

Перевод чисел в позиционных системах счисления

Также как в десятичной, в двоичной системе есть понятие разряда числа.

Если в десятичной мы записывали число в виде
 $\dots * 10^4 + \dots * 10^3 + \dots * 10^2 + \dots * 10^1 + \dots * 10^0$,

то в двоичной это будет выглядеть как
 $\dots * 2^4 + \dots * 2^3 + \dots * 2^2 + \dots * 2^1 + \dots * 2^0$.

Например, число 1101 в двоичной системе (т.е. число 13 в десятичной) можно представить как

$$1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0.$$

Например:

$$111 = 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$10110 = 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 16 + 4 + 2 = 22$$

$$\begin{aligned} 1010101 &= 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = \\ &= 64 + 16 + 4 + 1 = 85 \end{aligned}$$

Обратное преобразование десятичных чисел в двоичные проводится последовательным делением исходного числа на 2, затем еще и еще на 2. Это деление в остатках дает запись цифр соответствующего двоичного числа, но в обратном порядке – от младшей цифры к старшей.

Рассмотрим пример перевода десятичного числа 12 в двоичную запись:

$$12 : 2 = 6 \text{ (ост. } 0\text{)}$$

$$6 : 2 = 3 \text{ (ост. } 0\text{)}$$

$$3 : 2 = 1 \text{ (ост. } 1\text{)}$$

Результат: двоичное число 1100, где первая единица – частное от деления 3 на 2; вторая единица – остаток от деления 3 на 2; первый 0 – остаток от деления 6 на 2; второй 0 – остаток от деления 12 на 2.

Еще примеры:

десятичное число **27**.

$$27 : 2 = 13 \text{ (ост. 1)}$$

$$13 : 2 = 6 \text{ (ост. 1)}$$

$$6 : 2 = 3 \text{ (ост. 0)}$$

$$3 : 2 = 1 \text{ (ост. 1)}$$

получили число **11011**.

десятичное число **21**.

$$21 : 2 = 10 \text{ (ост. 1)}$$

$$10 : 2 = 5 \text{ (ост. 0)}$$

$$5 : 2 = 2 \text{ (ост. 1)}$$

$$2 : 2 = 1 \text{ (ост. 0)}$$

получили число **10101**.

Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в любую другую

Алгоритм перевода целых чисел из десятичной системы счисления в любую другую:

1. Последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, меньше делителя.
2. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.
3. Составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

Перевод произвольных чисел

Перевод произвольных чисел, т.е. содержащих целую и дробную часть, осуществляется в два этапа.

Отдельно переводится целая часть, отдельно — дробная.

В итоговой записи полученного числа целая часть отделяется от дробной запятой.

Алгоритм перевода целых двоичных чисел в систему счисления с основанием $q = 2^n$.

1. Двоичное число разбить справа налево на группы по n в каждой.
2. Если в левой последней группе окажется меньше n разрядов, то ее надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов.
3. Рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в системе счисления с основанием $q = 2^n$.

Пример 1

Перевести число 1100101001101010111_2 в восьмеричную систему счисления.

Разбиваем число на группы по три цифры — триады (т.к. $q = 8$, $8 = 2^n$, $n = 3$) слева направо и, пользуясь таблицей, записываем соответствующее восьмеричное число.

001	100	101	001	101	010	111
1	4	5	1	5	2	7

Дополняем. Получаем: 1451527_8 .

Пример 2

Перевести число 1100101001101010111_2 в шестнадцатеричную систему счисления.

Разбиваем число на группы по четыре цифры — тетрады (т.к. $q = 16$, $16 = 2^n$, $n = 4$) слева направо и, пользуясь таблицей, записываем соответствующее шестнадцатеричное число.

0110	0101	0011	0101	0111
6	5	3	5	7

Дополняем. Получаем: 65357_{16} .

Пример 3

Перевести число $0,110110111010_2$ в восьмеричную систему счисления.

Разбиваем число на группы по три цифры - триады (т.к. $q = 8$, $8 = 2^n$, $n = 3$) слева направо. Пользуясь таблицей, записываем соответствующее восьмеричное число.

110

6

110

6

111

7

010

2

Получаем: $0,6672_8$

Пример 4

Перевести число $0,110110111010_2$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Разбиваем число на группы по четыре цифры - тетрады (т.к. $q = 16$, $16 = 2^n$, $n = 4$) справа налево. Пользуясь таблицей, записываем соответствующее шестнадцатеричное число.

1101	1011	1010
D	B	A

Получаем: $0,DBA_{16}$.

Алгоритм перевода произвольных двоичных чисел с систему счисления с основанием $q = 2^n$.

1. Целую часть данного двоичного числа разбить справа налево, а дробную — слева направо на группы по n цифр в каждой.
2. Если в левой последней и/или правой группе окажется меньше n разрядов, то их надо дополнить слева и/или справа нулями до нужного числа разрядов.
3. Рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать ее соответствующей цифрой в системе счисления с основанием $q = 2^n$.

Пример 5

Перевести число $10110,000111011_2$ в восьмеричную систему счисления.

Разобьем левую и правую части числа на триады и под каждой из них запишем соответствующее число.

010	110	000	111	011
2	6	0	7	3

Получилось: $26,073_8$.

Пример 6

Перевести число 10110,000111011 в шестнадцатеричную систему счисления.

Разобьем левую и правую части числа на тетрады и под каждой из них запишем соответствующее число.

0001	0110	0001	1101	1000
1	6	1	D	8

Получилось: $16,1D8_{16}$.

- Алгоритм перевода из систем счисления с основанием $q = 2^n$ в двоичную систему счисления.
- Для того чтобы произвольное число, записанное в системе счисления с основанием $q = 2^n$, перевести в двоичную систему счисления, нужно каждую цифру этого числа заменить ее n -разрядным эквивалентом в двоичной системе счисления.

Пример 7

Перевести число $34AD3,019_{16}$ в двоичную систему счисления.

3	4	A	D	3,	0	1	9
0011	0100	1010	1101	0011	0000	0001	1001

Получаем:

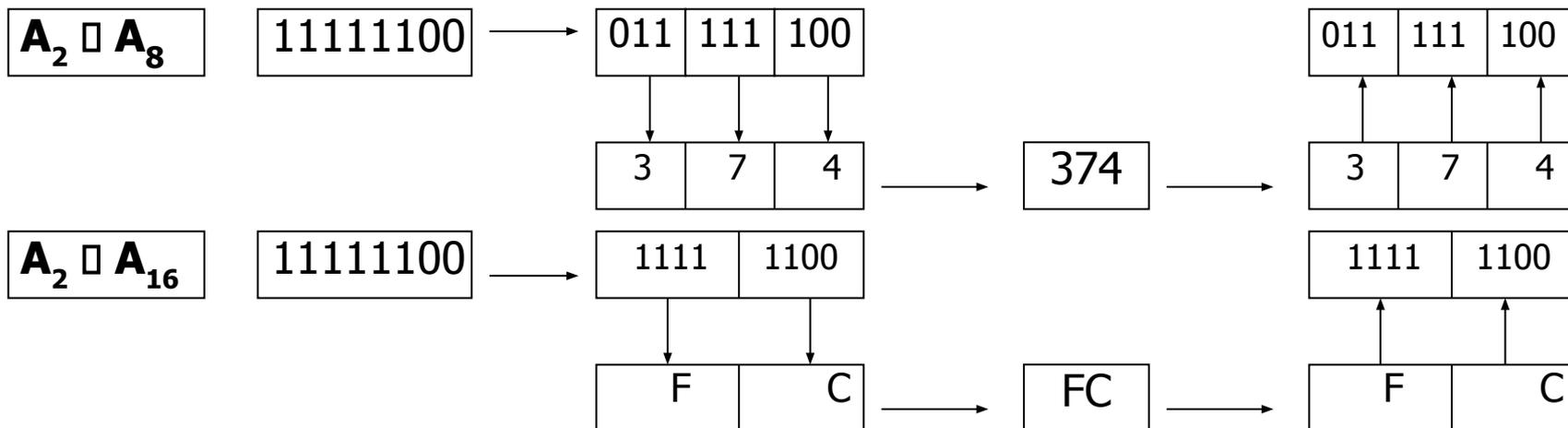
$110100101011010011,000000011001_2$.

Таблица эквивалентов чисел в разных системах счисления

A_{10}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

A_2	000	001	010	011	100	101	110	111								
A_8	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17

A_2	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
A_{16}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F



Десятичная	Двоичная	Восьмеричная	Шестнадцатеричная
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Задание на дом:

- Выучить все правила перевода чисел из одной системы счисления в другую.
- Разобрать ход решения всех заданий из классной работы.