

**Лекция 6: К методике построения
социальных прогнозов на
топологических цепях Маркова (основе
обобщения модели К.Левина)**

Д.с.н, к.ф.-м.н. Шведовский В.А.

НИЛ «Математическое
моделирование и информатика
социальных процессов

Левин (Lewin) Курт



- (09.09.1890, Познань - 12.02.1947, Ньютон, США)
- немецкий и американский психолог,
социопсихолог

Первый шаг построения жизненного пространства личности по К.Левину

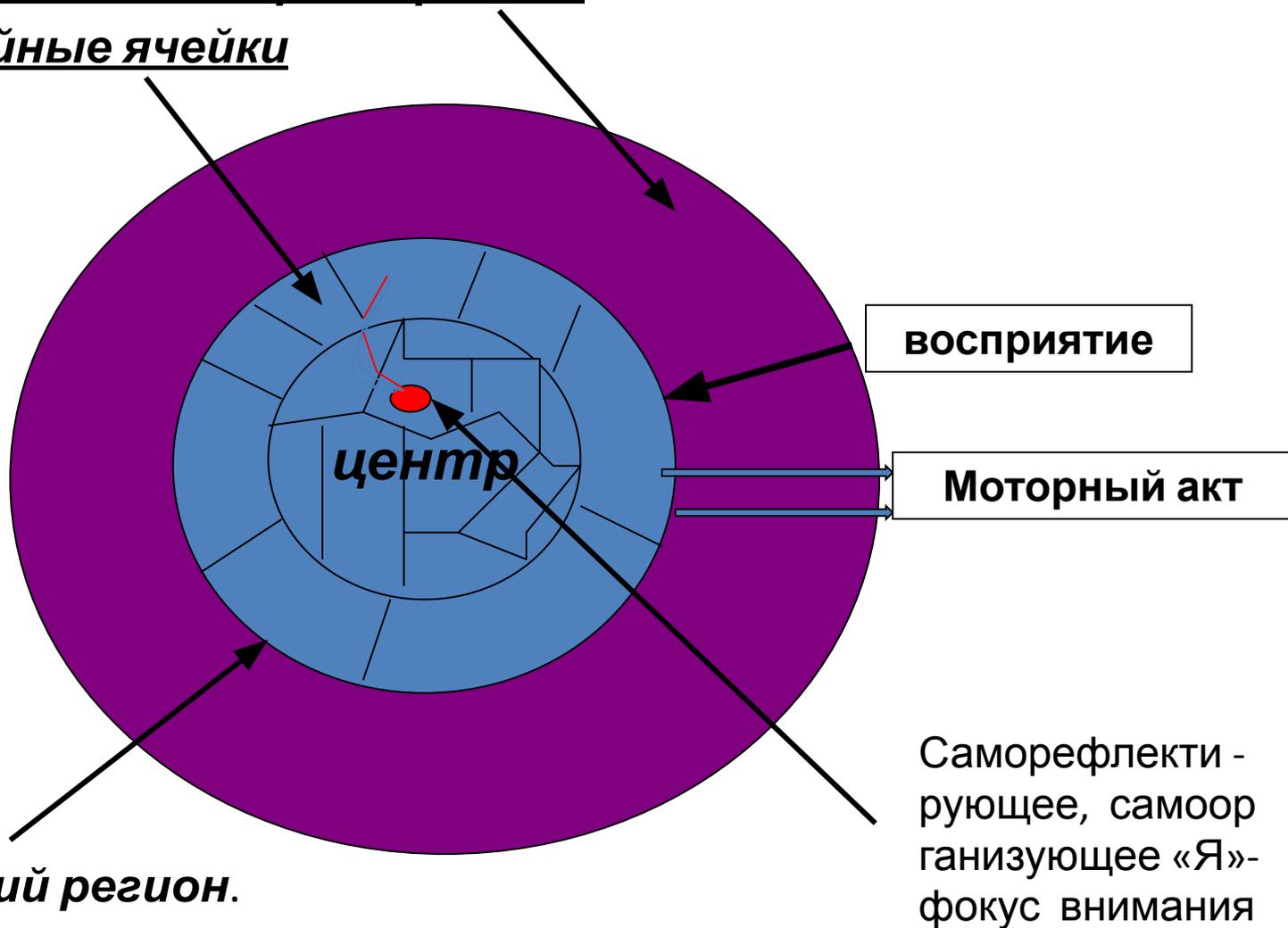
- Поведение - функция жизненного пространства.
-

- Внешняя среда (Физический мир)
- персона



личности по К.Левину – эскиз динамической модели

- перцептуально-моторный регион
- периферийные ячейки



- **Внутренний регион.**

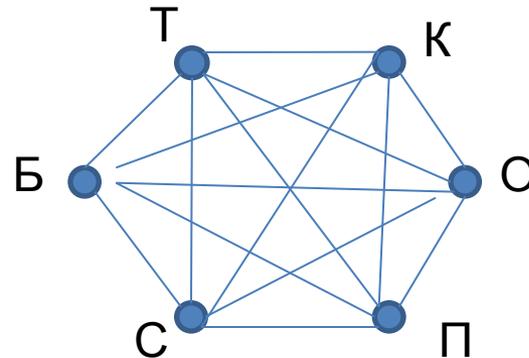
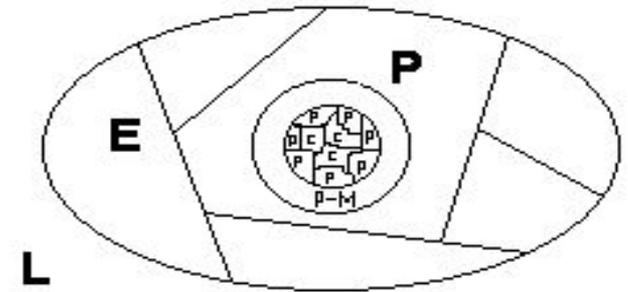
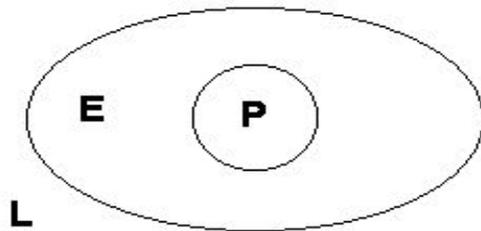
Модель К.Левина жизненного пространства личности (ЖПЛ)

L – жизненное пространство,

p – сама личность с её ячеистой структурой,

E – психологическая среда, I - информация

Движение фокуса психической активности по ячейкам структуры личности есть процесс её самоидентификации и считывания требуемой I



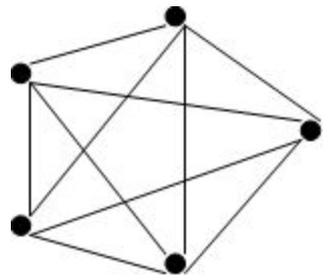
$$\varpi = \{\omega_n\}_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\sigma \{\omega_n\} = \{\omega_{n+1}\}$$

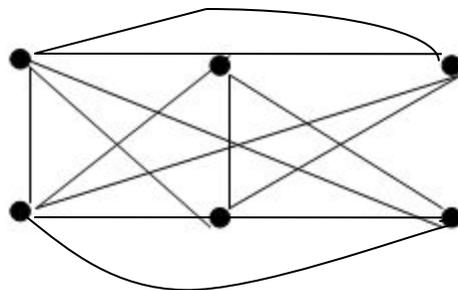
$$\notin \{T, B, K, O, C, \Pi\}$$

$$\Psi(x) = \varpi = \{\omega_n\} \leftrightarrow f^n x \in E\omega_n \leftrightarrow x \in \bigcap_n f^{-n} E\omega_n$$

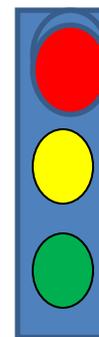
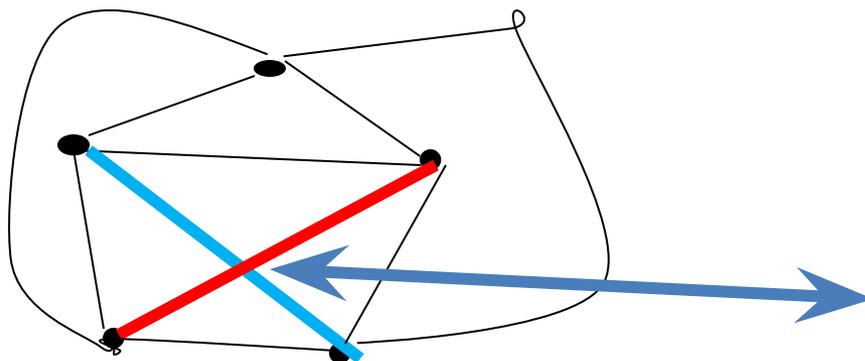
Теорема Куратовского - Понтрягина



D = 4



D=5



Основные идеи выстраиваемой методологии

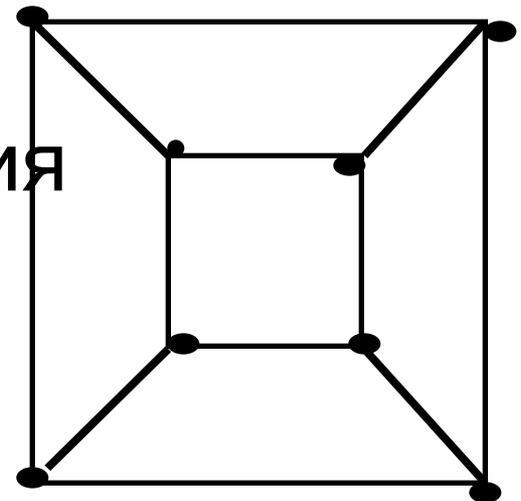
- 1) Вероятностное поведение личности определяется её установками
- 2) Установки личности формируются её устойчивым образом жизни
- 3) Прогноз для группы = прогнозу для её типичной личности
- 4) Траектории личности в жизни = траекториям в её ЖПЛ
- 5) Нет необходимости выписывать уравнения этих траекторий
- 6) Достаточно знания орграфа связей между 6 сферами образа жизни
- 7) Полный 6-орграф организует трафики без пересечений на 2- мерной компактной, ориентированной поверхности рода $p \geq 2$, т.е. с $K < 0$
- 8) Эта координатная составляющая фазового пространства д.с. – см. 5) порождает гиперболическую динамическую систему – г.д.с.
- 9) Особенности г.д.с., а т.е. и гомоклинические и гетероклинические траектории изоморфно изучаемы на траекториях бильярдов, и они отождествляются с вершинами орграфа, что порождает ТМЦ

Классификаторы полярных признаков - 2

- Остов 3-х мерного куба «расплющивается» без пересечения его рёбер, кроме как в вершинах; он же также натягивается на сферу, т.е. род 2-мерной поверхности $p=0$

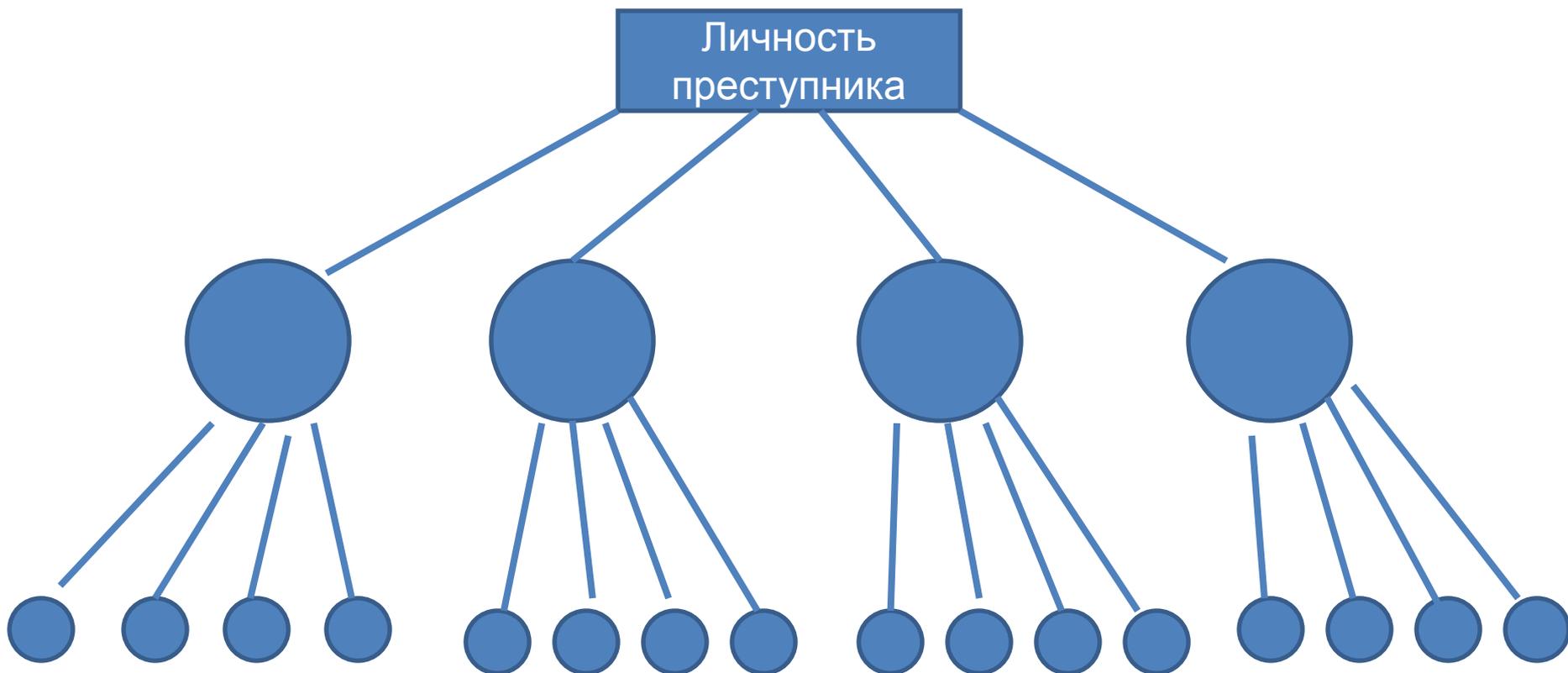
$$n = 3$$

- Три независимых измерения
- Три независимых шкалы:
- Сильный – слабый
- Умный – глупый
- Красивый - безобразный



2⁴

Классификатор Зворыкина А.А. (заказ МВД СССР)



Злой – не злой; фартовый – не фартовый

(студенты – заочники (27-30 лет) – вуз Москвы, 2005)

Это эмпирический материал

1: душевный - черствый

2: аккуратный - неряшливый

3: волевой - безвольный

4: трудолюбивый - ленивый

5: нервный - спокойный

И.Д.

1: самостоятельный - зависимый

2: храбрый - робкий

3: доверчивый - подозрительный

4: безмятежный - тревожный

5: интеллектуальный – туповатый

В.У.

1: добрый - злой

2: умный - глупый

3: быстрый - медлительный

4: красивый - «страшный»

5: молчаливый - разговорчивый

1: добрый - злой

2: умный - глупый

3: простодушный - хитрый

4: красивый - страшный

5: мягкий - жесткий

И.К.

1: умный - глупый

2: смелый - трусливый

3: общительный - замкнутый

4: внимательный - рассеянный

5: активный - пассивный

Т.З.

1: трудолюбивый - ленивый

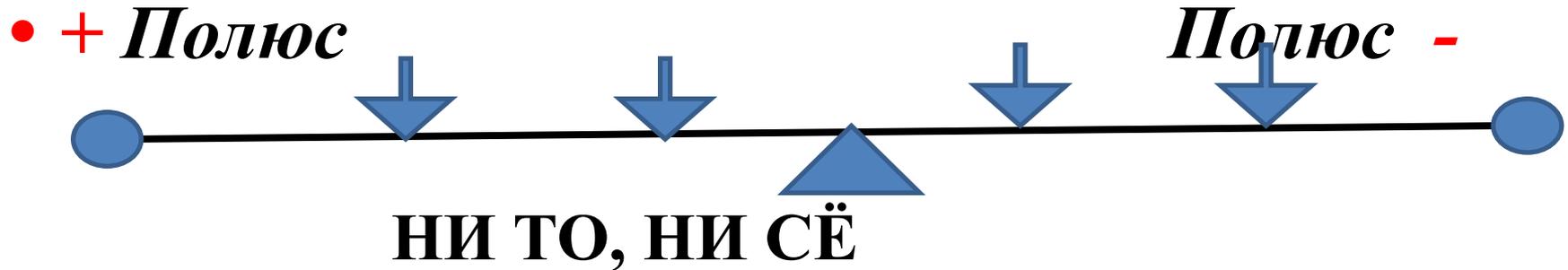
2: спокойный - «шебутной»

3: собранный - разгильдяй

4: удачливый - невезучий

5: сообразительный – тугодум

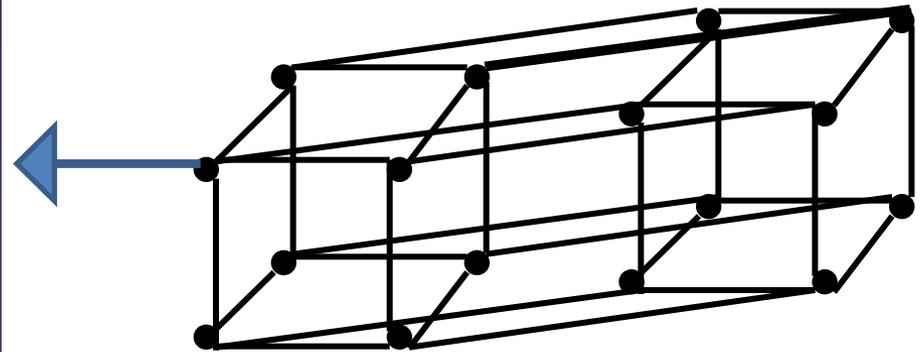
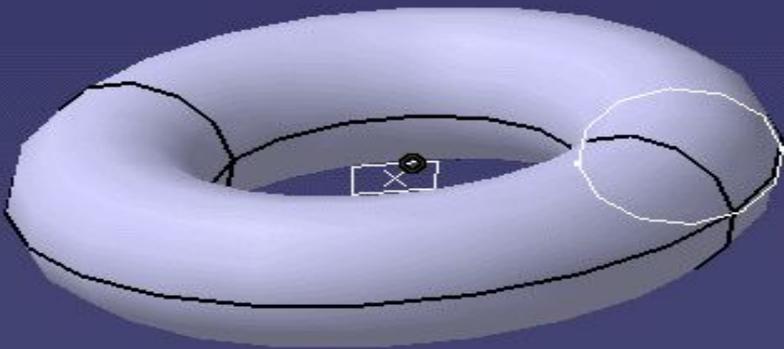
Шкалы семантического дифференциала и актуальность многомерного куба



- 1: **душевный** - черствый
- 2: **аккуратный** - **неряшливый**
- 3: **волевой** - **безвольный**
- 4: **трудолюбивый** - **ленивый**
- 5: **спокойный** - **нервный**

 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ГЕРОЙ

Минимальная сеть - граф 4-х куба для поверхности тора



Построение многомерной сети

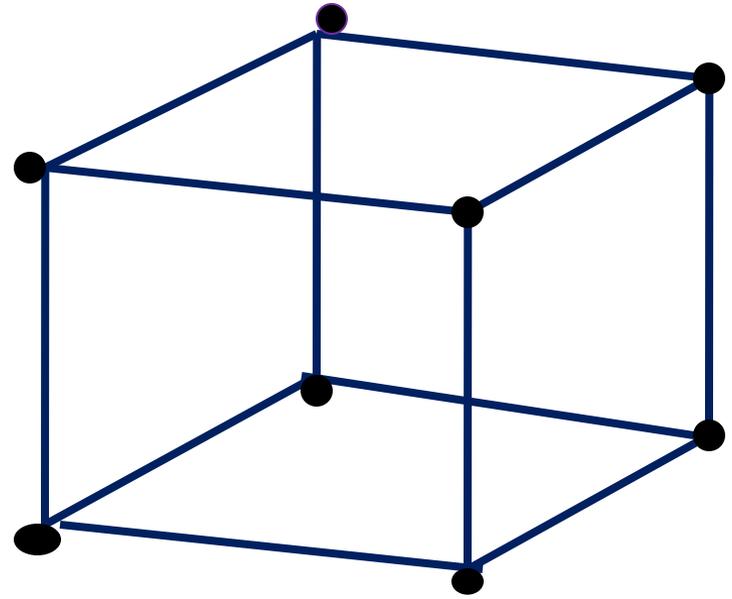
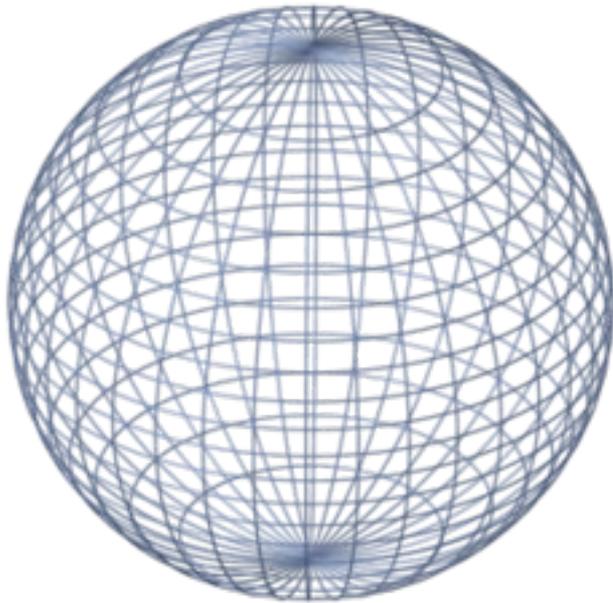
- Отообразим связи между регионами ЖПЛ, образующими компактную целостность, в качестве **графа n – мерного куба**. Тогда минимальный род двумерных поверхностей $\rho = \gamma(n)$, на которых такой граф будет представлен без пересечений ребер, записывается формулой:

$$\gamma(n) = (n-4) * 2^{(n-3)} + 1$$

Байнеке Л.В., Харари Ф. (1974)

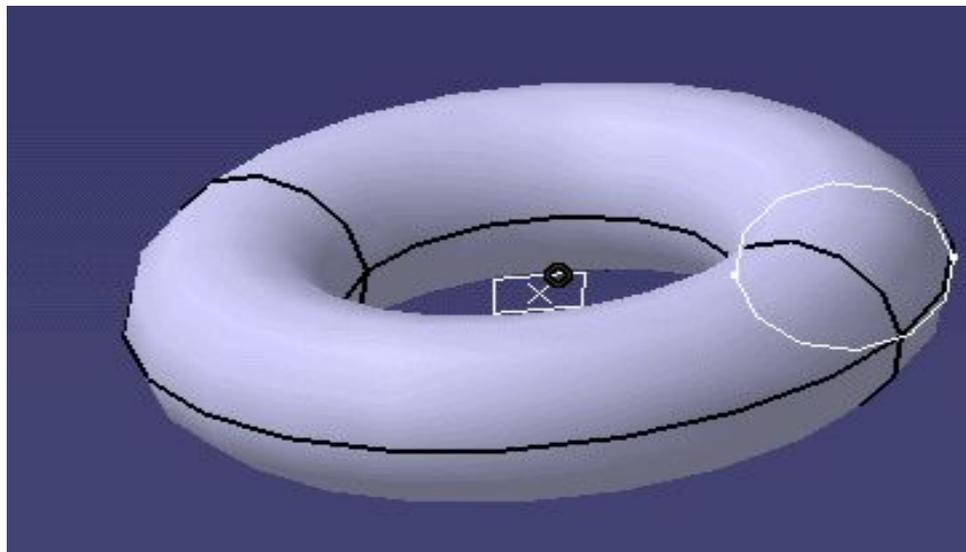
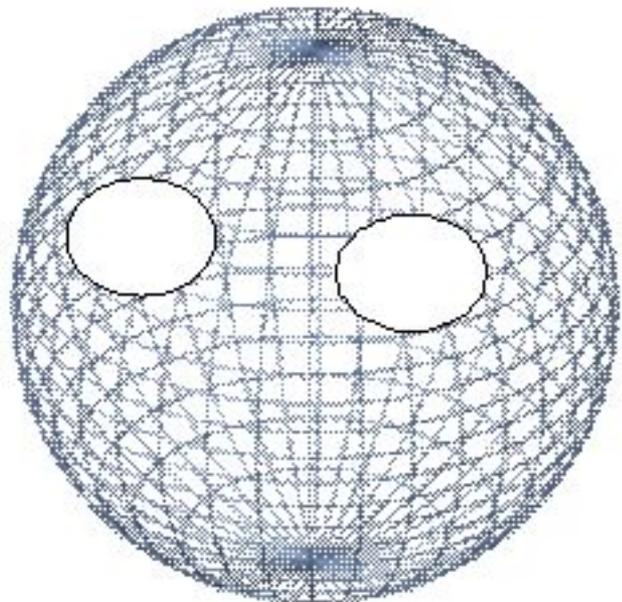
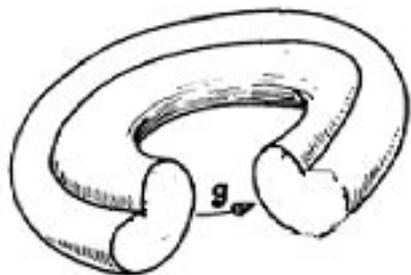
Сферическая поверхность - род « $\gamma=0$ » и граф 3-х куба, образующего сеть на сфере без рёберных пересечений (аналог планарного графа)

Отличие от плоскости: компактность поверхности, т.е. допускает конечное покрытие поверхности многоугольниками



Теорема Эйлера: $2 - 2 * \gamma = V - E + F = 8 - 12 + 6 = 2$

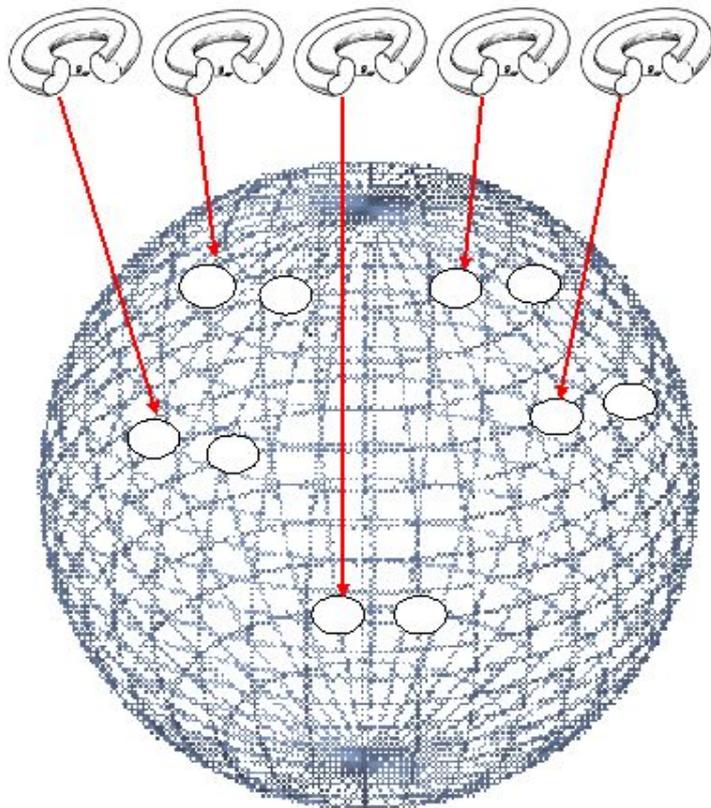
Метод построения поверхностей рода $\gamma > 0$ -
приклеивание «ручек» к вырезанным отверстиям



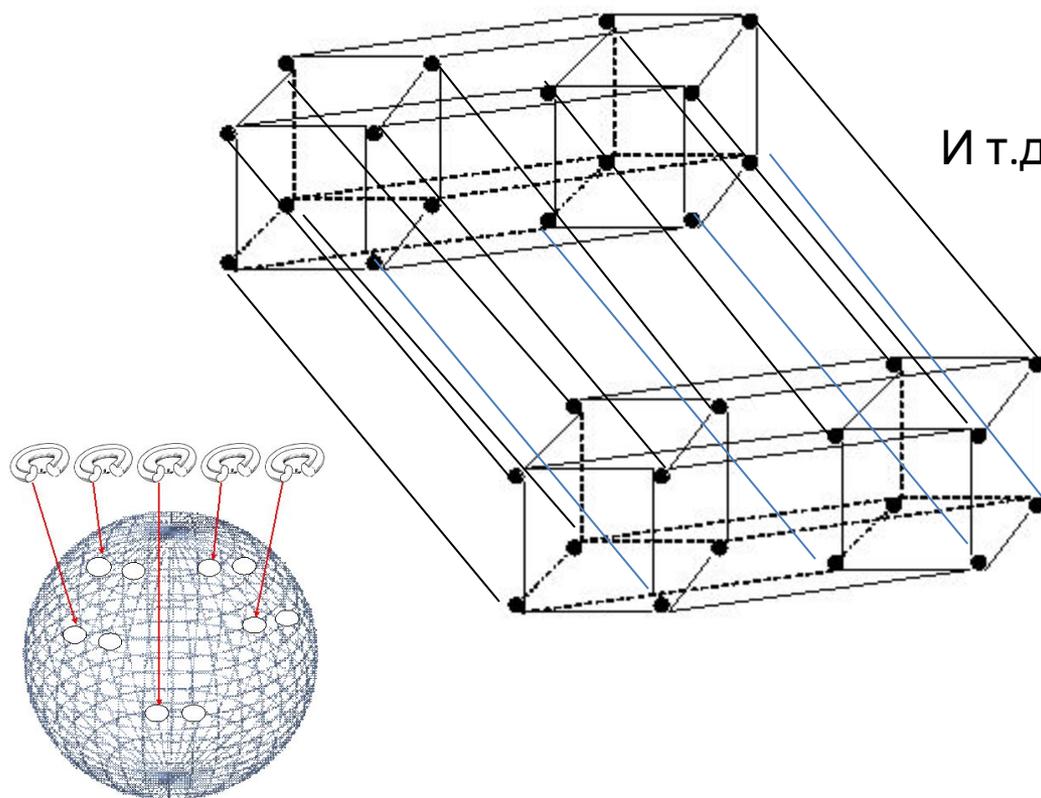
$$\gamma = 1$$

Каков род поверхности для графа 5-мерного куба?

$$\gamma(5) = (5-4) * 2^{(5-3)} + 1 = 5$$



Вид минимальной «безсветофорной» сети для пространства личности с $p(5)$



Побочный продукт-
32-х вершинный классификатор:
В каждой вершине совмещаются
полюса шкал семантического
дифференциала, например,
вариант выбора идеала Спутника

Душевный – чёрствый
Аккуратный – неряшливый
Волевой – безвольный
Трудолюбивый – ленивый
Спокойный - нервный

И.И.Обломов: *душевный, неряшливый, безвольный, ленивый, споокойный*

Оценки \min числа неустранимых рёберных пересечений для обыкновенных графов, расположенных на плоскости

- это наименьшее число, согласно Т.Саати (1964), не превосходит
- $1/64 * n * (n-2)^2 * (n-4)$ - при n чётном
-
- и не превосходит
-
- $1/64 * (n-1)^2 * (n-3)^2$ - при n нечётном

К объяснению смысла «7» в законе « 7 ± 2 »

Табл.1. Зависимость эффективности построения «безветофорной» сети посредством усложнения топологии поверхности от её рода

Степень вершин графа $G(X, U)$	Число «свето – форов»	Число ручек	Число ветофоров на 1 ручку	Число вершин $G(X, U)$	
				Абсолют ное	Относитель. - на 1 ручку
n	m	$\gamma(n)$	$m/\gamma(n)$	$ X $	$ X /\gamma(n)$
4	0	1	0	16	16
5	0.5	5	0.1	32	6.4
6	3	17	0.17	64	3.76
7	9	49	0.18	128	2.61
8	18	129	0.13	256	1.98
9	36	321	0.11	512	1.59
10	60	769	0.07	1024	1.33
11	100	1793	0.055	2048	1.14

Годологический проект К. Левина (3, 4, 5, 6 и 7 шаги)

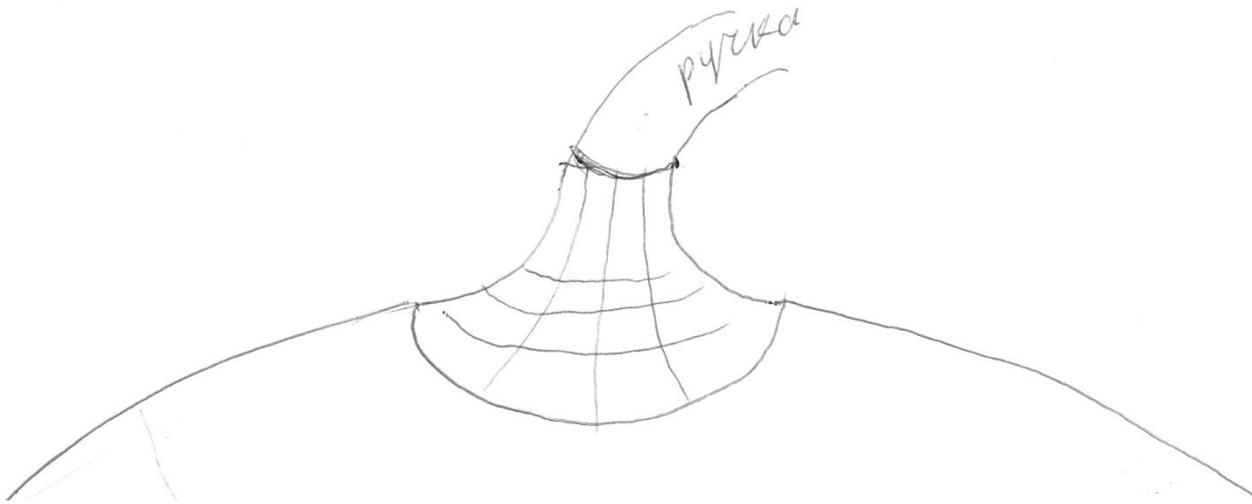
- Недостаточность топологического подхода для представления взаимосвязи между регионами жизненного пространства при использовании понятий *близости-удаленности, твердости-слабости, текучести-ригидности*
- Оснащение топологии пространства личности векторами, которые связаны с понятиями *валентности регионов пространства и силой, вводит в него динамику.*

Связь с гауссовой кривизной

- характеристика Эйлера-Пуанкаре связана со средним по поверхности от величины гауссовой кривизны:

$$\bullet \int K dS = 2\pi \chi$$

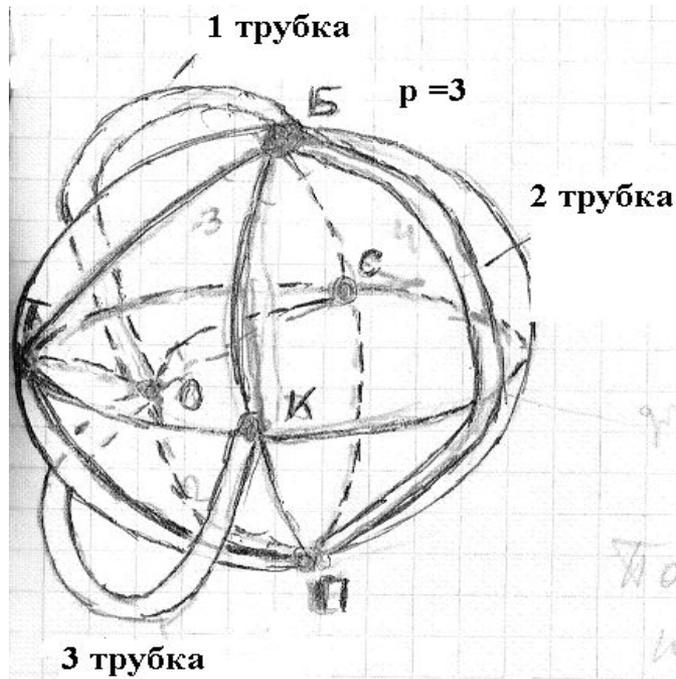
$\int K ds$ -интеграл по поверхности сопряжения ручки со сферой



$$\int K^- ds =$$

Пробл $\int_{3\pi/2}^{\pi} \cos(\varphi) \cdot \sqrt{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos(\varphi)) / (R + r \cos(\varphi))} d\varphi \int_{2\pi}^0 d\psi$ кривизны в среднем отрицательной к кривизне отрицательной в почти каждой точке

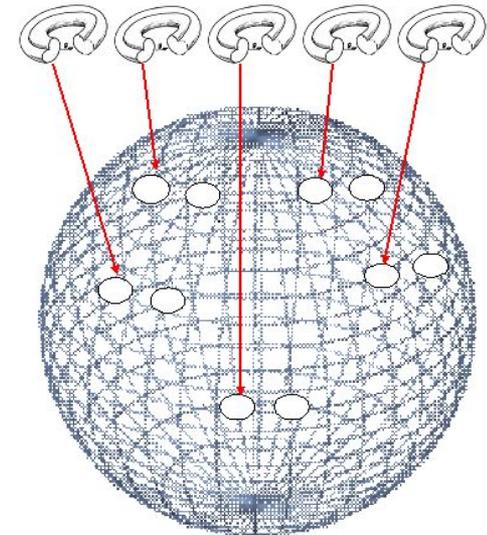
Следствия из т. Эйлера в симметричном и не симметричном случаях: $V - B + F = 2 - 2p$



С симметрией

$$n - \frac{n(n-1)}{2} + F = 2 - 2p \quad p = 3$$

$$6 - \frac{6 \cdot 5}{2} + F = -4 \quad F = 5$$



$$n - \frac{n(n-1)}{2} + F = 2 - 2p \quad p = 5$$

$$6 - \frac{6 \cdot 5}{2} + F = -8 \quad F = 1$$

Без симметрии

$$n - n(n-1) + F = 2 - 2p \quad p = 13$$

$$6 - 6 \cdot 5 + F = -24 \quad F = 0$$

8 переходят в 5 за счёт 3-х трубок; F как мера неточности моделирования ЖПЛ

Характеристика Эйлера-Пуанкаре χ графа многомерной сети на поверхности рода p

- Эта характеристика в данном контексте – « $p = \gamma(n)$ » - определяется как

$$\chi = 2 - 2p = 2 - (n-4) * 2^{(n-2)} - 2 = (4-n) * 2^{(n-2)}$$

n	p	χ	Δχ
3	0	2	
4	1	0	- 8
5	5	-8	-24
6	17	-32	-128
7	49	-160	-96
8	129	--256	-384

Теорема о мере максимальной энтропии для ТМЦ

- Пусть ТМЦ (Σ_A) неразложима. Тогда на Σ_A существует единственная σ – инвариантная нормированная борелевская мера μ_0 , положительная на открытых множествах, для которой

$$h_{\mu_0}(\sigma) = h(\sigma|\Sigma_A) = \log \lambda(A).$$

Эта мера совпадает с распределением вероятностей, отвечающим стационарной цепи Маркова с вероятностями перехода

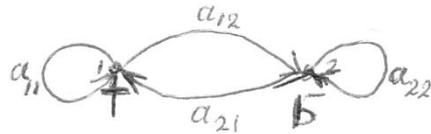
$$p_{ij} = a_{ij} z_j / \lambda(A) * z_i,$$

где $\lambda(A)$ – максимальное положительное собственное число матрицы A , а $Z = \{z_i\}$ – соответствующий собствен

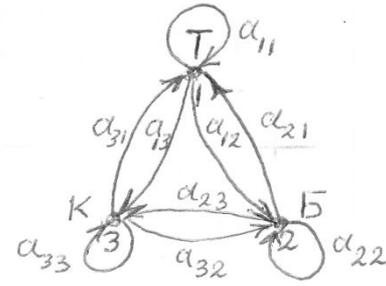
Марковские процессы

- ✓ $A_1(s), A_2(s), \dots, A_k(s)$ – несовместимые события, s - номер испытания
- ✓ $P(A_i(s+1))$ зависит только от $A_j(s)$
- ✓ Вектор начального состояния V_0
- ✓ Матрица переходных вероятностей P_{ij}
- ✓ Вероятность перехода из состояния i в состоянии j за t тактов времени
- ✓
$$p_{ij}(t) = p_{iq}(t-1) \cdot p_{qj}$$
- ✓ Матрицы переходных вероятностей для каждого случая
- ✓ Вектор начального распределения – 2005 г.
- ✓ Вектор стационарного распределения

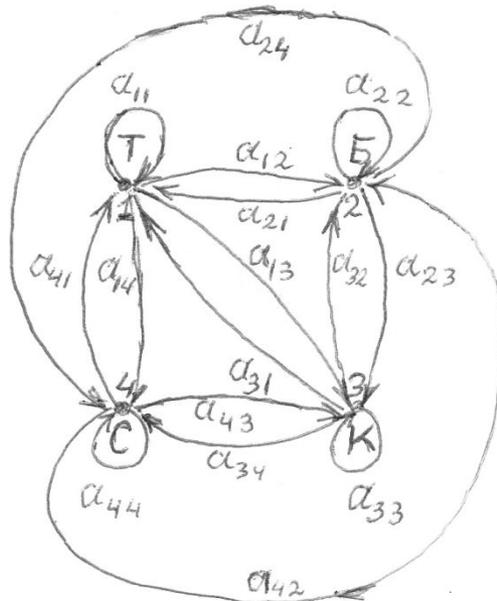
Графы и матрицы цепей Маркова для 2-х, 3-х и 4-х сферных (труд-быт-культура-общение) моделей образа жизни



$$M_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$



$$M_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$



$$M_4 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Таблица 4: матрица переходных вероятностей для «социального» типа человека.

Качество	«Истинная» вера	Вера «так называемая»	Стабильная неверующим	Колебание м-у верой и неверием	Несущественность религии
«Истинная» вера	0.96	0.02	0.01	0.01	0.01
Вера («так называемая»)	0.025	0.93	0.025	0.01	0.01
Неверие	0.01	0.1605	0.659	0.02	0.1505
Колебание м-у верой и неверием	0.146	0.01	0.02	0.688	0.136
Несущественность религии	0.02	0.03	0.0995	0.0495	0.841

$$\prod_{i=1}^n p_{ii}(T) \geq \det P(T) > 0$$

С учётом наших данных получаем:

$$0,34042702556 > 0,32 > 0, \text{ условие выполняется}$$

Результаты вычислений для оценки религиозной идентификации в перспективе

Отношение к религии	Текущие показатели в среднем по России (B_0)	Оценка на перспективу (Ефремов) $\lim (k \rightarrow \infty) B_k$	Оценка для общества полностью «экономическ их» людей	Оценка для общества полностью «социальных» людей	Суммарная оценка для смешанного общества
Верующие «истинно»	3.369	1.501	16.358	36.435	29.408
Вера без обрядности	53.204	69.332	16.358	35.25	28.638
Неверие	18.4	7.183	16.358	7.382	10.523
Колебание м-у верой и безверием	13.2	8.952	16.358	6.086	9.681
Затрудняюсь ответить	11.8	13.032	16.358	14.848	15.376