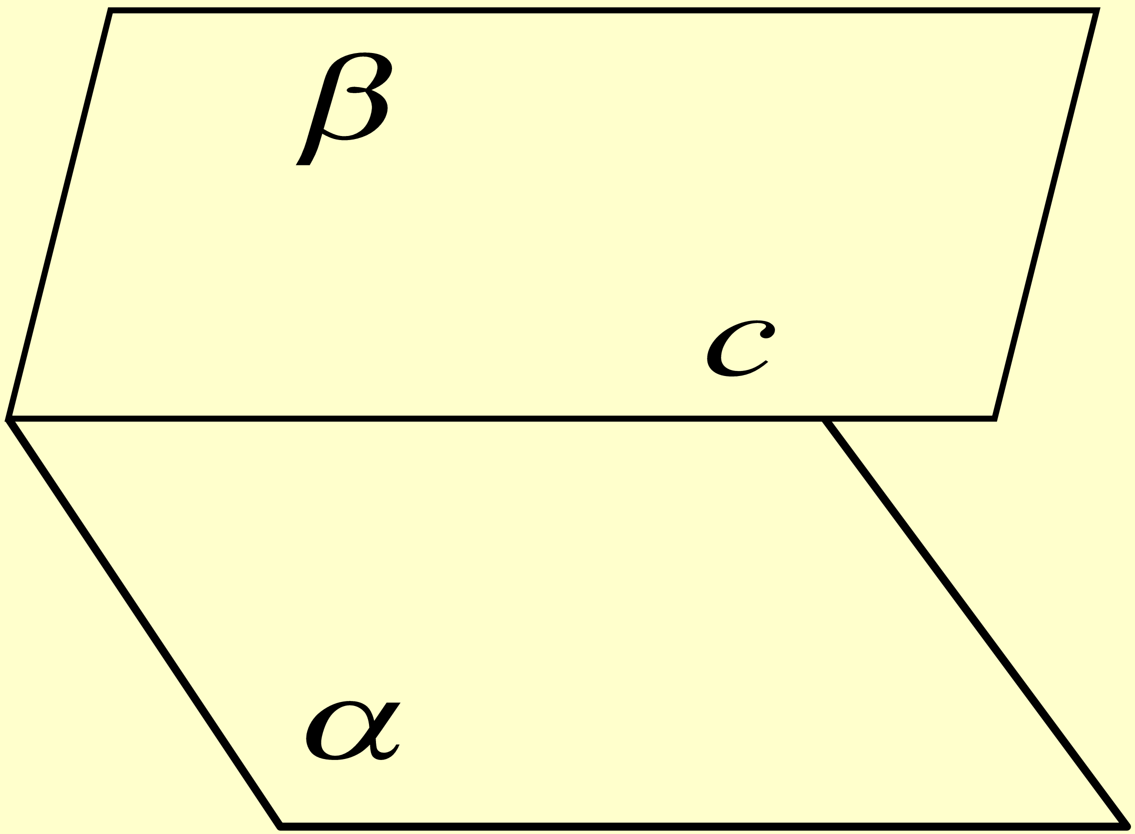


$$a \in \alpha$$

$$b \cap \alpha = B$$

$$c \notin \alpha$$

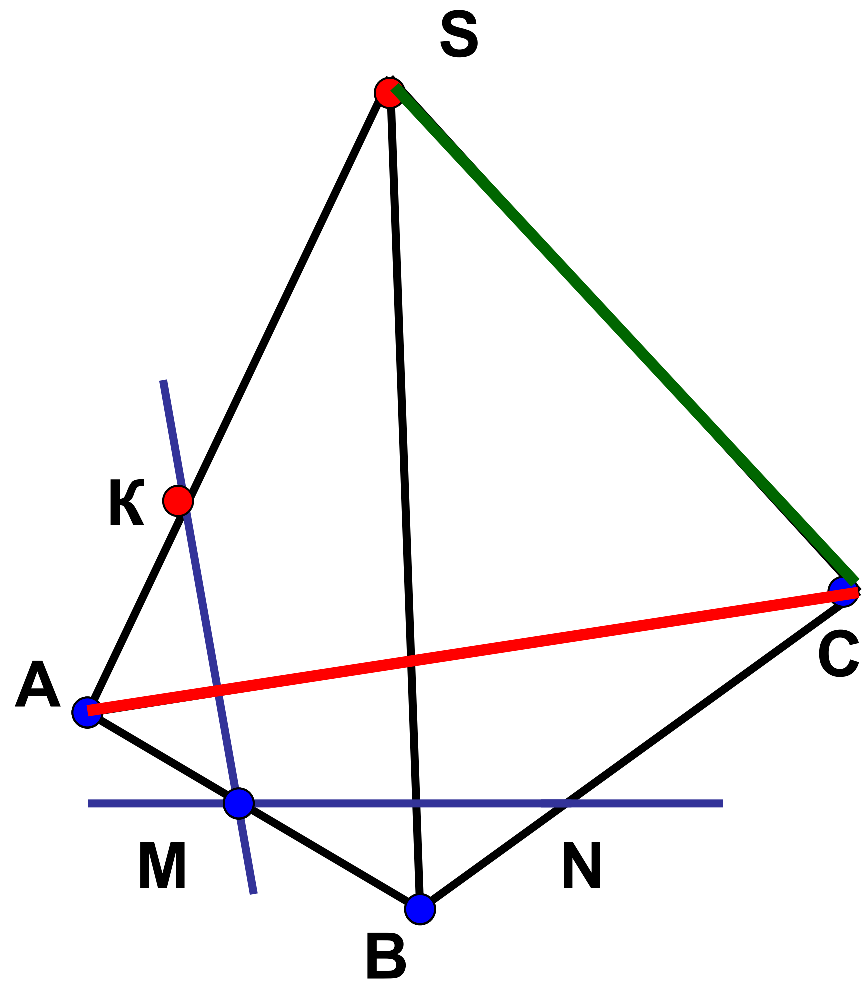
Прочти чертеж



$$\alpha \cap \beta = c$$

- Пользуясь данным рисунком, назовите:

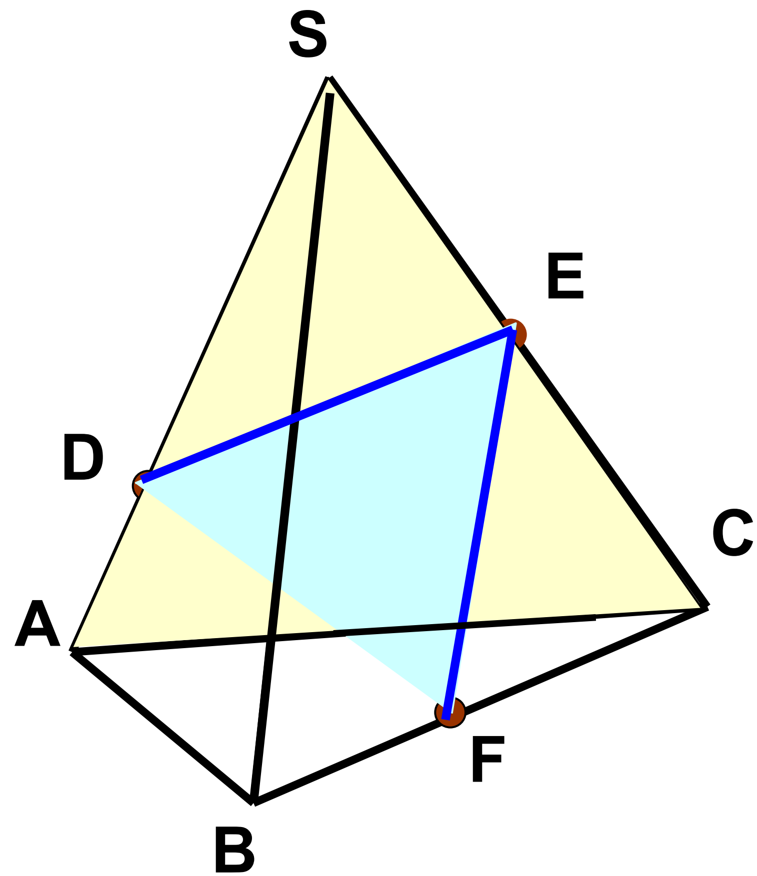
- а) четыре точки, лежащие в плоскости SAB, в плоскости ABC;
- б) плоскость, в которой лежит прямая MN, прямая KM;
- в) прямую, по которой пересекаются плоскости ASC и SBC , плоскости SAC и CAB.



- ***Пользуясь данным рисунком, назовите:***

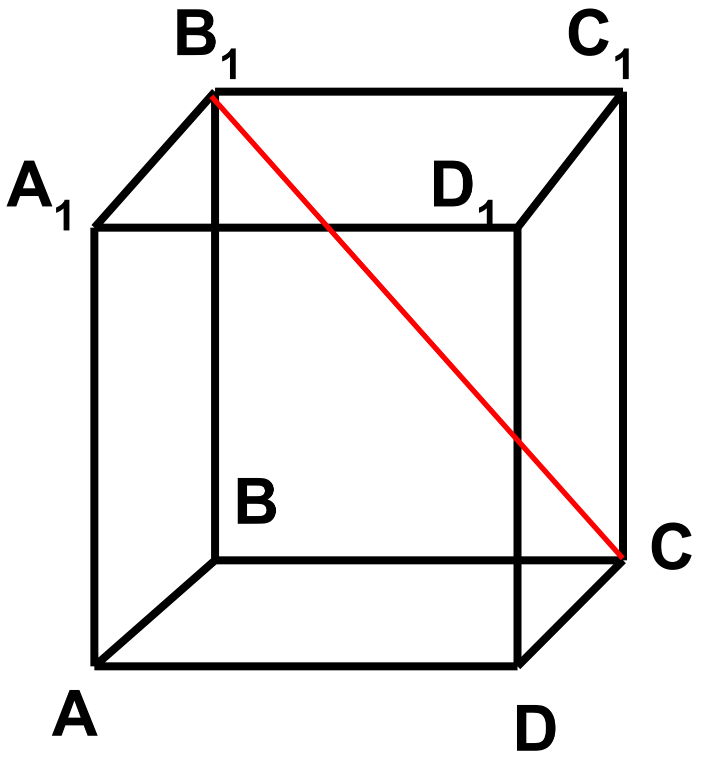
- ***а) две плоскости, содержащие прямую DE , прямую EF***
- ***б) прямую, по которой пересекаются плоскости***

  DEF и SBC; плоскости FDE и SAC ;
- ***в) две плоскости, которые пересекает прямая SB; прямая AC .***

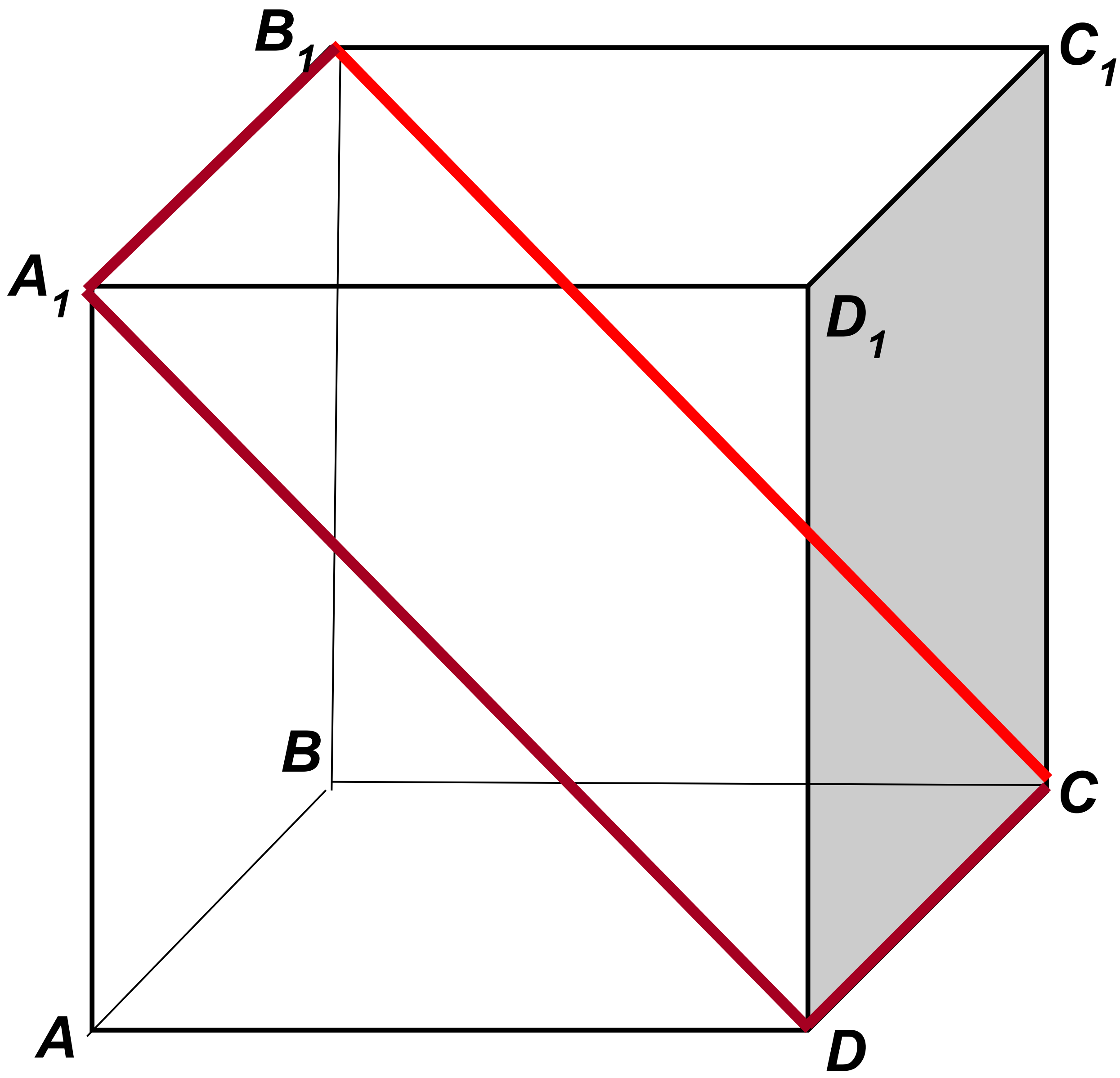


- **_Пользуясь данным рисунком, назовите:_**

- **_а) три плоскости, содержащие прямую B_1C; прямую AB_1;_**



a)



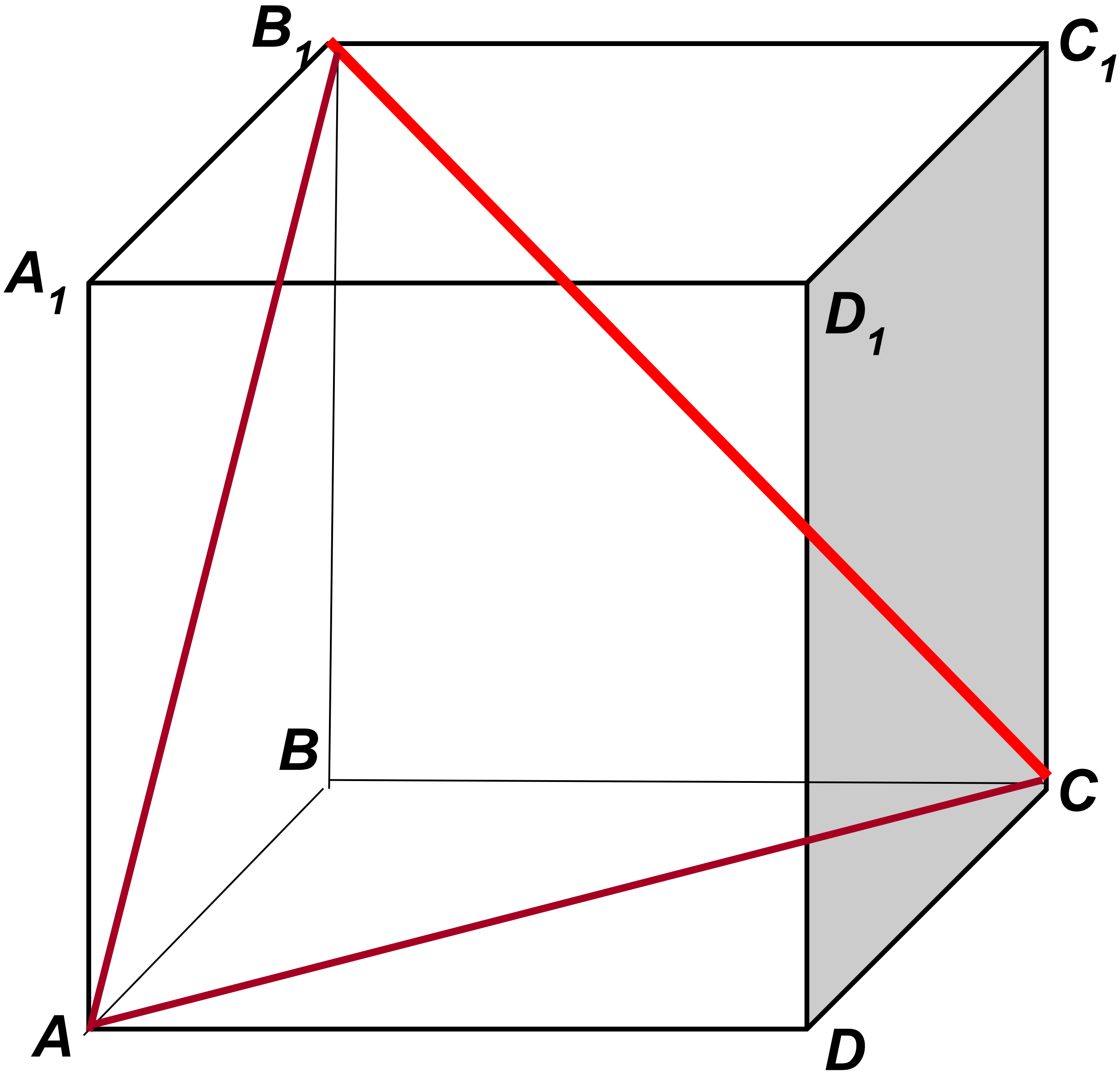
B_1C

?

а)

B_1C

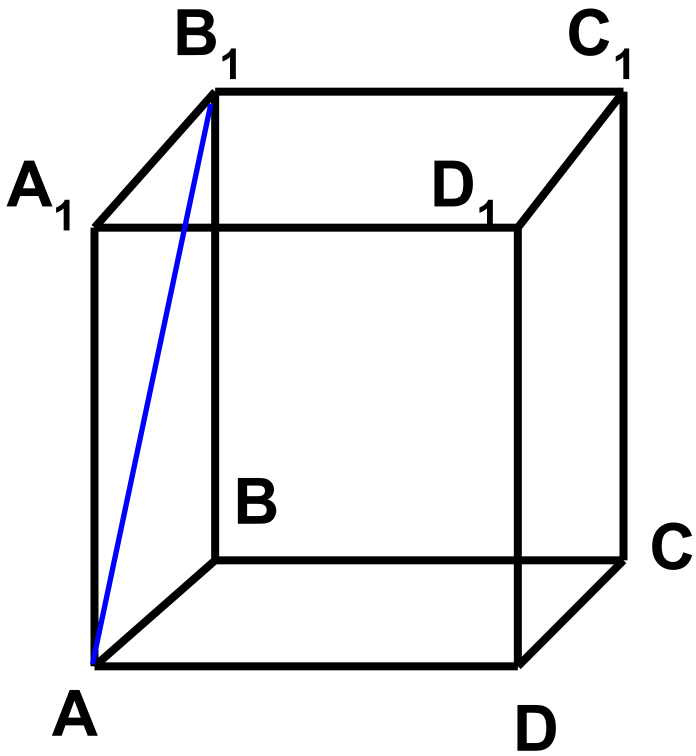
?

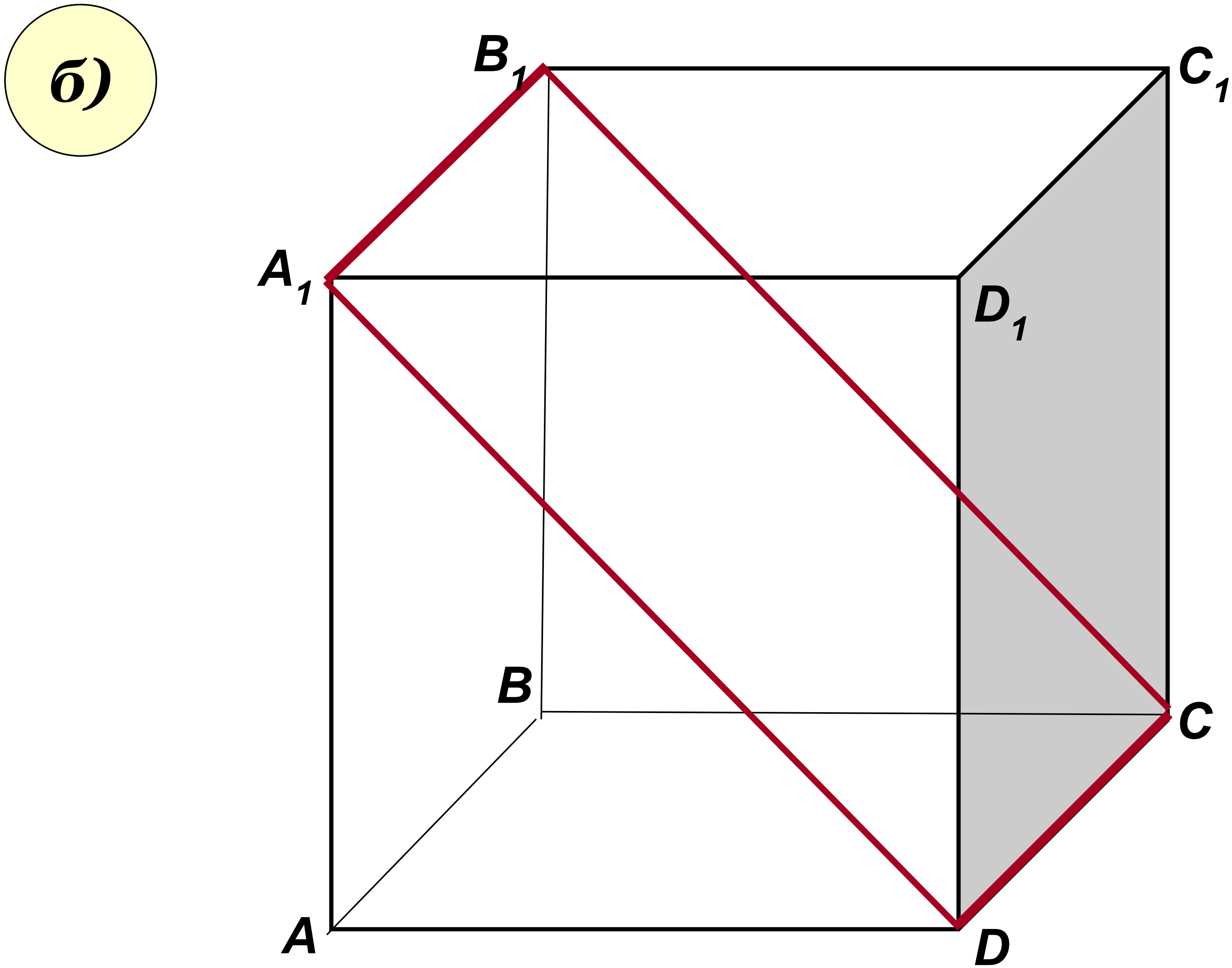


- ***Пользуясь данным рисунком, назовите:***

- ***а) три плоскости, содержащие прямую B_1C; прямую AB_1;***
- ***б) прямую, по которой пересекаются плоскости***

B_1CD и AA_1D_1; плоскости ADC_1 и A_1B_1B;



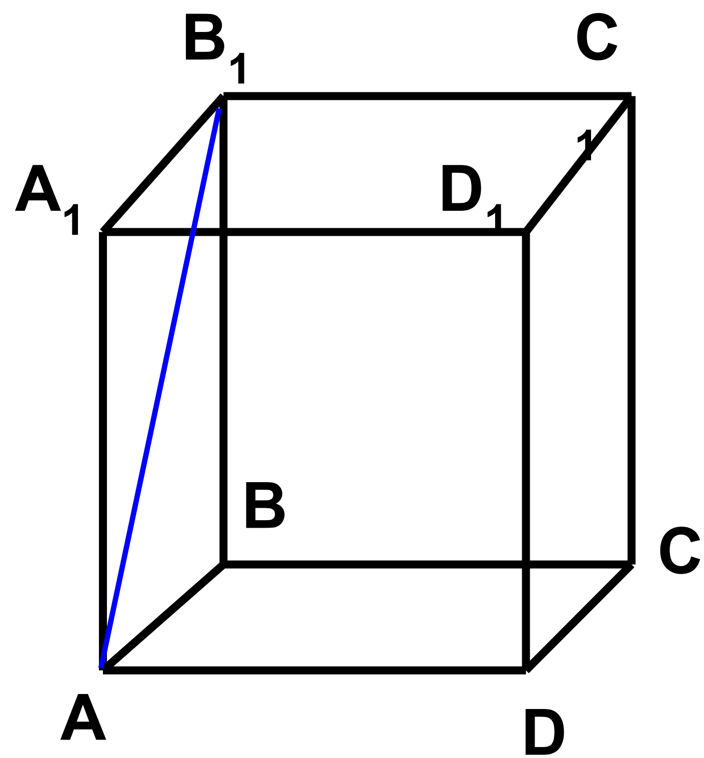

б)
B1
C1
A1
D1
B
C
A
D

- ***Пользуясь данным рисунком, назовите:***

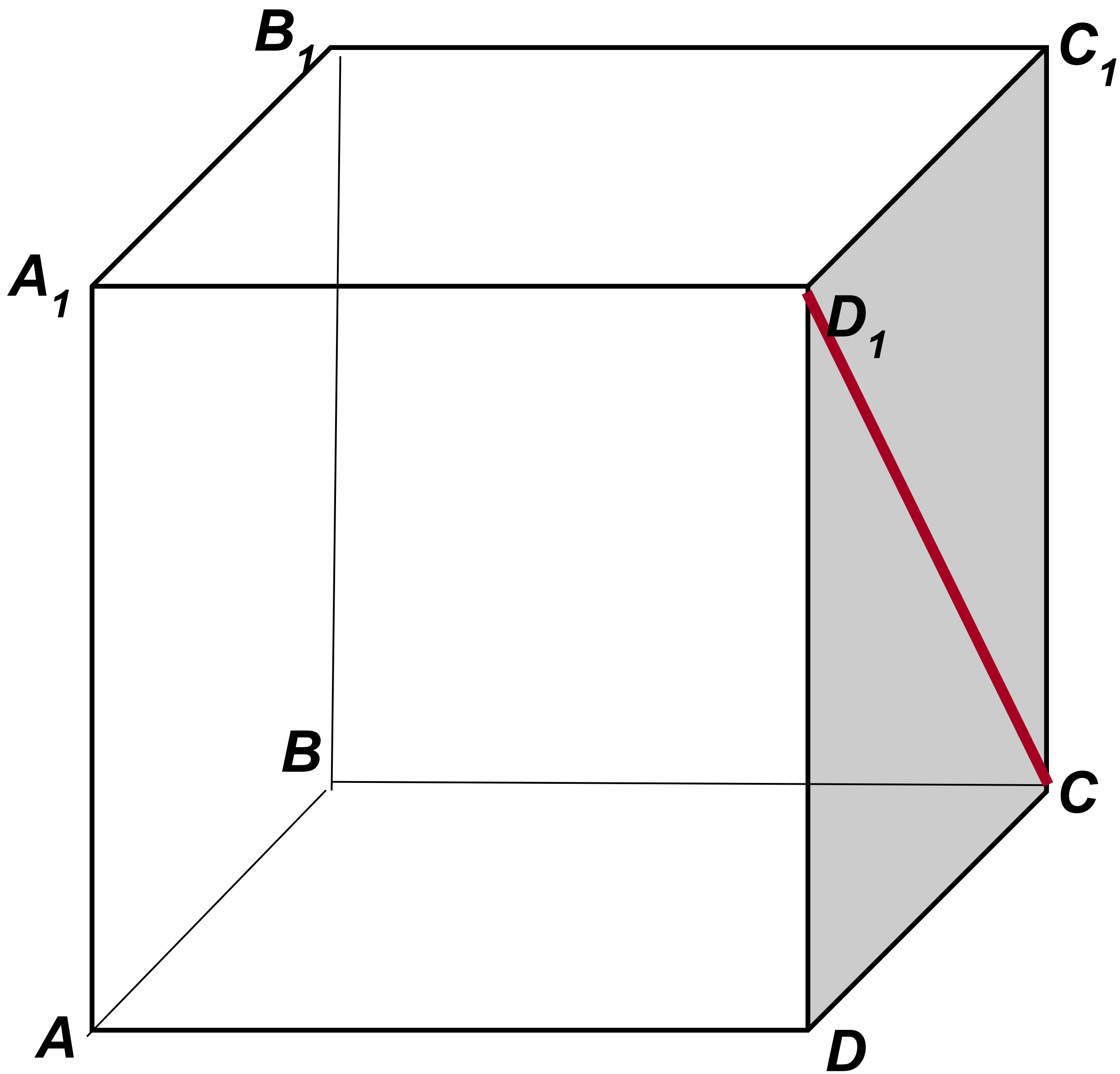
- ***а) три плоскости, содержащие прямую B_1C; прямую AB_1;***
- ***б) прямую, по которой пересекаются плоскости***

B_1CD и AA_1D_1; плоскости ADC_1 и A_1B_1B;

- ***в) плоскость, не пересекающуюся с прямой CD_1; с прямой BC_1***



в)



- ***Пользуясь данным рисунком, назовите:***

- ***а) три плоскости, содержащие прямую B_1C; прямую AB_1;***
- ***б) прямую, по которой пересекаются плоскости***

B_1CD и AA_1D_1; плоскости ADC_1 и A_1B_1B;

- ***в) плоскость, не пересекающуюся с прямой CD_1; с прямой BC_1***