

# Избранные вопросы арифметики

## Тема 1. Числовые множества

# ***МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ***

Лектор: Нестерова Лариса Юрьевна

E-mail: [lar.nesterowa2011@yandex.ru](mailto:lar.nesterowa2011@yandex.ru)

# Задачи на ММИ (неравенства)

\*

1.  $2^n > n^2$
2.  $n^2 > 2n + 4$
3.  $9n^3 > 9n^2 + n + 2$

Алгоритм решения задач

1. Построить эскизы графиков функций
2. Указать значения  $x$ , при которых неравенство выполняется
3. Проверка указанных значений  $x$
4. Оформление решения методом математической индукции

# Задачи на ММИ (неравенства)

$$2^n > n^2$$

Алгоритм решения задач

1. Построить эскизы графиков функций

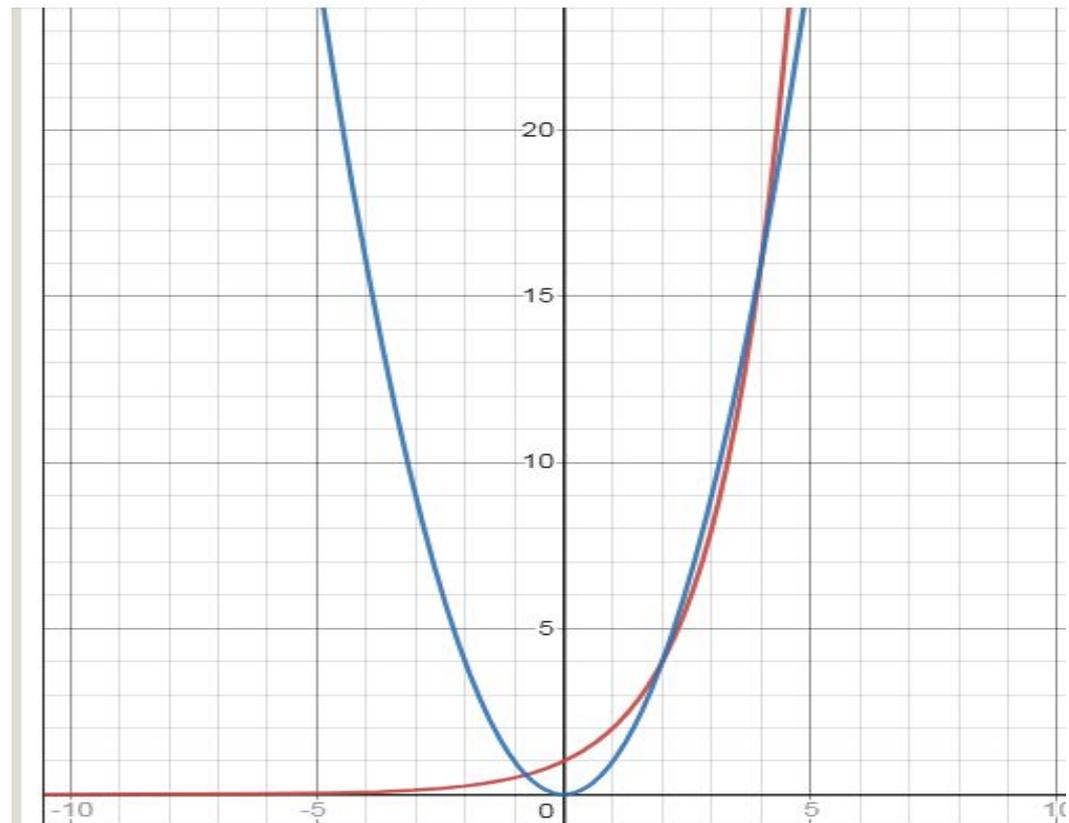
$y=x^2$  - синий цвет

$y=2^x$  - красный цвет

**Гипотеза:**

При  $x > 4$ , неравенство

Верно!



# Задачи на ММИ (неравенства)

$$2^n > n^2$$

## Алгоритм решения задач

### Проверка указанных значений $x$

- \* Если  $n = 1$ , то  $2^1 > 1^2$ ,  $2 > 1$  – верно.
- \* Если  $n = 2$ , то  $2^2 > 2^2$ ,  $4 > 4$  – неверно.
- \* Если  $n = 3$ , то  $2^3 > 3^2$ ,  $8 > 9$  – неверно.
- \* Если  $n = 4$ , то  $2^4 > 4^2$ ,  $16 > 16$  – неверно.
- \* Если  $n = 5$ , то  $2^5 > 5^2$ ,  $32 > 25$  – верно.
- \* Если  $n = 6$ , то  $2^6 > 6^2$ ,  $64 > 36$  – верно.

**Б.И.**  $n = 5$ , то  $2^5 > 5^2$ ,  $32 > 25$  – верно.

**черновик**

# Задачи на ММИ (неравенства)

$$2^n > n^2$$

- \* **Ш. И.** Если  $S_k = \text{И}$ , то  $S_{k+1} = \text{И}$  (больше 4).
- \*  $S_k = 2^k > k^2 - \text{И}$ ,
- \*  $S_{k+1} = 2^{k+1} > (k+1)^2$ .
- \* Докажем истинность  $S_{k+1}$ .
- \*  $S_{k+1} = 2^{k+1} = 2^k \cdot 2 > k^2 \cdot 2$  ( по предположению индукции),  
покажем,  $k^2 \cdot 2 \geq (k+1)^2$
- \* Так как  $k \geq 5$ , то
- \*  $k^2 \geq 2k+1$
- \*  $k^2 \geq 2k+1$
- \* Складываем два неравенства, получаем
- \*  $k^2 \cdot 2 \geq (k+1)^2$
- \* **В. И.** Для любого  $n \geq 5$  справедливо неравенство  $2^n > n^2$ .

# Задачи на ММИ (неравенства)

$$n^2 > 2n + 4$$

Алгоритм решения задач

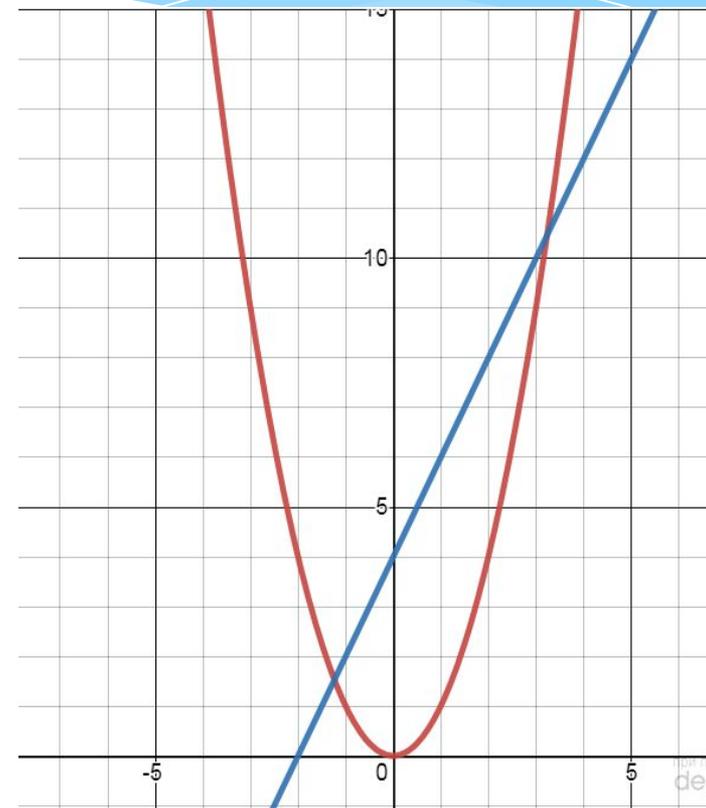
$y = x^2$  - красный цвет

$y = 2x + 4$  - синий цвет

**Гипотеза:**

**При  $x > 3$ , неравенство**

**Верно!**



# Задачи на ММИ (неравенства)

$$n^2 > 2n + 4$$

Алгоритм решения задач

Проверка указанных значений  $x$

- \* Б.И.  $n = 1$ .
- \*  $1^2 > 2 + 4$ ;  $1 > 6$  – неверно.
- \*  $n = 2$ .
- \*  $2^2 > 4 + 4$ ;  $4 > 8$  – неверно.
- \*  $n = 3$ .
- \*  $3^2 > 6 + 4$ ;  $9 > 10$  – неверно.
- \*  $n = 4$ .
- \*  $4^2 > 8 + 4$ ;  $16 > 12$  – верно.
- \* .

**Б.И.**  $n = 4$ ,  $4^2 > 8 + 4$ ;  $16 > 12$  – верно.

**черновик**

# Задачи на ММИ (неравенства)

\*

$$n^2 > 2n + 4$$

Ш.И.

$$S(k) = k^2 > 2k + 4 = И$$

$$S(k + 1) = (k + 1)^2 > 2k + 6 \text{ доказать}$$

$$(k + 1)^2 = k^2 + 2k + 1 > 2k + 4 + 2k + 1 = 4k + 5 \geq 2k + 6$$

$$2k + 2k + 5 \geq 2k + 6, 2k + 5 \geq 6, k > 3$$

В.И.

# Задачи на ММИ (неравенства)

\*

$$9n^3 > 9n^2 + n + 2$$

Алгоритм решения задач

$y=9n^3$  - красный цвет

$y=9n^2 + n + 2$  - синий цвет

**Гипотеза:**

При  $x > 2$ , неравенство

Верно!

