

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ(ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
В Г. ТАГАНРОГЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ПИ (ФИЛИАЛ) В Г. ТАГАНРОГЕ

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

ФИЗИКА

ЛЕКЦИЯ 13-14 САМОСТОЯТЕЛЬНО



Доцент кафедры ГиЕД, к.т.н.

Бедная Т.А.

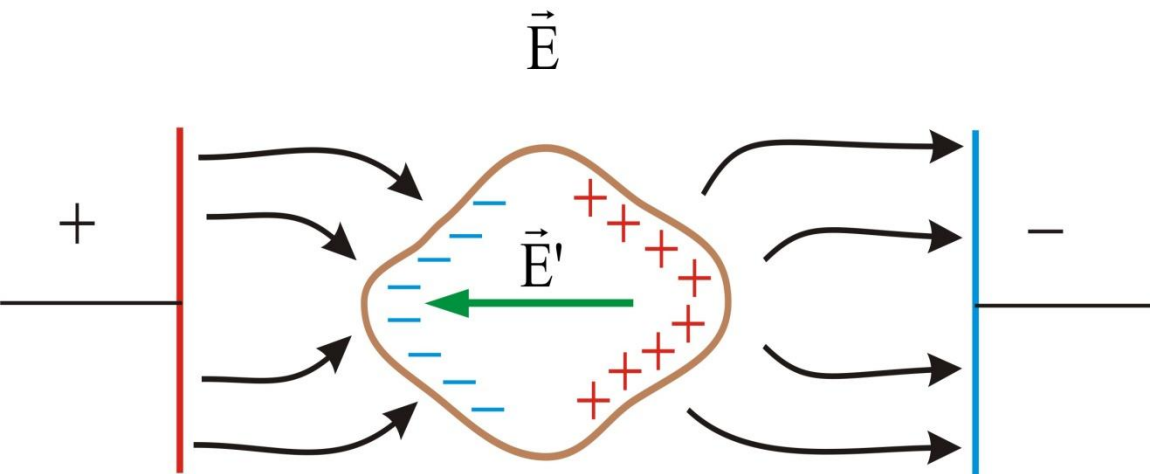
1. НАПРЯЖЕННОСТЬ И ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПРОВОДНИКЕ

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – носители заряда (электроны в металлах, ионы в электролитах) способные перемещаться по всему объему проводника под действием внешнего электростатического поля.

Носителями заряда в металлах являются электроны проводимости. Они возникают при конденсации паров металла за счет обобществления валентных электронов.

При отсутствии электрического поля металлический проводник является электрически нейтральным – электростатическое поле создаваемое положительными и отрицательными зарядами внутри него компенсируется.

- При внесении металлического проводника во внешнее электростатическое поле, **электроны проводимости перемещаются (перераспределяются)** до тех пор, пока всюду внутри проводника поле электронов проводимости и положительных ионов не скомпенсирует внешнее поле.
- **В любой точке внутри проводника, находящимся в электростатическом поле $E = 0$; $d\varphi = 0$; т. е. $\varphi = \text{const}$.** $\epsilon_{\text{ме}} \rightarrow \infty.$
- **Диэлектрическая проницаемость** $\epsilon_{\text{ме}}$
- **На поверхности проводника напряженность направлена по нормали к этой поверхности**, иначе, под действием составляющей E_{τ} , касательной к поверхности, заряды перемещались бы по проводнику, а это противоречило бы их статическому распределению.
- Вне заряженного проводника – поле есть, следовательно, должен быть вектор \vec{E} , и направлен он перпендикулярно поверхности!



В установившемся состоянии в проводнике, помещенном в электростатическое поле мы имеем:

- *Появление у заряженной поверхности на металле заряда противоположного знака – электростатическая индукция. Этот процесс очень краток $\sim 10^{-8}$ секунд.*
- *Электростатическое экранирование – внутри проводника поле не проникает.*
- *Во всех точках внутри проводника $\mathbf{E} = \mathbf{0}$, а во всех точках на поверхности $\mathbf{E} = \mathbf{E}_n$ ($\mathbf{E}_\tau = \mathbf{0}$);*
- *Весь объем проводника, находящегося в электростатическом поле эквипотенциален.*

- Действительно, в любой точке внутри проводника, $\frac{d\varphi}{dl} = -E = 0$ следовательно, $\varphi = const.$
- Поверхность проводника тоже эквипотенциальна:

$$\frac{d\varphi}{dl} = -\overset{(1)}{E} = 0 \quad (\text{для любой линии на поверхности})$$

- *Потенциал поверхности равен потенциалу объема проводника.*
- В заряженном проводнике *некомпенсированные заряды, располагаются только на поверхности (их расталкивают кулоновские силы).*

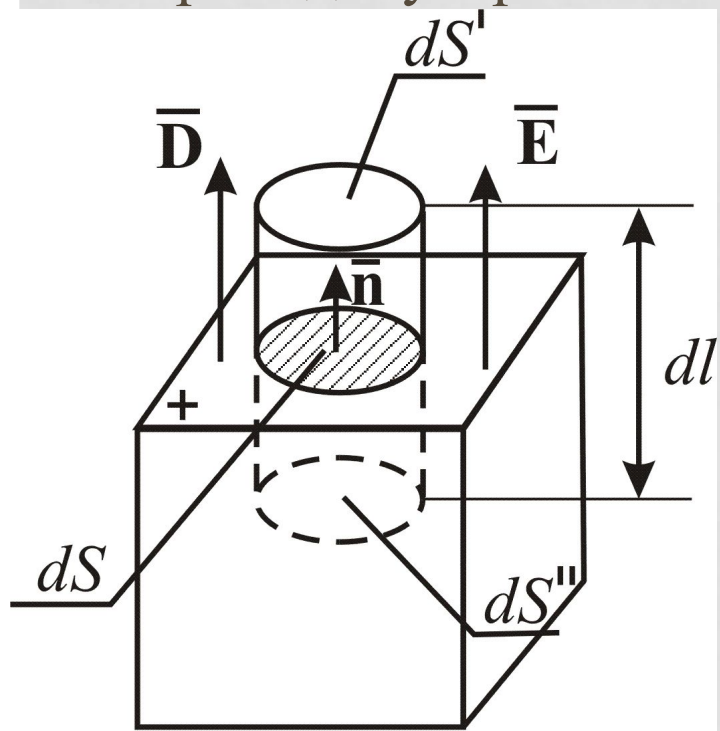
Доказательство:

Согласно теореме Остроградского – Гаусса суммарный заряд q внутри объема проводника равен нулю, так как $E=0$

$$q = \oint_S D dS = \oint_S E \epsilon \epsilon_0 dS = 0,$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ПРОВОДНИКА

Выделим на поверхности S проводника площадку dS и построим на ней цилиндр с образующими, перпендикулярными к площадке dS , высотой dl .



$$dS' = dS'' = dS$$

На поверхности проводника вектор напряженности поля \vec{E} и вектор электрического смещения $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$ перпендикулярны поверхности. Поэтому поток \vec{D} сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю.

Поток вектора электрического смещения Φ_D через dS'' тоже равен нулю, так как dS'' лежит внутри проводника, где $\mathbf{E} = 0$ и, следовательно $\mathbf{D} = 0$.

- Отсюда следует, что **поток $d\Phi_D$ сквозь замкнутую поверхность равен потоку \mathbf{D} через dS' :**

$$d\Phi_D = D_n dS \quad (2).$$

С другой стороны **по теореме Остроградского-Гаусса:**

$$d\Phi_D = dq = \sigma dS$$

где: σ – поверхностная плотность зарядов на dS . Из равенства правых частей следует, что $D_n = \sigma$ тогда

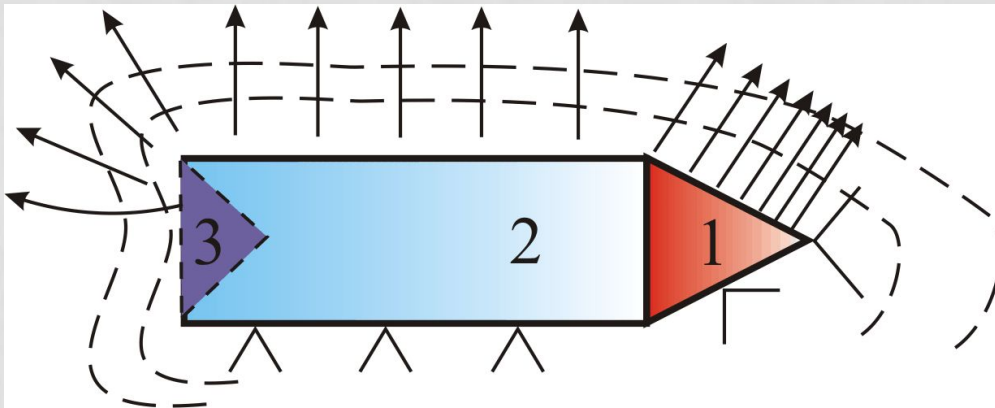
$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника пропорциональна поверхностной плотности зарядов.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДА НА ПРОВОДНИКЕ

Проверим экспериментально сделанные нами выводы:

1. Заряженный кондуктор (рис.).



В местах разной напряженности электростатического поля лепестки бумажки расходятся по-разному:

на поверхности 1 – максимальное расхождение,

на поверхности 2 заряд распределен равномерно $q = const$ и имеем одинаковое расхождение лепестков.

Электrometer – прибор, с помощью которого измеряют заряд и потенциал кондуктора.

Если сообщить электрометру заряд с острия, то будет максимальное отклонение стрелки электрометра; с поверхности 2 – отклонение будет меньше; и нулевое отклонение с поверхности 3 внутри кондуктора.

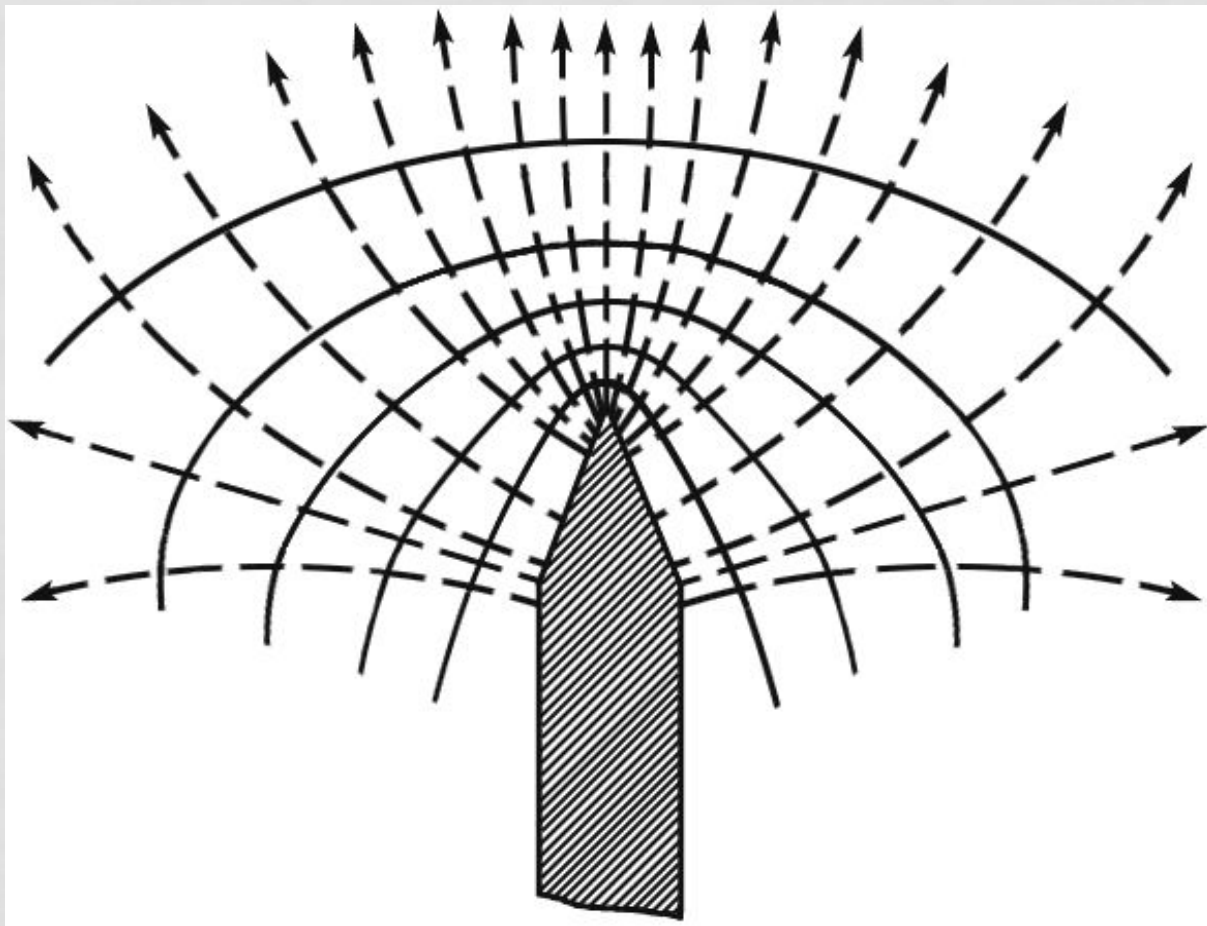


Рисунок 5.4

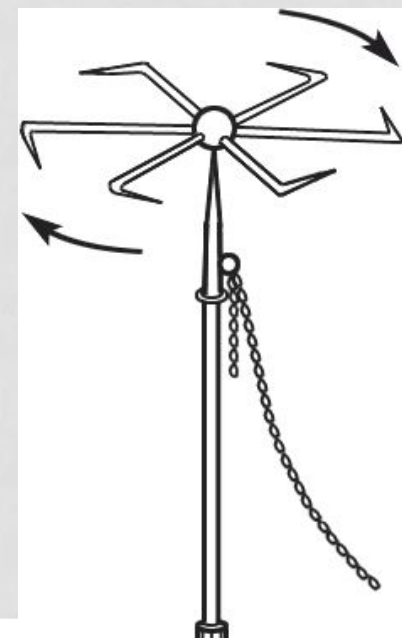
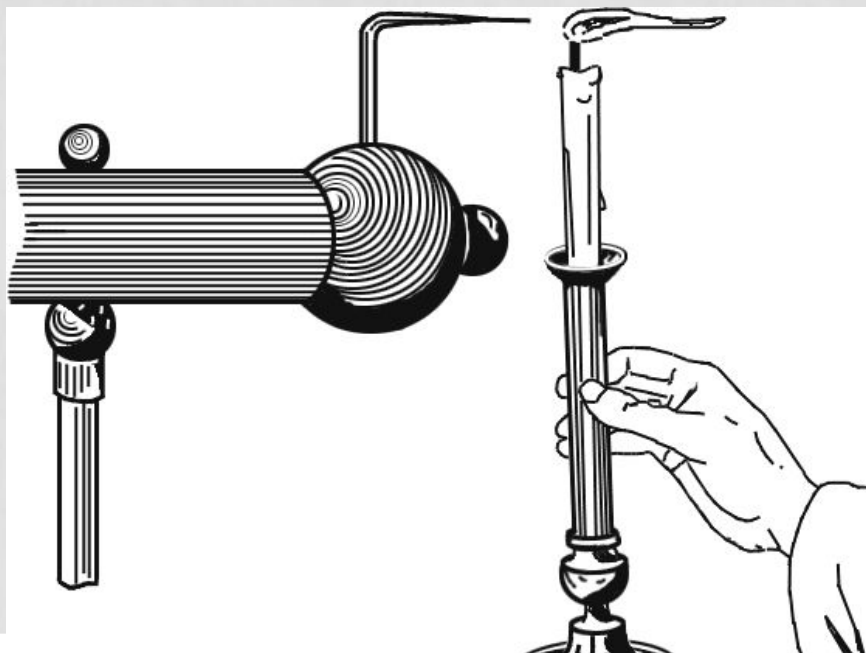
Из рисунка 5.4 видно, что напряженность электростатического поля **максимальна на острие** заряженного проводника.

2. Стеkanie электростатических зарядов с острия.

Большая напряженность поля E на остриях – нежелательное явление, т.к. происходит утечка зарядов и ионизация воздуха. Ионы уносят электрический заряд, образуется как бы «**электрический ветер**» («огни Святого Эльма»).

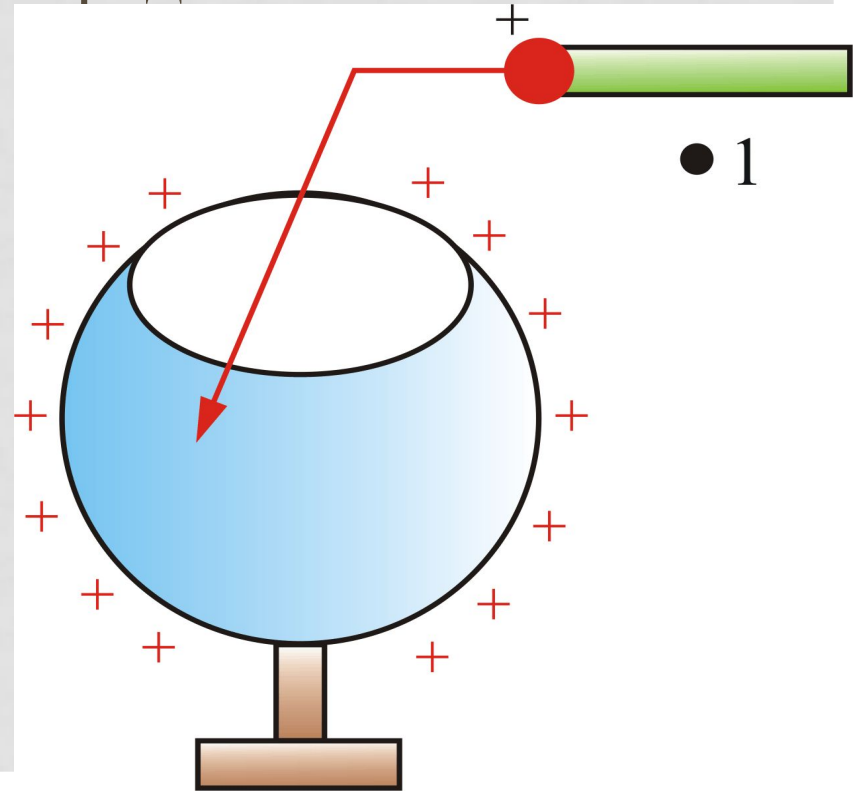
Есть наглядные эксперименты по этому явлению:
сдувание пламени свечи электрическим ветром; **колесо Франклина** или вертушка.

На этом принципе построен **электростатический двигатель**.



3. Электростатический генератор (ЭСГ).

Если заряженный металлический шарик привести в соприкосновение с поверхностью, какого либо, проводника, то заряд шарика частично передается проводнику: шарик будет разряжаться до тех пор, пока их потенциалы не выровняются. Иначе обстоит дело, если шарик привести в соприкосновение с внутренней поверхностью полого проводника. При этом весь заряд с шарика стечет на проводник и распределится на внешней поверхности проводника.



4. КОНДЕНСАТОРЫ

4.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ.

При сообщении проводнику заряда, на его поверхности появляется потенциал φ . Но если этот же заряд сообщить другому проводнику, то потенциал будет другой. Это зависит от геометрических параметров проводника. Но в любом случае, потенциал φ пропорционален заряду q .

$$q = C\varphi \quad (4)$$

- Коэффициент пропорциональности называют **электроемкостью** – физическая величина, численно равна заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу.
- Единица измерения емкости в СИ – фарада $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ В}$.

Если потенциал поверхности шара

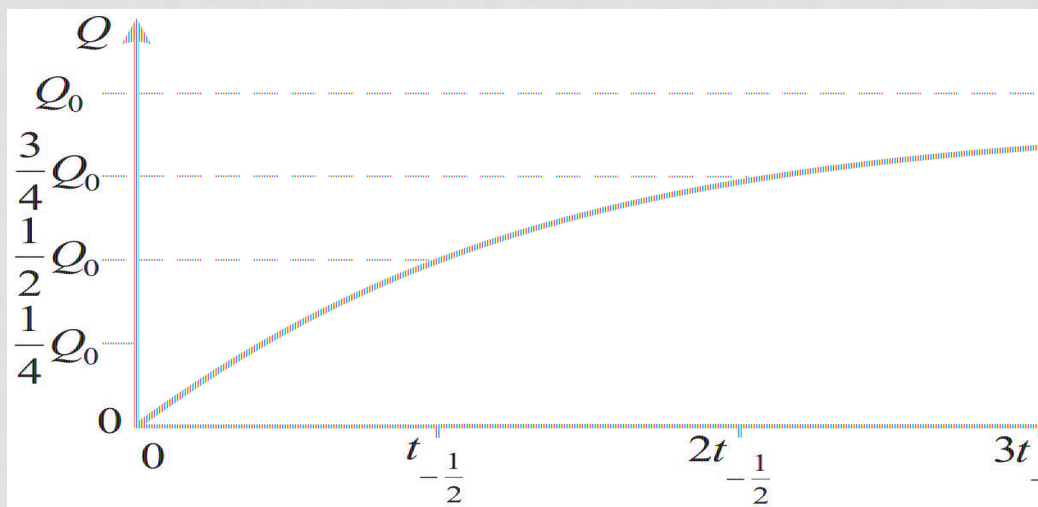
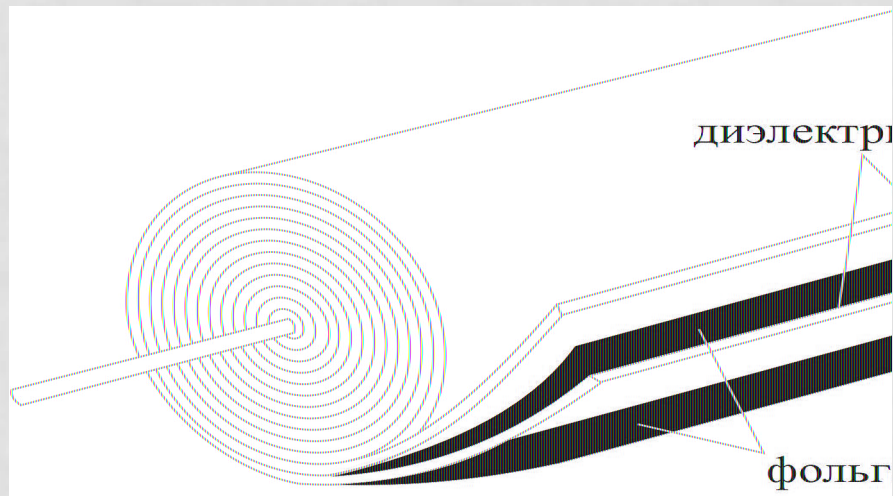
то
$$\varphi_{\text{шар.}} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \quad (5),$$

$$C_{\text{шар.}} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R \quad (6),$$

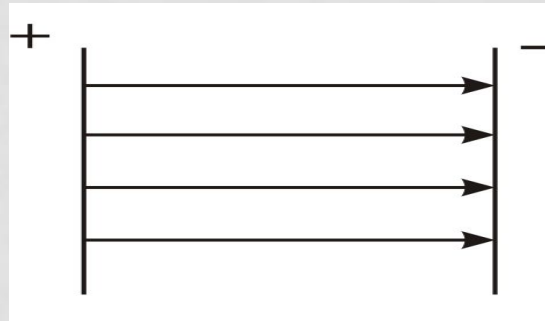
- Если $\epsilon = 1$ (воздух, вакуум) и $R = R_{\text{земли}}$, то $C_3 = 7 \cdot 10^{-4}$ Ф или 700 мкФ.
- Чаще на практике используют и более мелкие единицы: 1 нФ (нанофарада) = 10^{-9} Ф и 1 пкФ (пикофарада) = 10^{-12} Ф.

Необходимость в устройствах, накапливающих заряд есть, а уединенные проводники обладают малой емкостью. Обратите внимание, что электроемкость проводника увеличивается, если к нему поднести другой проводник – явление электростатической индукции.

Конденсатор – два проводника называемые *обкладками* расположенные близко друг к другу.



- Конструкция такова, что внешние окружающие конденсатор тела не оказывают влияние на емкость конденсатора. Это будет выполняться, если *электростатическое поле будет сосредоточено внутри конденсатора между обкладками.*



- Конденсаторы бывают *плоские, цилиндрические и сферические.*
- Так как электростатическое поле находится внутри конденсатора, то линии электрического смещения начинаются на положительной обкладке и заканчиваются на отрицательной – и нигде не исчезают. Следовательно, заряды на обкладках *противоположны по знаку, но одинаковы по величине.*
- Емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}$$

- Найдем формулу для емкости плоского конденсатора.
- Напряженность между обкладками равна

$$E = \frac{(8) \sigma}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon S}$$

где: S – площадь пластин (обкладок); q – заряд конденсатора

$$U = Ed = \frac{qd}{\epsilon_0 \epsilon S},$$

$$(9) \quad C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

- Как видно из формулы, диэлектрическая проницаемость вещества очень сильно влияет на емкость конденсатора. Это можно увидеть и экспериментально: заряжаем электроскоп, подносим к нему металлическую пластину – получили конденсатор (за счет электростатической индукции, потенциал увеличился).

- Вносим между пластинами диэлектрик с ε , больше чем у воздуха и потенциал конденсатора изменяется.
- Отсюда можно получить единицы измерения ε_0 :

$$\varepsilon_0 = \frac{Cd}{\varepsilon S}$$

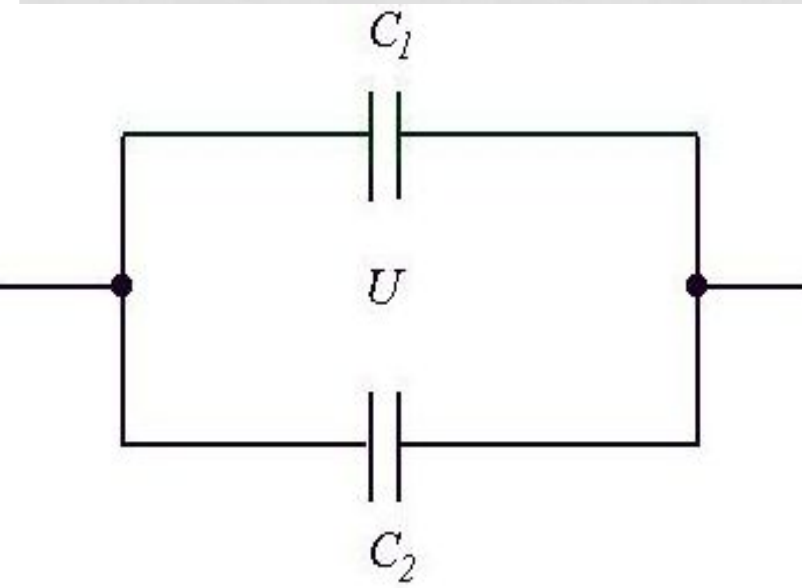
$$[\varepsilon_0] = \frac{[C] \cdot [d]}{[S]} = \frac{\Phi \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\Phi}{\text{м}}$$

Помимо емкости каждый конденсатор характеризуется $U_{\text{раб}}$ (или $U_{\text{пр.}}$ – максимальное допустимое напряжение).

4.2. СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ

Емкостные батареи – комбинации параллельных и последовательных соединений конденсаторов.

1) Параллельное соединение (рис.):



Общим является напряжение U

$$q_1 = C_1 U;$$

$$q_2 = C_2 U;$$

Суммарный заряд:

$$q = q_1 + q_2 = U(C_1 + C_2). \quad (10)$$

Результирующая емкость:

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 \quad (11)$$

Сравните с параллельным соединением сопротивлений R :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

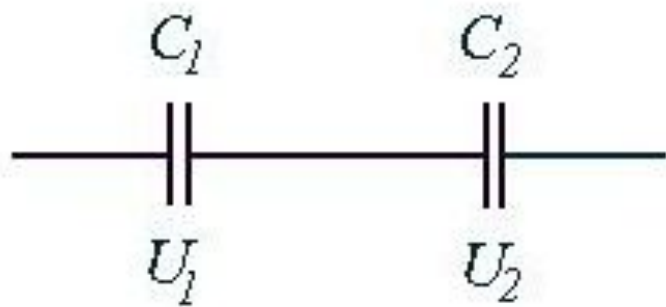
Таким образом, при параллельном соединении конденсаторов, их емкости складываются.

2) Последовательное соединение :

Общим является заряд q

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; \quad U_2 = \frac{q}{C_2};$$

$$U = \sum U_i = q \sum \frac{1}{C_i} \quad (13)$$



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$$

(5.4.14)

$$R = R_1 + R_2$$

(14)

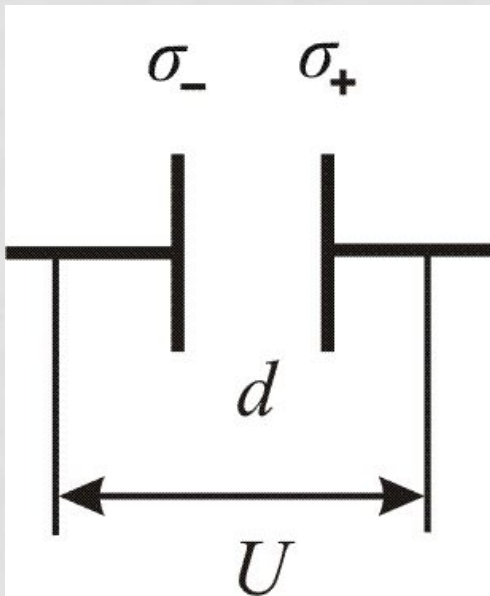
4.3. РАСЧЕТ ЕМКОСТЕЙ РАЗЛИЧНЫХ КОНДЕНСАТОРОВ

1. *Емкость плоского конденсатора.*

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon};$$

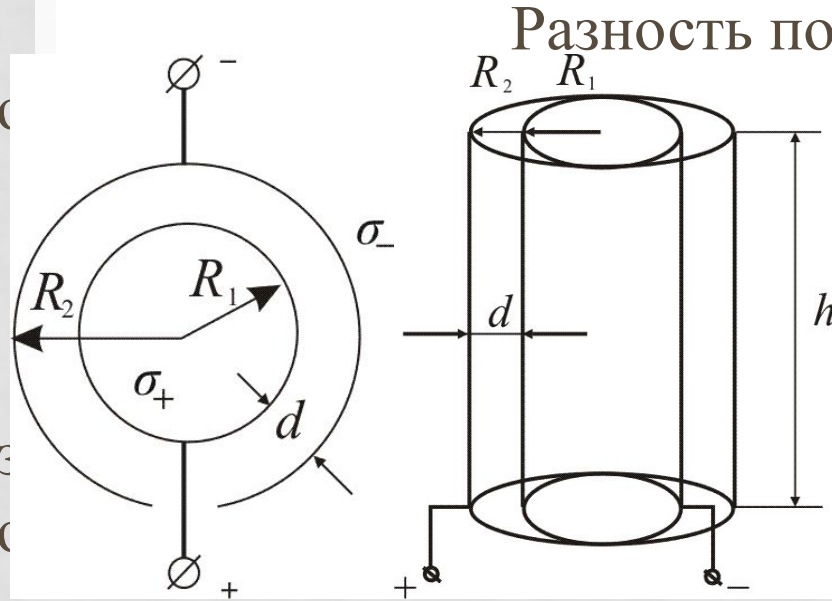
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_2}^{x_1} E dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} d$$

где $d = x_2 - x_1$ – расст. м/у пластинами.
Так как заряд $q = \sigma S$, то



$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \stackrel{(15)}{=} \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}$$

1. Емкость цилиндрического конденсатора.



Разность потенциалов между

конденсатора

(16)

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

ная плотность

цилиндрических

$q = \lambda l$, (l – длина конденсатора)

$$C_{\text{цил.}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$(17) \quad \Delta\varphi = \frac{l\lambda \ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} = \frac{q}{C}$$

(18)

Понятно, что зазор между обкладками мал: $d = R_2 - R_1$, то есть $d \ll R_1$, тогда

$$\ln \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1}$$

$$C_{\text{цил.}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l R_1}{R_2 - R_1} = \epsilon_0\epsilon \frac{S}{d}$$

3. Емкость шарового конденсатора.

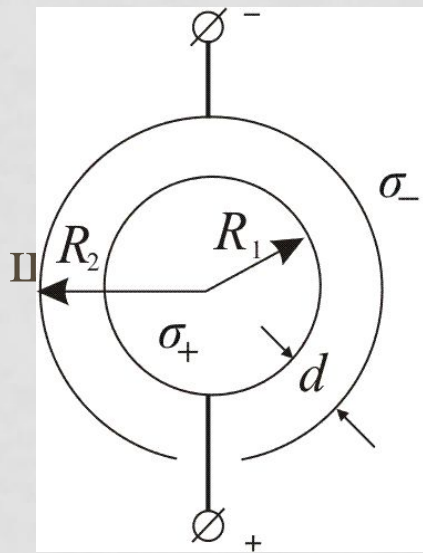


Рис. 5.10

Разность потенциалов между обкладками конденсатора, где R_1 и R_2 – радиусы шаров.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (20)$$

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C}, \quad C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (21)$$

В шаровом конденсаторе $R_1 \approx R_2$; $S = 4\pi R_2$; $R_2 - R_1 = d$ – расстояние между обкладками. Тогда

$$C_{\text{шар.}} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2^2}{d} = \varepsilon_0\varepsilon \frac{S}{d}.$$

Таким образом, емкость шарового конденсатора,

$$C_{\text{шар.}} = \varepsilon_0\varepsilon \frac{S}{d},$$

что совпадает с емкостями плоского и цилиндрического конденсатора.

4.4. ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОГО КОНДЕНСАТОРА

Если замкнуть обкладки конденсатора, то по проволоке потечет ток, который может даже расплавить ее. Значит, конденсатор запасает энергию. Вычислим ее.

Конденсатор разряжается U' – мгновенное значение напряжения на обкладках. Если при этом значении напряжения между обкладками проходит заряд dq , то **работа**

$$dA = U'dq. \quad (23)$$

Работа равна убыли потенциальной энергии конденсатора:

$$dA = -dWc. \quad (24)$$

Так как $q = CU$, то $dA = CU'dU'$, а полная работа

$$A = \int dA.$$

$$A = -W_c = C \int_U^0 U' dU' = \frac{1}{2} CU^2$$

$$W_c = \frac{CU^2}{2}$$

Энергию конденсатора можно посчитать и по другим формулам:

$$W_c = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} qU$$

Где же сосредоточена энергия конденсатора? На обкладках? То есть на зарядах? А может, в пространстве между обкладками? Только опыт может дать ответ на этот вопрос.

В пределах электростатики дать ответ на этот вопрос невозможно. Поля и заряды, их образовавшие не могут существовать обособленно. Их не разделить. Однако переменные поля могут существовать независимо от возбуждавших их зарядов (излучение солнца, радиоволны, ...) и они переносят энергию. Эти факты заставляют признать, что носителем энергии является электростатическое поле.

5. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Носителем энергии в конденсаторе, W_c является электростатическое поле.

Найдем W_c :

$$W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d} \frac{d}{d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} \left(\frac{U}{d} \right)^2 Sd$$

$\frac{U}{d} = E$; $Sd = V$ – объем. Отсюда: $W_c = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V$

Если поле **однородно**, заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью. Тогда можно посчитать **удельную энергию $\omega_{уд}$** :

$$\omega_{уд} = \frac{W}{V}; \quad (28)$$

Так как $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$, то

$$\omega_{уд} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$$

Эти формулы справедливы для однородного поля.

$$\omega_{уд} = \frac{ED}{2}$$

ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ

Если поле создано двумя точечными зарядами q_1 и q_2 , то

$$W_1 = q_1\Phi_{12} \qquad W_2 = q_2\Phi_{21}$$

Здесь Φ_{12} – потенциал поля, создаваемого зарядом q_2 в точке, где расположен заряд q_1 , Φ_{21} – потенциал поля от заряда q_1 в точке с зарядом q_2 .

Для вакуума можно записать

$$\varphi_{12} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\varphi_{21} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Здесь r – расстояние между зарядами. Из двух последних систем уравнений следует, что

$$W_1 = W_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = W \quad W = \frac{1}{2} W_1 + \frac{1}{2} W_2 = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_{12} + q_2 \varphi_{21}).$$

Энергия системы из N зарядов, :

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{(N)} q_i \varphi_i$$

$\varphi_i = \sum_{k \neq i} \varphi_k$ – потенциал в точке, где расположен заряд q_1 , создаваемый всеми остальными зарядами (кроме q_1).

Как мы уже говорили **пондермоторные силы** – это **силы электрического взаимодействия**.

- Разноименные пластины конденсатора будут притягиваться. Силу их притяжения называют **пондермоторной**.
- При незначительном перемещении одной пластины в поле другой совершается работа

$$dA = -dW = Fdx, \quad F = \frac{(31)dW}{dx}$$

Тогда, можно записать, что

$$dW = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 dx}{2\epsilon_0 \epsilon S}.$$

- Отсюда можно получить формулу для расчета **пондермоторной силы**

$$(32) F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 \epsilon S}.$$

Лекция окончена

